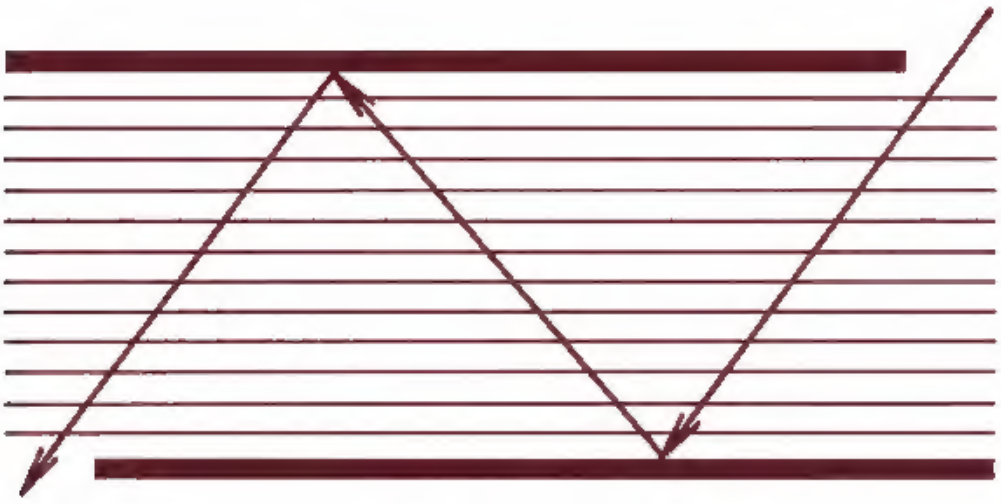
óptica



g. s. lándsberg

segundo tomo

□ velocidad de la luz □ propagación de la luz por la superficie de separación de dos medios □ óptica de los medios anisótropos □ óptica molecular □ efectos de la luz □ radiación térmica □ luminiscencia □ láseres. óptica no lineal

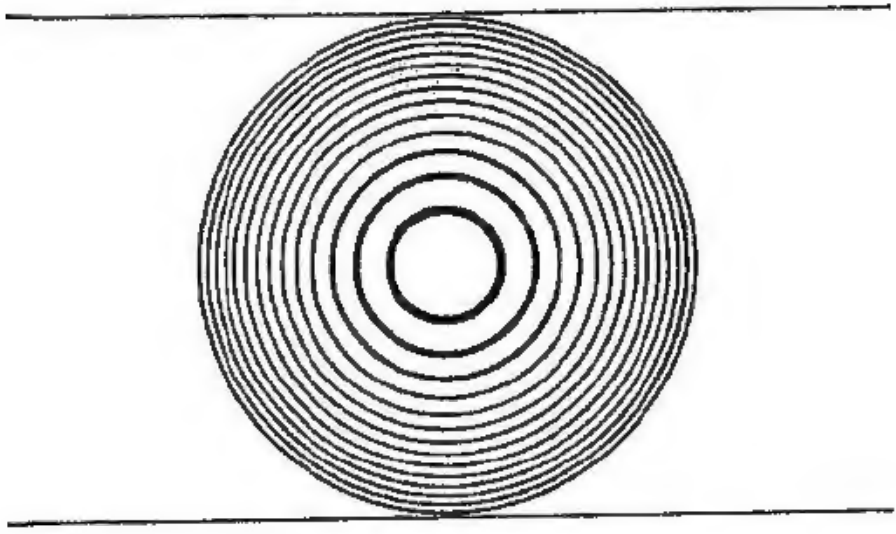
editorial mir moscú

En el libro se expone detalladamente, junto con los problemas de la óptica clásica durante su desarrollo antes del descubrimiento del láser, los principios físicos y el empleo de la holografía, y, por supuesto, de la técnica de la estructura y la teoría de los láseres, de la óptica no lineal y su empleo en diversas ramas de las ciencias naturales. Es esencial que los capítulos de la óptica, nuevos en principio, no están adicionados formalmente a los principios clásicos, sino que la exposición de estos últimos ha sido revisada y puesta en concordancia con las modernas nociones de la naturaleza de la luz y su interacción con su sustancia, siendo las intensidades luminosas grandes y pequeñas y diferentes los grados de su coherencia. Desde este punto de vista, o sea, de la síntesis orgánica de la óptica clásica y ultramoderna, el libro de G. Landsberg aún no tiene analogía entre los manuales de óptica en el mundo.

El manual está provisto de una enorme cantidad de problemas actuales de la óptica física, que representan sus principios físicos de modo bastante completo y estimulan el trabajo independiente de los lectores.
El libro está destinado a los estudiantes de los centros de enseñanza superior.

ÓPTICA

Г. С. Ландсберг
ОПТИКА
Издательство «Наука»



óptica

G. S. Landsberg

Segundo tomo

Editorial Mir Moscú

Traducido del ruso por Consuelo Fernández, Alvarez,
licenciada en Cienciass Flicas

Impreso en la URSS.

На испанском языке

© Издательство «Наука», 1976
© Traducción al español. Editorial Mir. 1984

INDICE

VELOCIDAD DE LA LUZ

20. Velocidad de la luz y métodos de su determinación 9

§ 122. Importancia de los experimentos para determinar la velocidad de la luz y primer intento de Galileo (9). § 123. Métodos astronómicos de determinación de la velocidad de la luz (10). § 124. Métodos de laboratorio para determinar la velocidad de la luz (15). § 125. Velocidades de grupo y de fase de la luz (20).

21. Efecto Doppler 25

§ 126. Introducción (25). § 127. Efecto Doppler en la acústica (26). § 128. Efecto Doppler en la óptica (30).

22. Optica de los medios en movimiento 35

§ 129. Principio de relatividad en la mecánica y fórmulas de transformación de Galileo (35). § 130. Electrodinámica de los medios en movimiento (37). § 131. Fundamentos de la teoría especial de la relatividad (48). § 132. Fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad (50). § 133. Deducciones de las fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad (54). § 134. Deducciones generales (62).

PROPAGACIÓN DE LA LUZ POR LA SUPERFICIE DE SEPARACIÓN DE DOS MEDIOS

23. Reflexión y refracción de la luz en la superficie de separación de dos dieléctricos 66

§ 135. Reflexión y refracción en la superficie de separación de dos dieléctricos. Fórmulas de Fresnel (66). § 136. Polarización de la luz al pasar por la superficie de separación de dos dieléctricos. Interpretación concreta de la ley de Brewster (76).

24. Reflexión interna total 79

§ 137. Fenómeno de reflexión interna total (79). § 138. Investigación de la onda reflejada. Polarización elíptica (80). § 139. Investigación de la onda refractada (83).

25. Fundamentos de la óptica de los metales 86

§ 140. Característica de las propiedades ópticas de los metales (86). § 141. Constantes ópticas de los metales y su determinación (88).

OPTICA DE LOS MEDIOS ANISÓTROPOS

26. Fundamentos de la óptica de los cristales 92

§ 142. Medios anisótropos (92). § 143. Propiedades ópticas del medio anisótropo (97). § 144. Superficie de la onda (radial) y superficie de las normales (100). § 145. Cristales uniáxicos y biáxicos (103). § 146. Construcción de Huygens para medios anisótropos (106). § 147. Datos experimentales de la propagación de la luz en los cristales uniáxicos (109). § 148. Colores de las placas cristalinas e interferencia de los rayos polarizados (113). § 149. Efectos de la dispersión espacial. Anisotropía óptica de los cristales cúbicos (118).

27. Anisotropía artificial 123

§ 150. Introducción (123). § 151. Anisotropía que surge durante las deformaciones (124). § 152. Birrefringencia en el campo eléctrico (fenómeno de Kerr) (126). § 153. Birrefringencia en el campo magnético (fenómeno de Cotton-Mouton) (135).

OPTICA MOLECULAR

28. Dispersión y absorción de la luz 137

§ 154. Dificultades de la teoría electromagnética de Maxwell (137). § 155. Dispersión de la luz. Métodos de observación y resultados (139). § 156. Fundamentos de la teoría de dispersión (147). § 157. Absorción de la luz (165). § 158. Anchura de las líneas espectrales y amortiguamiento de la radiación (174).

29. Difusión de la luz 178

§ 159. Paso de la luz a través de un medio ópticamente heterogéneo (178). § 160. Difusión molecular de la luz (185). § 161. Espectros de la difusión molecular de la luz (195). § 162. Dispersión Raman de la luz (204).

30. Rotación del plano de polarización 211

§ 163. Introducción (211). § 164. Rotación del plano de polarización en los cristales (213). § 165. Precisión de los métodos de determinación del poder rotativo (215). § 166. Rotación del plano de polarización en las sustancias amorfas (217). § 167. Sacarimetría (219). § 168. Teoría de rotación del plano de polarización (220). § 169. Rotación magnética del plano de polarización (224).

31. Efecto Zeeman 227

§ 170. Esencia del efecto Zeeman (227). § 171. Teoría elemental del efecto Zeeman (229). § 172. Efecto anómalo (complejo) Zeeman (234). § 173. Efecto Zeeman inverso. Su relación con el efecto Faraday (230). § 174. Efecto Stark (237).

EFECTOS DE LA LUZ

32. Efecto fotoeléctrico 240

§ 175. Introducción (240) § 176. Leyes del efecto fotoeléctrico (243). § 177. Ecuación de Einstein. Hipótesis de los cuantos luminosos (247). § 178. Argumentación de la hipótesis de los cuantos luminosos en los fenómenos del efecto fotoeléctrico (248). § 179. Dependencia entre la intensidad de la fotocorriente y la longitud de la onda luminosa (252) § 180. Efecto fotoeléctrico interno (256). § 181. Células fotoeléctricas y su aplicación (257).

33. Efecto de Compton 261

§ 182. Esencia del efecto de Compton y sus leyes (261). § 183. Teoría del efecto de Compton (262). § 184. Efecto Doppler e hipótesis de los cuantos luminosos (265).

34. Presión de la luz 269

§ 185. Estudio experimental de la presión de la luz (269) § 186. Presión de la luz dentro de los márgenes de la teoría de los fotones (273). § 187. Papel de la presión luminosa en algunos fenómenos cósmicos (273)

35. Efecto químico de la luz 275

§ 188. Introducción (275). § 189. Leyes fundamentales de la fotoquímica (276). § 190. Reacciones fotoquímicas sensibilizadas (279). § 191. Fundamentos de la fotografía (280). § 192. Sensibilización de las placas fotográficas (283). § 193. Percepción de la luz por el ojo (284).

RADIACIÓN TÉRMICA

36. Leyes de radiación térmica 293

§ 194. Radiación térmica (293) § 195. Radiación térmica y regla de Prevost (296). § 196. Ley de Kirchhoff (298). § 197. Aplicación de la ley de Kirchhoff. Cuerpo absolutamente negro (302). § 198. Radiación de los cuerpos no negros (305). § 199. Ley de Stefan—Boltzmann (306). § 200. Ley de desplazamiento de Wien (308). § 201. Fórmula de radiación de Planck (310).

37. Aplicación de las leyes de radiación térmica 319

§ 202. Pirometría óptica (319). § 203. Fuentes de luz (319).

LUMINISCENCIA

38. Radiación de los átomos y moléculas. Regularidades espectrales 324

§ 204. Espectros de rayas (326) § 205. Regularidades espectrales (326). § 206. Modelos del átomo de J. J. Thomson y Rutherford (331). § 207. Postulados de Bohr (334). § 208. Atomo de hidrógeno (336). § 209. Radiación de resonancia (340). § 210. Duración del estado excitado (343). § 211. Procesos radiactivos en la teoría cuántica del átomo. Deducción de la fórmula de Planck según Einstein (343). § 212. Luminosidad excitada por el calentamiento (356). § 213. Espectros de rayas de las moléculas en las zonas visibles y ultravioleta (358). § 214. Espectros infrarrojos de las moléculas (363).

39. Fotoluminiscencia 365

§ 215. Fluorescencia de las moléculas (365). § 216. Fotoluminiscencia de los líquidos y sólidos. Composición espectral de la luminiscencia. Regla de Stokes (367). § 217. Duración de la fotoluminiscencia. (372). § 218. Determinación de la luminiscencia y criterio de duración (376). § 219. Radiación de Vavílov—Cherenkov (377). § 220. Luminofósforos cristalinos (381). § 221. Análisis luminiscente (383).

LÁSERES, ÓPTICA NO LINEAL

40. Generadores ópticos cuánticos 388

§ 222. Radiación de ondas electromagnéticas mediante un conjunto de fuentes coherentes (388). § 223. Absorción y amplificación de la radiación que se propaga en un medio (394). § 224. Efecto de saturación (394). § 225. Principio de funcionamiento del generador óptico cuántico (396). § 226. Descripción de la estructura y funcionamiento del generador óptico cuántico a rubí (401). § 227. Láser a mezcla de helio y neón de funcionamiento continuo (409). § 228. Espectro de radiación de los generadores ópticos cuánticos (412). § 229. Configuración del campo creado por los generadores ópticos cuánticos (419). § 230. Generación de impulsos luminosos hipercortos (429). § 231. Láseres en colorantes (434).

41. Óptica no lineal 439

§ 232. Autoenfoque (439). § 233. Autodifracción (443). § 234. Propagación del grupo de ondas en un medio no lineal (447). § 235. Fundamentos de la teoría de la dispersión no lineal (451). § 236. Generación de los armónicos múltiplos, sumarios y de diferencias (456). § 237. Reflexión de las ondas en la óptica no lineal (465). § 238. Fenómenos paramétricos no lineales (470). § 239. Dispersión Raman estimulada de la luz (474).

Ejercicios 481

Nombres de científicos 506

Indice alfabético 508

VELOCIDAD DE LA LUZ

20. VELOCIDAD DE LA LUZ Y MÉTODOS DE SU DETERMINACIÓN

§ 122. Importancia de los experimentos para determinar la velocidad de la luz y primer intento de Galileo

Uno de los problemas de mayor importancia de la óptica y, en general, de la física, es la determinación de la velocidad de la luz. La solución de este problema tuvo enorme valor práctico y de principio. El hecho establecido del valor finito de la velocidad de propagación de la luz y la medición de esta magnitud han hecho más concretas y claras las dificultades planteadas ante diferentes teorías ópticas. Los primeros procedimientos de determinación de la velocidad de la luz, basados en las observaciones astronómicas, han contribuido mucho a la comprensión clara de los problemas puramente astronómicos acerca de los eclipses de los astros alejados y de las paralajes anuales de las estrellas. Los métodos precisos de laboratorio, destinados a determinar la velocidad de la luz y que fueron elaborados más tarde, se emplean para el levantamiento geodésico. La argumentación teórica y la investigación experimental del principio (efecto) Doppler en la óptica han posibilitado la solución del problema de las velocidades radiales de los astros o de las masas luminosas en movimiento (protuberancias, rayos positivos) y condujeron a generalizaciones astronómicas bastante amplias. La medición comparativa de la velocidad de la luz en el vacío y en diferentes medios sirvió en su tiempo de *experimentum crucis* para elegir entre las teorías ondulatoria y corpuscular de la luz, y posteriormente condujo al concepto de velocidad de grupo que también tiene gran importancia en la física cuántica moderna. Al argumentar la teoría electromagnética de la luz, ha desempeñado un papel primordial la comparación de la velocidad de propagación de la luz con la constante c de la teoría de Maxwell, la cual significa, por una parte, la relación entre las unidades electromagnéticas y electrostáticas de la carga y, por otra, la velocidad de propagación del campo magnético. Por fin, la cuestión

acerca de la influencia del movimiento del sistema sobre la velocidad de propagación de la luz, así como todo el vasto conjunto de problemas teóricos y experimentales relacionados con esta tarea, condujeron a la enunciación del principio de relatividad de Einstein, que es una de las generalizaciones de la física teórica más fundamentales y que desempeña un papel muy importante tanto en la física como en la filosofía.

La mayor dificultad con que se enfrenta el investigador al determinar la velocidad de propagación de la luz, está relacionada con el enorme valor de dicha magnitud, que exige experimentos de otra escala, completamente diferente de la aplicada en las mediciones de la física clásica. Esta dificultad ya se manifestó en los primeros intentos científicos de determinación de la referida velocidad, emprendidos aún por Galileo (1607). El experimento del gran físico consistía en lo siguiente: dos observadores situados a gran distancia uno de otro estaban provistos de linternas que se tapaban. El observador A abría la linterna y en el transcurso de cierto tiempo la luz alcanzaba al observador B, quien inmediatamente, al verla, abría su linterna. Después de un tiempo determinado esta señal llegaba hasta el observador A, y éste podía, de esta manera, anotar el tiempo t transcurrido desde el momento de transmisión de la señal hasta su regreso. Suponiendo que los observadores reaccionaban a esta *inmediatamente* y que la luz tenía igual velocidad en ambas direcciones (AB y BA), obtendríamos que la misma recorría la distancia $AB + BA = 2D$ durante el tiempo t, es decir, que la velocidad de la luz $c = 2D/t$. La segunda de las hipótesis hechas puede considerarse bastante verosímil. La teoría de relatividad moderna incluso eleva esta hipótesis a un principio. Sin embargo, la suposición acerca de la posibilidad de reaccionar momentáneamente a la señal, no corresponde a la realidad, y por ello, siendo enorme la velocidad, las pruebas de Galileo no condujeron a ningún resultado. En realidad, no se medía el tiempo de propagación de la señal luminosa, sino el tiempo que el observador invertía en la reacción. La situación puede ser mejorada sustituyendo al observador B por un espejo que refleje la luz, evitando de esta forma el error introducido por uno de los observadores. Este esquema de mediciones, en efecto, existe en casi todos los procedimientos modernos de laboratorio para determinar la velocidad de la luz, no obstante, en lo sucesivo se han hallado métodos perfectos de registro de las señales, así como de medición de los intervalos de tiempo, lo que permitió determinar dicha velocidad con bastante precisión, incluso en distancias relativamente pequeñas.

§ 123. Métodos astronómicos de determinación de la velocidad de la luz

a. *Determinación de la velocidad de la luz según las observaciones de los eclipses de los satélites de Júpiter, efectuadas desde la Tierra. Método*

de Roemer. Júpiter posee varios satélites (lunas) queson vistos desde la Tierra en las proximidades del planeta o que se ocultan en su sombra. Las observaciones astronómicas de éstos muestran que el intervalo de tiempo medio entre dos eclipses sucesivos de cualquiera de los satélites depende de la distancia entre Júpiter y la Tierra durante los observaciones.

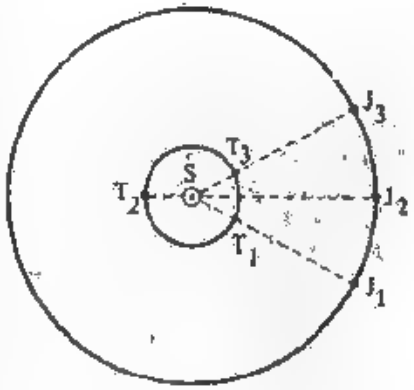


Fig. 20.1. Para determinar la velocidad de la luz según el método de Roemer.

El método de Roemer (1676), basado en estas observaciones, puede explicarse con ayuda de la fig. 20.1. Supongamos que en un momento determinado la Tierra (T_1) y Júpiter (J_1) se encuentran en *oposición* y precisamente en ese tiempo uno de los satélites de este último, observado desde la Tierra, desaparece en la sombra del planeta (en la figura, el satélite no se muestra). Si designamos por R y r los radios de las órbitas de Júpiter y la Tierra, respectivamente; y por c, la velocidad de la luz en el sistema de coordenadas relacionado con el Sol S, entonces, en la Tierra, la entrada del satélite en la sombra de Júpiter se registrará $(R - r)/c$ segundos más tarde que esto sucede en el sistema de referencia de tiempo relacionado con Júpiter.

Al transcurrir 0,545 de año, la Tierra (T_2) y Júpiter (J_2) se hallarán en *conjunción*. Si durante este tiempo tuviese lugar el n-ésimo eclipse de ese mismo satélite de Júpiter, entonces, en la Tierra, el mismo se registraría con un retraso de $(R + r)/c$ segundos. Por lo tanto, si el período de rotación del satélite alrededor de Júpiter es t, entonces, el lapso T_1 transcurrido entre el primer eclipse y el n-ésimo, observados desde la Tierra, será

$$T_1 = (n-1)\,t + \frac{R+r}{c} - \frac{R-r}{c} = (n-1)\,t + \frac{2r}{c}\,.$$

Al transcurrir otra vez 0,545 de año, la Tierra (T_3) y Júpiter (J_3) de nuevo se encontrarán en *oposición*. Durante ese tiempo se habrán realizado $(n - 1)$ revoluciones del satélite alrededor de Júpiter y $(n - 1)$ eclipses, el primero de los cuales tuvo lugar cuando la Tierra y Júpiter ocupaban las posiciones T_2 y J_2, y el último, cuando se hallaban en las posiciones T_3 y J_3. El primer eclipse fue observado en la Tierra con un retraso de $(R + r)/c$, y el último, con un retraso de $(R - r)/c$ respecto a los momentos de entrada del satélite en la

sombra de Júpiter. Así, pues, en este caso tenemos

$$T_2 = (n-1)\,t - \frac{R+r}{c} + \frac{R-r}{c} = (n-1)\,t - \frac{2r}{c}.$$

Roemer midió los lapsos T_1 y T_2 y vio que $T_1 - T_2 = 1980$ s. Pero de las fórmulas escritas anteriormente se deduce que $T_1 - T_2 = 4\,r/c$, por lo que $c = 4r/1980$ m/s. Tomando r (distancia media de la Tierra al Sol) igual a $150 \cdot 10^6$ km, obtendremos el valor de la velocidad de la luz:

$c = 301 \cdot 10^6$ m/s.

En la historia éste ha sido el primer resultado de medición de la velocidad de la luz

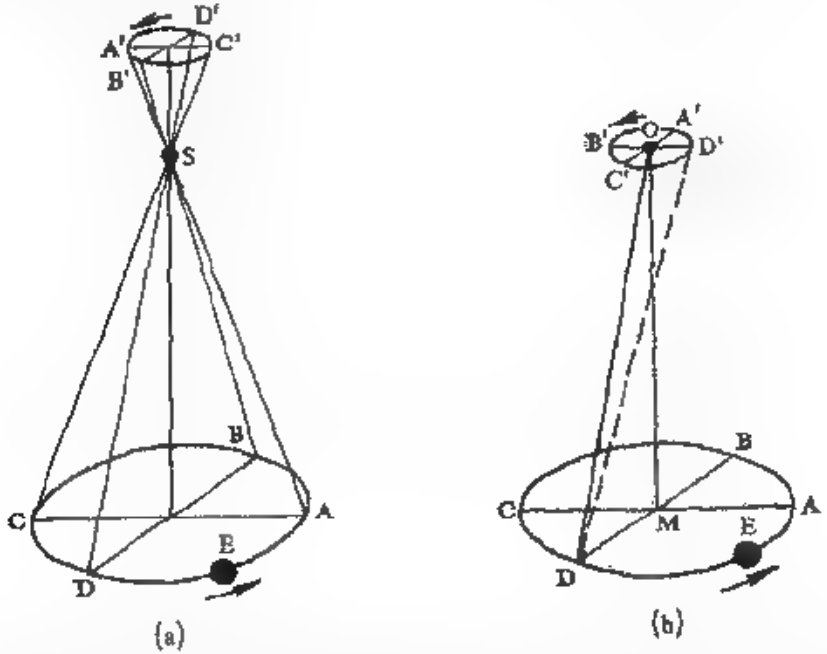


Fig. 20.2. Desplazamiento aparente de las estrellas condicionado por el movimiento anual de la Tierra:

a, a consecuencia de la paralaje anual, b, a consecuencia de la aberración de la luz. Las posiciones aparentes A', B', C' y D' de la estrella se comparan con los puntos correspondientes de la trayectoria E de la Tierra.

b. *Determinación de la velocidad de la luz mediante la observación de la aberración.* En los años 1725—1728, J. Bradley emprendió observaciones con el fin de aclarar si existía la *paralaje anual* de las estrellas, o sea, el desplazamiento aparente de éstas en la bóveda celeste, que refleja el movimiento de la Tierra por su órbita y que se halla relacionado con el carácter finito de la distancia entre esta última

y la estrella. Según puede verse fácilmente en la fig. 20.2, *a*, en su movimiento paraláctico, la estrella debe describir una elipse cuyas dimensiones son tanto mayores cuanto menor es la distancia hasta la estrella.

Para las estrellas que se hallan en el plano de la eclíptica, dicha elipse degenera en una recta, y para las que se encuentran en el polo, en una circunferencia. En efecto, Bradley descubrió semejante desplazamiento, pero el eje mayor de la elipse resultó tener *las mismas dimensiones angulares* en *todas* las estrellas, a saber, $2\alpha = 40'',9$, lo que es mucho mayor que el desplazamiento paraláctico esperado, incluso de la estrella más próxima al Sol; además, a consecuencia de la paralaje (véase fig. 20.2, *b*), la dirección del desplazamiento observado resultó perpendicular a la dirección esperada. Bradley estimó (1728) que el motivo de este fenómeno (al cual denominó *aberración de la luz*) se debía al carácter finito de la velocidad de propagación de la luz, y lo utilizó para determinar esa velocidad. La paralaje anual, mucho menos considerable y dependiente de la distancia hasta la estrella, fue descubierta cien años después por V. Ya. Struve y Bessel (años 1837, 1838).

Para mayor simplicidad, en vez del telescopio emplearemos un instrumento visor que consta de dos pequeños orificios situados a lo largo del eje del tubo. Cuando la velocidad de la Tierra coincide, según su dirección, con SE, el eje del tubo indica la estrella; y si la velocidad del planeta (y la del tubo) forma un ángulo φ con la dirección hacia la estrella, entonces, para que el rayo de luz permanezca en el eje del tubo, es necesario girar este último a un ángulo α (fig. 20.3), puesto que durante el tiempo τ mientras la luz recorre el tramo SE, el propio tubo se desplaza a la distancia $E'E = v_0\tau$. Basándose en la fig. 20.3 se puede determinar el giro α. Aquí ES es la dirección del eje del tubo sin tener en cuenta la aberración; SE', la dirección de desplazamiento del eje que asegura el paso de la luz a lo largo del eje del tubo durante todo el tiempo τ. En vista de que el ángulo α es muy pequeño, ya que $v_0 \ll c$ (prescindiendo de los términos del orden de v_0^2/c^2), se puede considerar que

$$\angle SE'P \approx \angle SEP = \varphi.$$

Entonces, del triángulo $E'SE$ obtenemos

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\varphi} = \frac{v_0\tau}{c\tau} \quad \text{ó} \quad \operatorname{sen}\alpha \approx \alpha = \frac{v_0}{c}\operatorname{sen}\varphi.$$

Si la estrella se halla en el plano de la eclíptica (fig. 20.4), la dirección del vector de velocidad de la Tierra v_0 varía con respecto a la dirección hacia la estrella (ES) durante el año, según la ley $\varphi = 2\pi t/T$; donde T es el período de rotación de la Tierra, y la dependencia entre el ángulo de aberración y el tiempo se expresa por la función periódica $\alpha\ (v_0/c)\ \operatorname{sen}\ (2\pi t/T)$. De esta manera, la direc-

ción hacia la estrella cambia periódicamente durante el año; la misma realiza oscilaciones aparentes con una amplitud angular $\alpha_0 = v_0/c$ alrededor de una posición media que corresponde al valor $\varphi = 0$ ó π.

Si la estrella se halla en el polo de la eclíptica (fig. 20.2, *b*), entonces $\varphi = 90°$ en el transcurso de todo el año, es decir, su desviación angular de la dirección OE (véase fig. 20.2, *b*) permanece constante en cuanto a su magnitud ($\alpha_0 = v_0/c$); pero como la dirección del vector v_0 varía durante el año en un ángulo de 2π, el desplazamiento angular de la estrella también cambia de dirección: ésta describe una órbita circular aparente $A'B'C'D'$ con un radio angular $\alpha_0 = v_0/c$.

En un caso general, cuando la estrella permanece a una distancia angular δ del plano de la eclíptica, su trayectoria de aberración

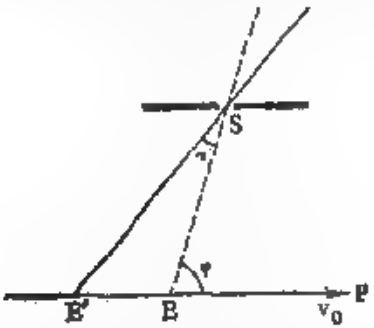


Fig. 20.3. Para el cálculo del desplazamiento de aberración.

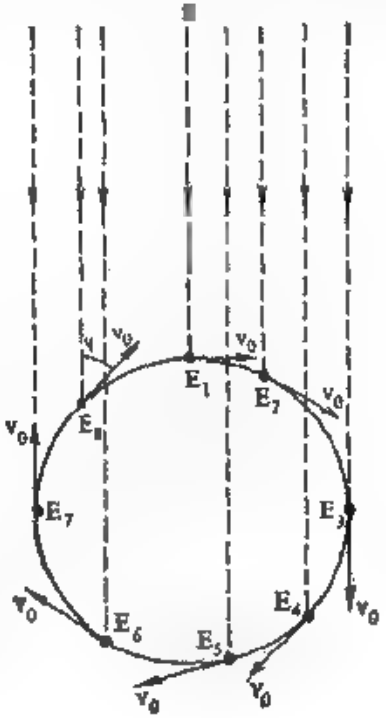


Fig. 20.4. Dibujo esquemático que aclara de qué modo varía la dirección de la velocidad de la Tierra con respecto a la recta que la une con la estrella S y que se halla en la superficie de la eclíptica.

representa una elipse cuyo semieje mayor tiene una dimensión angular de α_0, y el menor, de $\alpha_0 \operatorname{sen} \delta$. Según Bradley, éste era precisamente el carácter típico del desplazamiento aparente de las estrellas. Determinando, de las observaciones, el ángulo α_0 y conociendo v_0, puede calcularse c. Bradley halló que $c = 308\,000$ km/s. V. Ya. Struve (1845) mejoró considerablemente la precisión de las observaciones

y obtuvo $\alpha_0 = 20''$, 445. Las mediciones más recientes dan $\alpha_0 = 20''$, 470, a lo que corresponde $c = 299\,900$ km/s.

Es importante señalar que la aberracion de la luz está relacionada con la *variación* anual de la dirección de la velocidad de la Tierra. Su velocidad permanente, por grande que sea no se puede determinar mediante la aberración, puesto que con tal movimiento, la dirección hacia la estrella parmanecerá invariable y no es posible juzgar acerca de la existencia de dicha velocidad, ni tampoco acerca del ángulo que forma con la dirección a la estrella. La aberración de la luz da la posibilidad de juzgar sólo acerca de la *variación* de la velocidad de la Tierra.

Esa sencilla explicación de la aberración de la luz es fácil comprenderla dentro de los márgenes de las representaciones corpusculares de esta última, las cuales eran admitidas por el propio Bradley. Partiendo de tal punto de vista, la luz es un flujo de partículas que vuelan con una velocidad no dependiente, claro está, de la velocidad del tubo del dispositivo visor. Dentro de los márgenes de la teoría ondulatoria, el estudio de la aberración de la luz es más complicado y está relacionado con el problema de la influencia del movimiento de la Tierra sobre la propagación de la luz. En el § 130 volveremos a este tema.

§ 124. Métodos de laboratorio para determinar la velocidad de la luz

Como ya se ha mencionado, los métodos de determinación de la velocidad de la luz en condiciones de laboratorio son, en realidad, el perfeccionamiento del método de Galileo. Dos procedimientos resultaron exitosos: el de Fizeau, en el que los momentos de transmisión y registro de la señal de regreso (de interrupción) están automatizados, y el de Arago—Foucault, basado en la medición precisa del tiempo de recorrido de la señal luminosa (espejo giratorio). Ambos métodos se sometieron a reiterados perfeccionamientos incluso hasta la actualidad, además se empleaban los logros de la técnica experimental moderna. Merced a estos adelantos se ha podido, o bien aumentar en sumo grado la precisión de las mediciones iniciales, o bien reducir bastante la longitud de la línea de base a lo largo de la cual se investiga la propagación de la luz.

Además de los métodos indicados, han sido elaborados algunos, más, fundamentados en otros principios. Más abajo citaremos algunos de ellos.

a *Método de interrupciones.* En 1849 Fizeau por primera vez determinó la velocidad de la luz en condiciones de laboratorio. La peculiaridad característica de su método consistía en el registro automático de los momentos de transmisión y retorno de la señal,

realizado mediante la interrupción regular del flujo luminoso (rueda dentada) La fig. 20.5 muestra el esquema del experimento de Fizeau. La luz de la fuente S pasa hacia el espejo M por entre los dientes de la rueda giratoria W y, después de ser reflejada, debe ir de vuelta hacia el observador otra vez pasando entre los dientes de dicha rueda. Para mayor comodidad, el ocular E que sirve para la observación, se instala enfrente de a, la luz gira de S a W mediante el espejo semitransparente N. Si la rueda gira, además con tal velocidad angular que en el transcurso del movimiento de la luz de a a M y a la inversa, en lugar de dientes aparecen ranuras, y viceversa, entonces la luz que regresa no pasará hacia el ocular, de este modo, el observador no verá la luz (el primer eclipse). Al aumentar la velocidad angular, la luz llegará parcialmente al observador. Si la anchura de los dientes y los claros es la misma, entonces, cuando la velocidad es doble, se verá

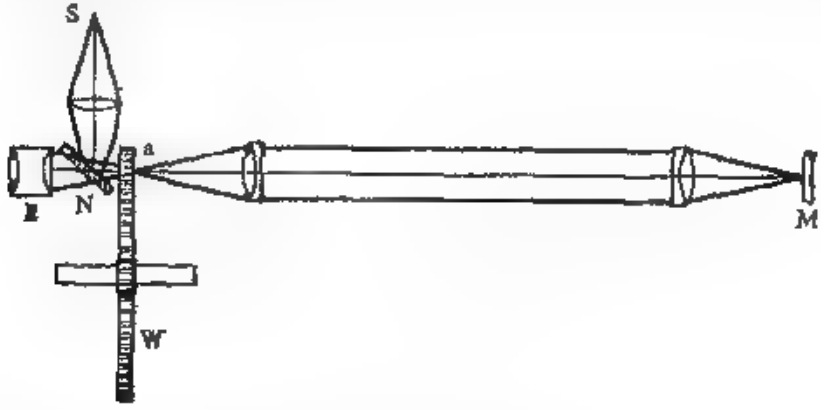


Fig. 20.5. Esquema del experimento para determinar la velocidad de la luz por el método de la rueda dentada.

el máximo de luz, cuando es triple, tendrá lugar el segundo eclipse, etc Sabiendo la distancia $aM = D$, el número de dientes z y la velocidad angular de rotación (número de revoluciones por segundo) ν, se puede calcular la velocidad de la luz. Así, pues, durante el primer eclipse, esta última, pasando el claro entre los dientes, al regresar tropezará contra el siguiente diente. Para esto es necesario que en el transcurso del tiempo $t = 2D/c$, la rueda gire a un ángulo π/z, es decir, el ángulo que separa el centro del claro del centro del diente vecino. Si el primer eclipse aparece con ν revoluciones por segundo, entonces, la condición expuesta se expresará de este modo:

$$\frac{2D}{c} = \frac{1}{2z\nu}, \quad \text{ó} \quad c = 4Dz\nu.$$

El segundo eclipse tendrá lugar cuando la velocidad angular sea triple, es decir, en el caso en que la luz retornada tropiece contra

el siguiente diente, etc. La principal dificultad de determinación consiste en definir con exactitud el momento del eclipse. La precisión se eleva aumentando la distancia D y cuando las velocidades de las interrupciones permite observar los eclipses de órdenes superiores. Así, Perroten realizó sus experimentos para $D = 46$ km, examinando el eclipse del orden trigésimo segundo. En estas condiciones son indispensables instalaciones de luminosidad, aire puro (observaciones en las montañas), buena óptica y potente fuente luminosa.

A continuación se citan los resultados obtenidos por el método de interrupciones (con los posteriores perfeccionamientos):

Fizeau (1849)	$D = 8{,}63$ km	$c = 315\,000$ km/s
Cornu (1876)	$D = 23$ km	$c = 300\,000 \pm 300$ km/s
Perroten (1902)	$D = 46$ km	$c = 299\,870 \pm 50$ km/s
Bergstrand (1950)		$c = 299\,793{,}1 \pm 0{,}25$ km/s

Actualmente, en lugar de una rueda giratoria se emplean con éxito otros métodos más perfectos de interrupción de la luz. Los mejores resultados se han obtenido por medio del condensador de Kerr (véase § 152), en el cual la superposición de un campo rápidamente variable permite realizar hasta 10^7 interrupciones por segundo. Esto da la posibilidad de mejorar en sumo grado la precisión de los resultados o reducir mucho la longitud de la línea de base D. Así, pues, en los experimentos de Anderson (1937), la longitud de la base D constituía sólo 3 m, es decir, toda la instalación cabía en la mesa de laboratorio. Los numerosos perfeccionamientos de los métodos de registro basados en los adelantos modernos de la radiotecnia y la electrónica, han permitido elevar considerablemente la precisión.

b *Método del espejo giratorio.* En 1862 Foucault ejecutó con éxito el segundo método, cuyo principio fue propuesto por Arago mucho antes (1838) a fin de comparar la velocidad de la luz en el aire con su velocidad en otros medios (agua). El procedimiento se fundamenta en las mediciones muy minuciosas de pequeños intervalos de tiempo, valiéndose de un espejo giratorio. La fig. 20.6 esclarece el esquema del experimento. Mediante el objetivo L, la luz de la fuente S se dirige al espejo giratorio R, se refleja de éste en dirección del segundo espejo C y vuelve hacia atrás, recorriendo un trayecto total de $2CR = 2D$ durante el tiempo τ. Este tiempo se estima por el ángulo de giro del espejo R, cuya velocidad de rotación es conocida; el propio ángulo de giro se determina midiendo el desplazamiento del punto luminoso que produce la luz retornada. Las mediciones se efectuan mediante el ocular E y la placa semitransparente M que desempeña las mismas funciones que en el método anterior; S_1 es la posición del punto luminoso cuando el espejo R permanece inmóvil, y S_1', su posición al girar el espejo. Una peculiaridad importante de la instalación de Foucault consiste en el empleo de un espejo esfé-

rico cóncavo C, cuyo centro de curvatura se halla en el eje de rotación R. Merced a esto, la luz reflejada de R a C siempre caía de nuevo sobre R; en caso de usar un espejo plano C, esto tendría lugar sólo con una orientación mutua determinada de R y C, o sea, cuando el eje del cono reflejado de los rayos se halle en sentido normal con respecto a C.

De acuerdo con la idea inicial de Arago, Foucault también realizó, mediante su dispositivo, la determinación de la velocidad de la luz en el agua, puesto que logró reducir la distancia RC hasta los 4 m, comunicándole al espejo 800 revoluciones por segundo. Las mediciones de Foucault mostraron que la velocidad de la luz en el agua es *menor* que en el aire, lo que concuerda con las representaciones de la teoría ondulatoria de la luz.

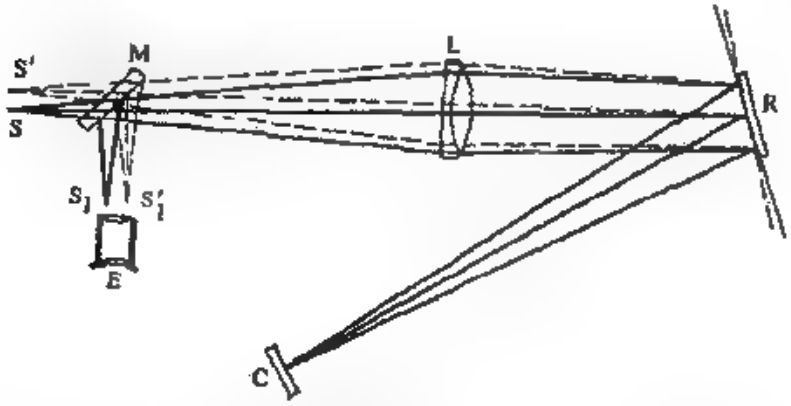


Fig. 20.6. Determinación de la velocidad de la luz por el método del espejo giratorio.

Los ulteriores perfeccionamientos del método de Foucault, que mejoraron la técnica del experimento con el espejo giratorio y aumentaron el trayecto RC, condujeron a una elevación considerable de la precisión, permitiendo a Michelson obtener muy buenos resultados en la determinación de la velocidad de la luz.

Los resultados de las mediciones por el método del espejo giratorio, son las siguientes:

Foucault (1862)	$c = 298\,000 \pm 500$ km/s
Newkomb (1891)	$c = 299\,810 \pm 50$ km/s
Michelson (1902)	$c = 299\,890 \pm 60$ km/s
Michelson (1926)	$c = 299\,796 \pm 4$ km/s

La última instalación de Michelson (año 1926) fue confeccionada entre dos cumbres montañosas, de este modo se logró una distancia $D \approx 35{,}4$ km (con más exactitud, 35 373,21 m). Un prisma octaédri-

co de acero que giraba con una velocidad de 528 rps servía de espejo. La fig. 20.7 muestra el esquema de la instalación de Michelson.

El tiempo durante el cual la luz recorría el trayecto completo era de 0,00023 s, de modo que el espejo tenía tiempo para dar 1/8 de vuelta, y la luz caía en la segunda arista del prisma. De esta manera, el desplazamiento del punto luminoso era muy insignificante y la determinación de su posición desempeñaba el papel de corrección y no de magnitud principal sujeta a medición, como en los primeros experimentos de Foucault, cuando todo el desplazamiento alcanzaba sólo 0,7 mm.

También han sido medidas con bastante exactitud las velocidades de propagación de las ondas hertzianas. En este caso se han empleado mediciones radiogeodésicas, es decir, la determinación de la distan-

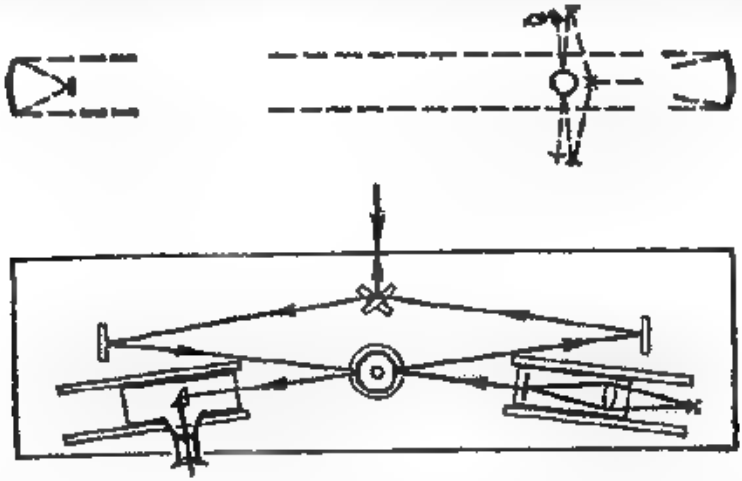


Fig. 20.7. Esquema de la instalación de Michelson para determinar la velocidad de la luz.

cia entre dos puntos, por medio de radioseñales y la ejecución simultánea de mediciones de triangulación precisas. El mejor valor obtenido por este método, reducido al vacío, es $c = 299\,792 \pm 2{,}4$ km/s. Por fin, la velocidad de las ondas hertzianas ha sido determinada por el método de ondas estacionarias formadas en un resonador cilíndrico. La teoría permite enlazar los datos de las dimensiones del resonador y su velocidad de resonancia con la velocidad de las ondas. Como los experimentos se realizaron con un resonador evacuado, no se necesitó la reducción al vacío. El mejor valor obtenido merced a este método es $c = 299\,792{,}5 \pm 3{,}4$ km/s

En 1972 el valor de la velocidad fue determinado a base de mediciones independientes de la longitud de onda y la frecuencia de la luz. Por varias causas fue elegido en calidad de fuente, el láser a mezcla de helio y neón que estimuló la emisión de 3,39 μm de longitud de

onda. Dicha longitud se midió a expensas de compararla interferométricamente con el patrón de longitud, o sea, con la longitud de onda de la radiación anaranjada del criptón (véase § 31). Por métodos de la óptica no lineal (generación de la radiación con armónicos sumarios y diferenciales, véase § 236) se pudo comparar la frecuencia de radiación del láser con el patrón de tiempo *. Así, pues, fue obtenido el valor de la velocidad de la luz $c = \lambda\nu$ que, según su precisión, supera en más de dos órdenes todos los valores conocidos hasta entonces:

$c = 299\,792\,456{,}2 \pm 1{,}1$ m/s.

Comparemos los mejores datos obtenidos por métodos diferentes:

Método del espejo giratorio	$c = 299\,796 \pm 4$ km/s (Michelson, 1926)
Método de interrupciones (perfeccionado)	$c = 299\,793{,}1 \pm 0{,}25$ km/s (Bergstrand, 1950)
Radiogeodesia	$c = 299\,792 \pm 2{,}4$ km/s (Aslakson, 1949)
Cavidad resonante	$c = 299\,792{,}5 \pm 3{,}4$ km/s (Essen, 1950)
Interferometría ultrahertziana	$c = 299\,792{,}2 \pm 0{,}2$ km/s (Frum, 1958)
Medición de la frecuencia y la longitud de onda	$c = 299\,792{,}4562 \pm 0{,}011$ km/s (Ivenson, 1972)

Esta comparación muestra la perfecta concordancia que justifica la precisión de la medición, indicada por los autores. La excelente coincidencia de la velocidad de las ondas luminosas y las ondas hertzianas confirma la veracidad de la teoría electromagnética de la luz, recordando que el primer argumento de Maxwell a favor de esta teoría, fue la igualdad (establecidad aún aproximadamente en aquel entonces) de la velocidad de la luz y la constante electrodinámica que determina la velocidad de propagación de las ondas hertzianas.

§ 125. Velocidades de grupo y de fase de la luz

Los métodos de determinación de la velocidad de la luz en condiciones de laboratorio, que permiten realizar estas mediciones en una base corta, dan la posibilidad de determinar la velocidad de la luz en diversos medios y, como consecuencia, comprobar las relaciones de la teoría de refracción de la luz. Como ya se indicó reiteradas veces, el índice de refracción de la luz, según la teoría de Newton, constituye $n = \operatorname{sen} i/\operatorname{sen} r = v_2/v_1$, y según la teoría ondulatoria, $n = \operatorname{sen} i/\operatorname{sen} r = v_1/v_2$, donde v_1 es la velocidad de la luz en el primer medio, y v_2, en el segundo. Aún Arago vio en esta diferencia la posi-

*) El segundo se determina como 9 192 631 770 períodos de oscilaciones en la radiación que corresponde a la transición entre dos niveles de la fisión hiperfina del estado fundamental del átomo de cesio 133.

bilidad de experimentum crucis y propuso la idea del experimento efectuado posteriormente por Foucault, quien halló el valor de la relación de las velocidades de la luz en el aire y en el agua, proximo a 4/3, como se desprende de la teoría de Huygens, y no a 3.4 como se deduce de la teoría de Newton. Es verdad que al momento de realizar estos experimentos (1862), la teoría ondulatoria de la luz ya no necesitaba semejantes argumentos complementarios. Sin embargo, a medida que se perfeccionaban los métodos de determinación de la velocidad de la luz, esta cuestión se sometía a la siguiente investigación experimental además, resultó que el problema era mucho más complicado. Así, para el agua, Michelson obtuvo $c/v = 1{,}33$ de acuerdo con el valor del índice de refracción de esta sustancia. Pero para el disulfuro de carbono halló $c/v = 1{,}75$, mientras que la determinación corriente del índice de refracción da $n = 1{,}64$. Fue Rayleigh quien encontró la explicación a esto y el que aclaró el carácter complejo de la noción de velocidad de la onda.

De la variación de la dirección de la normal ondulatoria en la superficie de separación de dos medios, la determinación general del índice de refracción $n = \operatorname{sen} i / \operatorname{sen} r = v_1 / v_2$ ofrece la razón de las velocidades de fase de la onda en estos dos medios. En cambio, el concepto de velocidad de fase es aplicable solo a ondas rigurosamente monocromáticas, que en realidad no existen puesto que si existiesen, serían en un plazo de tiempo ilimitadamente largo y estarían extendidas infinitamente en el espacio.

De hecho, siempre tenemos un impulso más o menos complicado, acotado en el tiempo y en el espacio. Durante la observación de tal impulso, podemos separar cualquier lugar determinado de éste, por ejemplo, el lugar de mayor intensidad del campo eléctrico o magnético que represente en sí el impulso electromagnético. La velocidad del impulso se puede identificar con la velocidad de propagación de uno de sus puntos cualesquiera, por ejemplo, del punto de mayor intensidad del campo. No obstante, en este caso hay que suponer que el impulso, al propagarse conserva su forma o, en todo caso, se deforma con bastante lentitud o se restablece periódicamente. Para aclarar esta circunstancia podemos representar el impulso como una superposición de un número infinitamente grande de ondas monocromáticas, próximas según la frecuencia (presentación del impulso en forma de la integral de Fourier). Por ejemplo, si todas estas ondas monocromáticas de longitud diferente se propagan con la misma velocidad de fase (el medio no tiene dispersión), entonces *con esta misma velocidad* también se desplaza el impulso, como íntegro, conservando su forma inalterable.

Sin embargo, el medio (salvo el vacío) se caracteriza generalmente por la dispersión o sea, las ondas monocromáticas se propagan con distintas velocidades de fase que dependen de su longitud; el impulso comienza a deformarse. En este caso la cuestión sobre la

velocidad del impulso se hace más complicada. Si la despersión no es muy grande, la deformación del impulso transcurre con lentitud, entonces podemos observar el desplazamiento de una amplitud determinada del campo en el impulso ondulatorio, por ejemplo, de la amplitud máxima del campo. No obstante, la velocidad de desplazamiento del impulso, denominada, por Rayleigh, *velocidad de grupo*, debe ser calculada por un método especial, puesto que se diferencia de la velocidad de fase de cualquiera de las ondas monocromáticas que lo componen.

Para simplificar el cálculo, representaremos el impulso no como un conjunto de un número infinito de sinusoides cercanas, sino en forma de un conjunto de *dos* sinusoides de igual amplitud y frecuencias próximas. Con esta simplificación, los rasgos principales del fenómeno se conservan. La superposición de estas sinusoides de

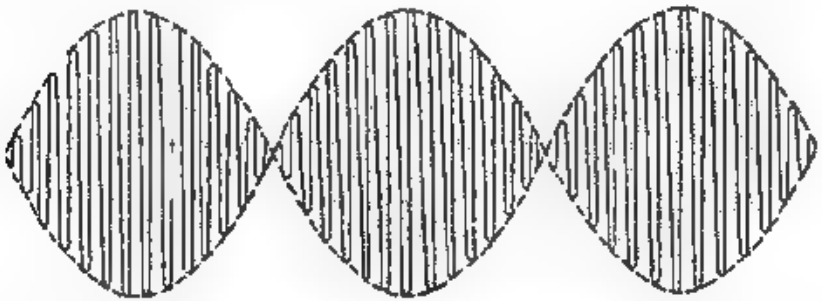


Fig. 20.8. Grupo de ondas que representa la superposición de dos ondas monocromáticas próximas según la frecuencia.

frecuencias próximas, produce un impulso cuya forma se ofrece en la fig. 20.8 (pulsaciones de oscilaciones de frecuencias próximas). Así, pues, nuestro impulso o, como suele decirse, *grupo* de ondas *), está compuesto de dos ondas

$$y_1 = a \operatorname{sen} (\omega_1 t - k_1 x) \text{ e } y_2 = a \operatorname{sen} (\omega_2 t - k_2 x),$$

donde las amplitudes se toman iguales, y las frecuecias y longitudes de ondas se diferencian poco una de otra, es decir,

$$\omega_1 = \omega_0 + \delta\omega, \quad \omega_2 = \omega_0 - \delta\omega,$$
$$k_1 = k_0 + \delta k, \quad k_2 = k_0 - \delta k,$$

*) El impulso que puede representarse en forma de un conjunto de un número infinito de sinusoides, cuyas frecuencias se diferencian *poco* una de otra, se denomina grupo de ondas.

donde $\delta\omega$ y δk son magnitudes pequeñas. El impulso (grupo de ondas) y es la suma de y_1 e y_2, o sea,

$$y = y_1 + y_2 = a \operatorname{sen}(\omega_1 t - k_1 x) + a \operatorname{sen}(\omega_2 t - k_2 x) =$$
$$= 2a \cos[1/2(\omega_1 - \omega_2)t - 1/2(k_1 - k_2)x] \operatorname{sen}[1/2(\omega_1 + \omega_2)t - 1/2(k_1 + k_2)x] = 2a \cos(t\delta\omega - x\delta k) \operatorname{sen}(\omega_0 t - k_0 x).$$

Introduciendo las designaciones $A = 2a \cos(t\delta\omega - x\delta k)$ representaremos nuestro impulso de modo $y = A \operatorname{sen}(\omega_0 t - k_0 x)$, donde A no es constante, sino que varía en el espacio y tiempo, pero de un modo *lento*, puesto que las magnitudes $\delta\omega$ y δk son pequeñas (en comparación con ω_0 y k_0). Por eso, admitiendo cierta negligencia, podemos considerar que el impulso es una sinusoide con una amplitud que varía lentamente (compárese la fig. 20.8).

Separando en el impulso algún punto con un valor A determinado (por ejemplo, un punto donde la magnitud A es máxima), determinaremos la velocidad de desplazamiento de dicho punto, la cual precisamente caracteriza la velocidad de propagación del impulso. Así, pues, la velocidad del impulso (del grupo), que según Rayleigh se denomina *velocidad de grupo*, es la velocidad de desplazamiento de la *amplitud*, y por lo tanto, de la *energía* transportada por el impulso en movimiento.

Para hallar la velocidad de grupo u, hay que escribir la condición de constancia de la amplitud, es decir,

$$t\delta\omega - x\delta k = \text{const}.$$

Al derivar encontramos que $\delta\omega dt - \delta k dx = 0$, o bien

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{\delta\omega}{\delta k} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Así, la onda monocromática se caracteriza por la velocidad de fase $v = \omega/k$, que significa la velocidad de desplazamiento de la *fase* mientras que el impulso se caracteriza por la velocidad de grupo $u = d\omega/dk$ correspondiente a la velocidad de propagación de la energía del campo de este impulso.

No es difícil hallar la relación entre u y v. Efectivamente,

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(vk)}{dk} = v + k\frac{dv}{dk},$$

o bien, puesto que $k = 2\pi/\lambda$ y, por consiguiente, $dk = -(2\pi/\lambda^2)d\lambda$,

$$k = \frac{dv}{dk} = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda^2}{2\pi}\frac{dv}{d\lambda} = \lambda\frac{dv}{d\lambda},$$

o sea, definitivamente

$$u = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda} \text{ (fórmula de Rayleigh).} \qquad (125\ 1)$$

Si $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ (dispersión normal), $u < v$; si $\frac{dv}{d\lambda} < 0$ (dispersión anómala), $u > v$. Si consideramos el índice de refracción no como función de la longitud de onda λ, sino de la frecuencia ω, la relación (125.1) puede representarse de otra forma. Teniendo en cuenta la relación $n\lambda = 2\pi c/\omega$, de (125.1) se desprende

$$u = \frac{c}{n + \omega\, dn/d\omega}. \qquad (125.2)$$

La expresión (125.2) muestra en forma explícita la dependencia entre la velocidad de grupo y las características del medio, o sea, del índice de refracción y $dn/d\omega$.

La diferencia entre u y v es tanto más considerable cuanto mayor es la dispersión * $dv/d\lambda$. En ausencia de la dispersión ($dv/d\lambda = 0$) tenemos $u = v$. Como ya hemos dicho, este caso solo se presenta para el vacío (véase § 154).

Rayleigh mostró que en los métodos conocidos de determinación de la velocidad de la luz, según la propia esencia de la metodología, nosotros nos enfrentamos no con una onda continua, sino que la dividimos en segmentos pequeños. En el método de interrupciones, la rueda dentada y otros interruptores dan una excitación luminosa creciente y disminuyente (véase fig. 1.9), es decir, un grupo de ondas. Lo mismo sucede en el método de Roemer, donde la luz es interrumpida por eclipses periódicos. En el método del espejo giratorio, la luz también cesa de llegar al observador, siendo suficiente el giro del espejo. En todos los casos citados, en el medio de dispersión medimos no la velocidad de fase, sino la de grupo.

Rayleigh suponía que en el método de aberración de la luz se media directamente la velocidad de fase, puesto que la luz en este caso no se interrumpía artificialmente. Sin embargo, Ehrenfest (1910) demostró que la observación de la aberración de la luz en principio no se diferencia del método de Fizeau, es decir, también proporciona la velocidad de grupo. En efecto, el experimento de aberración puede reducirse a lo siguiente. En un eje común están fijados rígidamente dos discos con orificios. La luz se emite a lo largo de la línea que une estos orificios y alcanza al observador. Pongamos en giro rápido toda

*) Al introducir el concepto de velocidad de grupo, nos limitamos al caso en que la dispersión no era muy grande, puesto que de lo contrario, el impulso se deformaría muy rápidamente y la noción de velocidad de grupo perdería todo el sentido. Así, por ejemplo, en las proximidades de la banda de absorción de la sustancia, donde la velocidad de fase cambia mucho en función de la frecuencia, la fórmula (125.1) podría dar un valor de u mucho mayor que la velocidad de la luz en el vacío, o bien una magnitud negativa. En este campo nuestra fórmula no es válida. La energía del impulso se propaga con una velocidad que puede llamarse *velocidad de la señal* (esta, según una investigación especial, coincide con la velocidad de grupo fuera de dicho campo, mientras que dentro de él permanece inferior a la velocidad de la luz en el vacío.

la instalación. Puesto que la velocidad de la luz es finita, ésta no pasará por el segundo orificio. Para dejarla pasar es necesario girar un disco respecto a otro a un ángulo determinado por la relación entre las velocidades de los discos y la luz. Esto es un experimento típico de aberración, sin embargo, no se diferencia en nada del de Fizeau; en el que, en lugar de dos discos giratorios con orificios, figura un disco y un espejo para el giro de los rayos, es decir, en esencia también son dos discos: el real y su imagen en el espejo inmóvil. Así, pues, el método de aberración nos da lo mismo que el de interrupciones, o sea, la velocidad de grupo.

De este modo, en los experimentos de Michelson, tanto con el agua como con el disulfuro de carbono, se medía la correlación de las velocidades de grupo y no la de las de fase, pero para el agua, $dv/d\lambda$ es tan insignificante que prácticamente $u = v$, por eso $c/u \approx c/v = n$; en cambio, para el disulfuro de carbono, $dv/d\lambda$ es considerable, de modo que $u < v$ y $c/u > c/v$, esto fue lo que precisamente descubrió Michelson en su experimento ($c/u = 1{,}76$ y $c/v = 1{,}64$). La medición minuciosa de la dispersión del disulfuro de carbono mostró que la relación que obtuvo Michelson, en efecto corresponde a la relación de las velocidades de grupo que ofrece la fórmula de Rayleigh.

21. EFECTO DOPPLER

§ 126. Introducción

En el capítulo anterior fueron descritos diferentes métodos de determinación de la velocidad de la luz. Al mismo tiempo, numerosos fenómenos de interferencia y difracción antes mencionados, nos proporcionan metodos directos de medición de la longitud de onda de la luz en un medio λ y en el vacío $\lambda_0 = n\lambda$. También se puede hallar, mediante estas dos magnitudes, la frecuencia de la radiación emitida $\nu = v/\lambda = c/\lambda_0$ o su período $T = 1/\nu = \lambda_0/c$.

La frecuencia o el período de rádiación emitida, casi monocromática, es de por sí una característica de los procesos intraatómicos que condicionan la emisión. Aún no poseemos métodos de medición directa de tales frecuencias*). Estas se determinan a base de medir c y λ_0. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que la longitud de onda o la frecuencia de la luz observada puede no coincidir con las correspondientes longitudes de ondas o frecuencias de la luz emitida por el átomo. Mejor dicho, la frecuencia o longitud de onda percibida no depende

*) A diferencia de la acústica y radiotecnia, donde existen procedimientos de determinación directa de las frecuencias. Acerca de los estándares cuánticos modernos de frecuencia véase, por ejemplo, la monografía de *M. E. Zhabotinski* y *V. F. Zolin*, Estándares cuanticos de frecuencia (en ruso)

sólo de los procesos intraatómicos que los condicionan, sino también del sistema de coordenadas al que están ligados los instrumentos de observación. La frecuencia del proceso ondulatorio será diferente si se aprecia mediante dispositivos inmóviles con relación a la fuente o que se mueven respecto a ésta.

Esta observación fue enunciada por primera vez por Doppler (1842), quien señaló que la frecuencia percibida se hacía *mayor* al acercar el foco al dispositivo receptor, y *menor*, alejándolos uno de otro.

Los razonamientos de Doppler son aplicables a todos los fenómenos ondulatorios: ópticos, acústicos, etc. Doppler observó (cualitativamente) el referido fenómeno, predicho por él, en los procesos acústicos y emitió la opinión de que la diferencia de color de algunas estrellas se debe a su movimiento respecto a la Tierra. Esta última conclusión es incorrecta. Para la inmensa mayoría de las estrellas, la influencia de su movimiento sólo se manifiesta en los cambios insignificantes de la posición de las líneas espectrales en el espectro de las mismas. Sin embargo, no suscita dudas la aplicación del principio Doppler para los fenómenos ópticos. La ejecución experimental segura del efecto óptico Doppler, así como su aplicación más provechosa, en realidad fueron posibles, por primera vez, al observar los fenómenos astronómicos.

La interpretación del problema depende en mucho de si podemos hablar sólo del movimiento *relativo* del foco y el receptor uno respecto a otro, o tiene sentido hablar de la velocidad de la perturbación *con relación* al medio, es decir, tomar en consideración el movimiento del foco y el receptor en este medio.

§ 127. Efecto Doppler en la acústica

Sin duda alguna, para las ondas sonoras tiene lugar el segundo caso, o sea, las ondas acústicas se propagan en un medio (gas), dentro del cual pueden moverse el foco y el receptor, por eso tiene sentido la cuestión no sólo sobre su movimiento uno respecto a otro (movimiento relativo), sino también acerca del movimiento de ambos con relación al medio.

Por lo tanto examinemos cada caso por separado: a) movimiento del foco y b) movimiento del receptor.

a) El foco (la fuente) se mueve respecto al medio con una velocidad v. La velocidad c de la onda en el medio es constante y no depende del desplazamiento del foco.

Sea que el receptor se halle en el punto B y el foco S_1 se mueva a una velocidad v a lo largo de la línea S_1B que une la fuente con el receptor (fig. 21.1). La onda emitida en el momento de tiempo t_1, cuando la fuente se encuentra a la distancia $S_1B = a$ del dispositivo, llegará a éste en el momento de tiempo

$$\theta_1 = t_1 + a/c;$$

la onda emitida en $t_2 = t_1 + \tau$ alcanzará el receptor en

$$\theta_2 = t_1 + \frac{a \pm v\tau}{c},$$

ya que para el momento t_2, la distancia entre la fuente y el dispositivo será igual a $(a + v\tau)$ ó $(a - v\tau)$ en dependencia de la dirección del movimiento. Así, las ondas emitidas por la fuente durante el lapso $\tau = t_2 - t_1$ accionarán sobre los dispositivos en el transcurso de tiempo

$$\theta = \theta_2 - \theta_1 = \tau (1 \pm v/c).$$

Si ν_0 es la frecuencia de la fuente, durante el tiempo τ ella emitirá $N = \nu_0 \tau$ ondas y, por consiguiente, la frecuencia percibida por el

Fig. 21.1. Para la deducción de la fórmula de Doppler en el caso de movimiento del foco respecto al medio

Fig. 21.2. Para la deducción de la fórmula de Doppler en el caso de movimiento del receptor con relación al medio.

dispositivo será $\nu = N/\theta$. Esta frecuencia es igual a

$$\left.\begin{aligned} \nu' &= \frac{\nu_0}{1 + v/c} \text{ en el caso de que la fuente se aleje,} \\ \nu'' &= \frac{\nu_0}{1 - v/c} \text{ en el caso de que la fuente se acerque} \end{aligned}\right\} \quad (127.1)$$

Como la velocidad de la onda en el medio es determinada por las propiedades de este último, es decir, no depende del movimiento de la fuente y permanece igual a c, en el caso examinado debe registrarse obligatoriamente *una variación de la longitud de onda.*

Si designamos por λ_0 la longitud de onda registrada cuando la fuente no se mueve, y por λ, la longitud de onda cuando la fuente se mueve, hallaremos

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}, \quad \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{\nu_0}\left(1 \pm \frac{v}{c}\right) = \lambda_0\left(1 \pm \frac{v}{c}\right). \quad (127.2)$$

Así, pues, al desplazarse la fuente en el medio, la *velocidad* de la onda respecto al dispositivo que se encuentra en este medio permanece constante, mientras que la *frecuencia* y la *longitud* de onda percibidas por el receptor varían. Con otras palabras, el experimento equivalente al de Fizeau nos da, para la velocidad de la onda acústica, el mismo valor que cuando la fuente sonora permanece inmóvil, mientras que el experimento de interferencia nos proporciona la

longitud de onda modificada. Lo mismo concierne a la frecuencia, la cual en caso de ondas acústicas puede observarse directamente, por ejemplo, comparándola con una sirena que suena al unísono.

b) El receptor se mueve con una velocidad v respecto al medio, y la velocidad de la onda en este último es igual a c (*fig.* 21.2). Repitiendo los razonamientos anteriores deberíamos escribir para θ_1 y θ_2, respectivamente:

$$\theta_1 = t_1 + \frac{a}{c \mp v}, \quad \theta_2 = t_2 + \frac{a \pm v\tau}{c \mp v},$$

puesto que la onda y el dispositivo se acercan con una velocidad $c \mp v$ (la velocidad de la onda respecto al dispositivo) (véase fig. 21.2). De esta forma

$$\theta = \tau\left(1 \pm \frac{v}{c \mp v}\right),$$

y la frecuencia percibida por el receptor será

$$\left.\begin{aligned} \nu' &= \frac{\nu_0}{1 + v/(c-v)} = \nu_0(1 - v/c) \text{ en caso de que el dispositivo se aleje.} \\ \nu'' &= \frac{\nu_0}{1 - v/(c+v)} = \nu_0(1 + v/c), \text{ en caso de que el dispositivo se acerque.} \end{aligned}\right\} \quad (127.3)$$

Durante el movimiento del receptor, la velocidad de la onda con relación a éste, es la suma de las velocidades de la propia onda y el dispositivo respecto al medio, es decir, es igual a

$$(c \mp v) = c\,(1 \mp v/c).$$

Por lo tanto, la longitud de la onda percibida por el receptor permanece invariable. En efecto,

$$\lambda = \frac{c \mp v}{\nu} = \frac{c\,(1 \mp v/c)}{\nu_0\,(1 \mp v/c)} = \frac{c}{\nu_0} = \lambda_0. \quad (127.4)$$

Así, pues, en caso de movimiento del receptor, la *frecuencia* y *velocidad* de la onda varían respecto al dispositivo, mientras que la longitud de onda que percibe éste, *permanece constante*.

Los experimentos para determinar la velocidad del sonido, su frecuencia y longitud de la onda sonora podrían confirmar lo dicho.

Las fórmulas deducidas se refieren al caso en que la observación se lleva a cabo *a lo largo* de la línea BS, por la cual se mueve la fuente o el dispositivo. Nuestros razonamientos sufrirán ciertas variaciones si la dirección de la observación forma con la del movimiento un ángulo φ. Primero, para el desplazamiento del receptor es necesario sustituir $(c \mp v)$ por $(c \mp v\cos\varphi)$ puesto que precisamente esta magnitud nos da la velocidad de acercamiento de la onda y el

dispositivo en el caso que se examina (fig. 21.3); segundo, en la expresión para θ_2, en vez de $(a + v\tau)$ entrará $(a \pm v\tau \cos \varphi)$ a causa de que $BS_2 = BS_1 \pm S_1S_2 \cos \varphi$. En este caso se supone que el valor de $v\tau$ es pequeño en comparación con el de $S_1B = a$. De este modo, los resultados definitivos corresponden a la sustitución de v por $v \cos \varphi$, es decir, a la introducción de la *componente* de la velocidad a lo largo de la línea SB (velocidad radial). Obtendremos al final:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 \mp v \cos \varphi/c} = \frac{\nu_0 (1 \mp v \cos \varphi/c)}{1 - (v \cos \varphi/c)^2} \quad \text{en el caso de movimiento de la fuente,} \tag{127.5}$$

$$\nu = \nu_0 (1 \mp v \cos \varphi/c) \quad \text{en el caso de movimiento del dispositivo.} \tag{127.6}$$

Así, pues, para el caso de movimiento en un *medio* poseemos dos fórmulas *distintas* que se diferencian una de otra por el factor

$$\frac{1}{1 - (v \cos \varphi/c)^2},$$

es decir, por el factor que difiere de la unidad en una magnitud de *segundo orden de infinitud* (con relación a v/c) *.

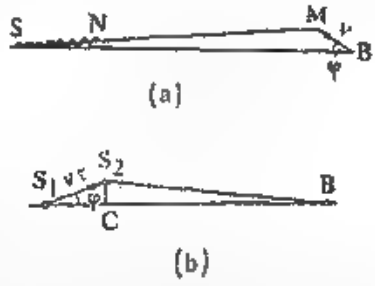


Fig. 21.3. Para la deducción de la fórmula de Doppler.

a, la velocidad del dispositivo forma un ángulo φ con la línea foco — dispositivo; b, la velocidad del foco forma un ángulo φ con la línea foco — dispositivo

Para la mayoría de los casos que se estudian en la acústica, esta diferencia es pequeña, por lo cual a menudo se menosprecia. Pero la misma tiene importancia en principio, además, para los procedimientos técnicos actuales a veces alcanza valores bastante altos. Así, los aviones modernos pueden desarrollar una velocidad de unos 1 000 km/h y más, de modo que v/c alcanza el 80%, y la diferencia de las dos fórmulas citadas anteriormente resulta considerable.

Si el dispositivo se mueve con una velocidad v respecto al medio, y la fuente, con una velocidad u, no es difícil establecer la fórmula que describa la situación para dicho caso. Empleando sucesivamente las fórmulas antes deducidas, y suponiendo que la fuente y el receptor se mueven en una misma dirección, alcanzando uno a otro, obtenemos

$$\nu = \nu_0 \frac{1 + v/c}{1 + u/c}. \tag{127.7}$$

Siendo $u = v$, hallaremos $\nu = \nu_0$ con *bastante precisión*.

*) Las fórmulas deducidas no se refieren a las velocidades supersónicas.

Por consiguiente, el efecto Doppler no ocurre en el caso cuando la fuente y el dispositivo se mueven a la par (o sea, son inmóviles uno respecto a otro). Sin embargo, si $v \neq u$, entonces tendrá lugar el efecto Doppler, con la particularidad de que la variación observada de frecuencia no depende de la diferencia entre u y v, sino de las propias magnitudes u y v. Por esta razón, en este caso dicho fenómeno permite determinar no sólo la velocidad de la fuente con *relación al dispositivo*, sino también la velocidad de la fuente y el dispositivo *respecto al medio*.

En 1845 este fenómeno se estudió experimentalmente (Buys Ballot) y las fórmulas teóricas fueron controladas cuantitativamente mediante la observación del cambio de la altura del sonido de un instrumento musical que sonaba en la plataforma de un tren que pasaba por la estación. La variación de la altura del sonido, los observadores y músicos la apreciaban de oído. Los experimentos fueron repetidos más tarde, siendo la velocidad del tren de hasta 120 km/h.

§ 128. Efecto Doppler en la óptica

En la óptica, la cuestión acerca de la propagación de las ondas en el medio es mucho más complicada. Se sabe que las ondas luminosas pueden propagarse en un espacio que no está saturado de ninguna sustancia conocida por nosotros (*en el vacío*).

El efecto Doppler debería enfocarse del mismo modo que antes, si se partiera de la representación del vacío como un medio en el que se propagan las ondas electromagnéticas y con relación al cual puede medirse la velocidad del foco y el receptor (el éter inmóvil de la teoría de Lorentz, véase cap. XXII).

Entonces llegaríamos a dos fórmulas diversas que se diferenciarían en un valor de segundo orden respecto a v/c. A causa de que incluso para el movimiento de la Tierra por su órbita, la magnitud v/c no supera 10^{-4}, la diferencia entre ambas fórmulas es sólo de 10^{-8}. En la mayoría de los casos experimentales, dicha diferencia es aún menor. La misma no puede averiguarse observando directamente el valor del desplazamiento Doppler. Sin embargo, como es sabido, se logró realizar otros ensayos ópticos (por ejemplo, el experimento de Michelson, véase § 130) que eran lo suficiente precisos para registrar las pequeñas diferencias indicadas, si éstas existieran. Semejantes pruebas mostraron que no existe dicha diferencia esperada dentro de los márgenes de presentación de la propagación de las ondas luminosas en el éter inmóvil. Todos los procesos sin excepción, transcurren de manera que sólo tiene importancia el movimiento *relativo* de los focos y los dispositivos unos respecto a otros, puesto que el concepto de movimiento absoluto en el vacío no tiene sentido (*principio de relatividad*, véase cap. XXII). Por esta razón, para los casos antes

analizados, las fórmulas que describen el efecto Doppler no deben diferenciarse una de otra, ya que de esta manera podríamos, mediante este efecto, constatar la posibilidad en principio del movimiento absoluto del sistema en el vacío, lo cual contradice el principio de relatividad. En efecto, si al deducir las fórmulas para el cálculo del efecto Doppler, se toman en consideración los principales postulados y corolarios de la teoría de relatividad, obtendremos para ambos casos (movimiento de la fuente y el dispositivo) el mismo resultado, a saber:

$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1 \pm v/c}{1 \mp v/c}}. \qquad (128.1)$$

En el siguiente capítulo, dedicado a los principios de la óptica de sistemas en movimiento, examinaremos con más detalle esta cuestión.

La confirmación experimental del principio de Doppler fue obtenida antes que nada en las mediciones astronómicas. Después de establecer que debían esperarse variaciones insignificantes en la frecuencia de las rayas espectrales de las estrellas, se iniciaron numerosas observaciones de este tipo. Por primera vez se logró registrar con seguridad el desplazamiento de las líneas de hidrógeno en los espectros de las estrellas Wega y Sirio en comparación con las líneas correspondientes del espectro en el tubo de Geissler, atribuyendo este desplazamiento al movimiento de las estrellas con relación a la Tierra. En lo sucesivo, semejantes mediciones se realizaron y siguen realizándose con mucha frecuencia. Hablando en rigor, con su ayuda no se puede comprobar el efecto Doppler, puesto que no tenemos la posibilidad de medir directamente la velocidad de la estrella. Al contrario, tales observaciones se emplean para determinar la componente de la velocidad de la estrella a lo largo de la línea que une esta última y la Tierra (velocidad de rayo de las estrellas), suponiendo que el principio de Doppler sea correcto. En la actualidad dichas mediciones se han llevado a cabo hasta un grado elevado de precisión (con una exactitud de 1 km/s), sirviendo de método casi único de investigación de las velocidades de rayo de los cuerpos cósmicos. Merced al efecto Doppler, fueron descubiertas estrellas dobles tan alejadas que es imposible examinarlas mediante telescopios. Las líneas espectrales de tales estrellas se convierten periódicamente en dobles. Esto puede explicarse tan sólo suponiendo que de fuente sirven dos cuerpos que se acercan y se alejan alternativamente, o sea, que giran alrededor de un centro de gravedad común. Partiendo de dichas observaciones también es fácil calcular el período de rotación de las estrellas dobles alejadas, así como sus velocidades de rayo, es decir, las velocidades a lo largo de la línea de observación.

En astrofísica, el efecto Doppler también se emplea con frecuencia para valorar la velocidad de erupción de las masas de hidrógeno que se observan en el Sol (protuberancias). La medición de las variacio-

nes registradas de la frecuencia de las líneas de hidrógeno para la velocidad de la nube de hidrógeno ofrece valores superiores a 100 km/s (e incluso hasta 1 000 km/s).

El método espectroscópico de determinación de la velocidad de los cuerpos celestes fue empleado por Vogel (1861) y más tarde por Langley y Cornu al medir la velocidad de rotación del disco solar. Con este fin se comparaba el desplazamiento de las líneas espectrales desde los bordes oriental y occidental del Sol. En su diámetro la velocidad lineal resultó ser igual a 2,3 km/s, mientras que las observaciones directas del desplazamiento de las manchas solares dan unos 2 km/s. En semejantes experimentos puede verse la confirmación cuantitativa del efecto Doppler.

Fue A.A. Belopolski (1900) quien por primera vez investigó en el laboratorio el efecto óptico Doppler; más tarde sus experimentos fueron repetidos por B. B. Golitsin (1907). Belopolski aumentó la velocidad del movimiento del foco, utilizando la reflexión múltiple de los espejos en movimiento. La fig. 21.4 muestra el esquema que aclara la idea del científico. Dos espejos A y B se desplazan uno con relación a otro. En medio de los espejos se ubica el foco S a la distancia x de cada uno de ellos, de modo que $SN = x$. Entonces $SS' = 2x$; $SS'' = 4x$, etc. En general, la n-ésima imagen resultará a la distancia $2nx$ del foco. Si la distancia x desde S hasta el espejo varía a velocidad de $v = dx/dt$ (los espejos se mueven) en este caso se mueven también todas las imágenes, por lo tanto la velocidad de la n-ésima imagen será

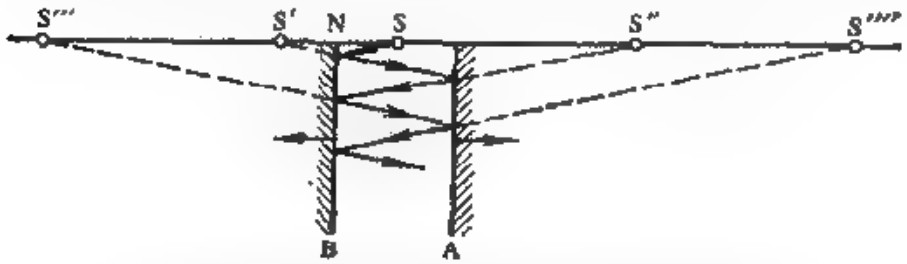


Fig. 21.4. Esquema de los experimentos de A. A. Belopolski:
S es el foco luminoso, A y B, espejos en movimiento, S', S'', S''', y S'''', las imágenes de S en movimiento.

$$w = \frac{d(2nx)}{dt} = 2nv,$$

Así, pues, el dispositivo de Belopolski permite elevar considerablemente la velocidad del foco que se observa y que es de por sí la n-ésima imagen del foco real.

En el dispositivo de Belopolski (fig. 21.5), los espejos son unas paletas radiales de dos ruedas (semejantes a las de los barcos) que se ponen en rotación mediante motores. La velocidad final w constituía cerca de 500 m/s (en los experimentos de Belopolski, 0,67 km/s, y en los de Golitsin, de 0,25 a 0,35 km/s). En la variante de Belopolski, en calidad de aparato espectral para observar los desplazamientos sirvió un espectrógrafo de tres prismas, Golitsin empleó el escalón de Michelson. La divergencia entre los datos experimentales y la teoría era del 5%, lo que se admite como un resultado magnífico para ensayos tan difíciles.

Más tarde Fabry y Buisson (1919) ejecutaron semejantes mediciones mediante un procedimiento más simple, utilizando el elevado poder separador del espectroscopio de interferencia. De foco luminoso sirvió una lámpara de vapor de mercurio (o lámpara de Cooper—

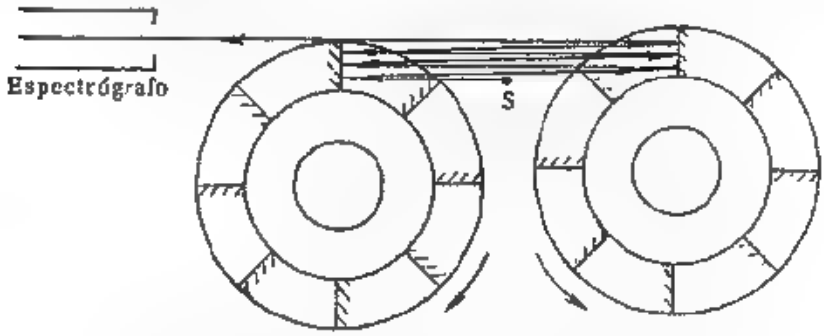


Fig. 21.5. Esquema del dispositivo de A. A. Belopolski.

Hewitt) refrigerable, cuya radiación era reflejada por los bordes de un disco de papel que giraba en una centrífuga, con la particularidad de que la velocidad lineal del borde del disco alcanzaba 100 m/s; la raya espectral reflejada por los dos bordes contrarios del disco giratorio, daba una línea doble separada con seguridad por el dispositivo de interferencia.

Stark observó el desplazamiento de las rayas espectrales, usando, en calidad de foco, los átomos luminosos de gran velocidad en los rayos positivos. Empleando el efecto Doppler, de estos experimentos puede hallarse la velocidad de los rayos positivos. Las observaciones concordaron satisfactoriamente con la evaluación de estas velocidades según los datos de desviación en los campos magnético y eléctrico. Para el hidrógeno, las velocidades obtenidas son tan considerables (del orden de 10^8 cm/s) que el desplazamiento puede registrarse sin gran dificultad mediante un espectrógrafo de prismas de poder separador moderado.

En el tubo de rayos positivos (fig. 21.6) se iluminan tanto los átomos inmóviles como las partículas positivas (o partículas canales) de gran velocidad. Los primeros dan rayas intensas, mientras que las partículas en movimiento (con distintas velocidades) dan rayas que se funden en una banda ensanchada y desplazada con relación a las primeras. En la fig. 21.7 se ven perfectamente tanto las rayas intensas H_γ y H_δ de los átomos de hidrógeno en reposo, como las ensanchadas de los rayos positivos de hidrógeno desplazadas a la izquierda.

Por último es necesario decir que en todos los focos luminosos de gas siempre nos enfrentamos con los átomos luminosos de ese gas, los cuales se mueven con velocidades bastante grandes en todas las direcciones (en función de la masa molecular del gas y su temperatura, las velocidades varían dentro de los límites de 100 m/s a 2 km/s).

Fig. 21.6. Observación del efecto Doppler mediante rayos positivos.

Fig. 21.7. Espectro de hidrógeno emitido por átomos en movimiento e inmóviles.

Las rayas espectrales resultan ensanchadas a causa del desplazamiento Doppler. Si el gas está muy rarificado, cuando las colisiones entre los átomos luminosos y las partículas circundantes son poco frecuentes, el efecto Doppler es la principal causa que determina la anchura de la raya espectral. En las condiciones indicadas, la observación del ensanchamiento de las rayas espectrales también es una confirmación del efecto Doppler. Por ejemplo, se pudo establecer que al enfriar tal foco con aire líquido, la anchura de las rayas disminuía con relación a la reducción de las velocidades moleculares medias.

22. OPTICA DE LOS MEDIOS EN MOVIMIENTO

Ya al estudiar el efecto Doppler, chocamos con la cuestión de cómo transcurre el fenómeno óptico en caso de movimiento del sistema donde tiene lugar este fenómeno. Al examinar dicho problema, cobra gran importancia la respuesta a la pregunta de si es posible establecer el movimiento del foco luminoso y de los dispositivos que perciben la luz con relación al medio en el cual ésta se propaga, o sólo se puede implantar el movimiento relativo del foco y el receptor de la luz, uno respecto a otro. Así nos aproximamos al problema general de la óptica (y electrodinámica) de los medios en movimiento, que tiene gran importancia en principio, puesto que la inmensa mayoría de nuestros experimentos transcurren en laboratorios terrestres, es decir, en un sistema que se mueve con respecto a otros cuerpos celestes. Presenta interés el saber si se refleja este hecho en el curso de los fenómenos observados y cómo precisamente.

§ 120. Principio de relatividad en la mecánica y fórmulas de transformación de Galileo

Las leyes físicas, incluidas las de la mecánica de Newton y, en particular, la ley de la inercia, tienen determinado sentido sólo cuando se fijan con precisión las condiciones reales de desarrollo de los fenómenos sujetos a examen y, como consecuencia, se indica el sistema de referencia al que pertenecen.

Imaginémonos varios sistemas de referencia, uno de los cuales está relacionado con la orilla, y los otros, con diversos barcos que se mueven respecto a ésta. Supongamos que por la orilla se mueve algún cuerpo, sobre el cual, en el primer sistema de referencia, no actúa fuerza alguna, por ejemplo, por una mesa horizontal rueda una bola sin rozamiento. Este movimiento en dicho sistema transcurrirá en forma rectilínea y uniforme, o sea, éste será de por sí un movimiento por inercia de acuerdo con las leyes de Newton. Supongamos que semejantes experimentos (la bola que rueda sin rozamiento por una mesa horizontal) se realizan en cada barco. Para todos los sistemas de referencia, ligados a los barcos, que se mueven uniforme y rectilíneamente respecto a la orilla, el movimiento de las bolas también será uniforme y rectilíneo, es decir, será un movimiento por inercia, según el sentido newtoniano. Sin embargo, en el sistema de referencia, relacionado con el barco que pasa a lo largo de la orilla con aceleración, el movimiento de las bolas no será uniforme y rectilíneo, sino acelerado. Por consiguiente, en este sistema el movimiento ya no es por inercia, en él actúan ciertas fuerzas (fuerzas de inercia) que comunican aceleración a los cuerpos.

De este modo, la ley de movimiento se enuncia de la misma manera sólo para los sistemas de referencia que se mueven de modo uniforme y rectilíneo uno respecto a otro; estos sistemas forman el conjunto de los denominados sistemas *inerciales*.

Así pues, las leyes de la mecánica se formulan igualmente para todos los sistemas inerciales y su enunciación cambia para el sistema de referencia que se mueve con aceleración respecto a los sistemas inerciales. Eso ocurre a causa de que en la ley principal de la mecánica newtoniana entra la expresión de la *aceleración* del cuerpo y no de su velocidad $m\,(d^2x/dt^2) = F$. Por lo tanto la adición de cualquier velocidad constante, o sea, el paso a cualquier otro sistema inercial no se reflejará en la enunciación de las leyes mecánicas. La necesidad de determinar el sistema de referencia, para el cual han sido formuladas las leyes de la mecánica, obligó a Newton a introducir el concepto de espacio absoluto en calidad de sistema inicial. Pero todos los sistemas en movimiento uniforme y rectilíneo respecto a este espacio absoluto, es decir, que son inerciales con relación a él, admiten la misma enunciación de las leyes de los procesos mecánicos y, desde el punto de vista de la mecánica, son equivalentes entre sí.

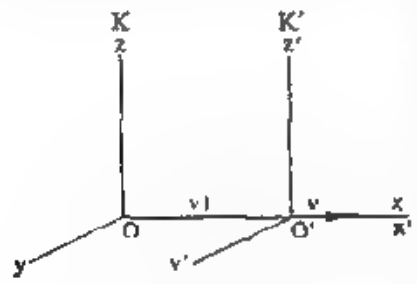


Fig. 22.1. Dos sistemas inerciales de coordenadas.

De este modo, las observaciones de los procesos mecánicos no permiten separar un espacio absoluto de todo un conjunto infinito de sistemas inerciales. Esta circunstancia recibió el nombre de *principio de relatividad de la mecánica clásica*; por consiguiente, la mecánica newtoniana de los medios ha sido creada en concordancia con el principio de relatividad.

Al pasar de un sistema inercial a otro, las aceleraciones permanecen constantes, en cambio las coordenadas y velocidades varían. Para establecer concordancia entre éllos, sirven las fórmulas o las ecuaciones de transformación que enlazan las coordenadas y el tiempo x, y, z, t de un sistema con las coordenadas y el tiempo x', y', z', t' de otro sistema. Las fórmulas de conversión empleadas por la mecánica newtoniana, parecían evidentes. Para el caso en que el segundo sistema se mueva a lo largo del eje x con velocidad $+v$ respecto al primero (o el primero con velocidad $-v$ respecto al segundo), los ejes de los sistemas son paralelos unos a otros y en el momento de tiempo $t = 0$, los orígenes de coordenadas coinciden (fig. 22.1). Estas fórmulas conocidas como transformaciones de Galileo, tienen el siguiente

aspecto:

$$x' = x - vt; \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \tag{129.1}$$

La invariancia de las ecuaciones de la mecánica con relación a estas transformaciones (que es fácil de comprobar) es de por sí la expresión matemática del principio de relatividad de la mecánica, cuya argumentación experimental es la concordancia entre las leyes de la mecánica de Newton y el experimento *).

§ 130. Electrodinámica de los medios en movimiento

La electrodinámica (óptica) de los medios en movimiento ha sido estructurada de la misma manera. Partiendo de determinadas premisas físicas, dictadas por el experimento, se establece el sistema de leyes electrodinámicas, aplicables a los fenómenos en los medios en movimiento, señalando simultáneamente las fórmulas de conversión que permiten pasar de un sistema inercial a otro. Comparando las deducciones de la teoría obtenida de esta forma, con el experimento, podemos controlar la justedad de nuestras suposiciones.

En lo que se refiere a las fórmulas de conversión de las coordenadas, las fórmulas de Galileo se consideraban completamente obvias y justificadas por los ensayos. Por eso las empleaban sin someterlas a pruebas, para crear la teoría de electrodinámica de los medios en movimiento. La diferencia de las suposiciones iniciales acerca de la cuestión de si el éter es móvil o inmóvil, condujo a numerosos intentos de crear la electrodinámica de los medios en movimiento. Una expresión más completa y extrema de diversos puntos de vista se halla en las dos teorías más importantes que divergen radicalmente: la electrodinámica de Hertz y la de Lorentz. Tanto la una como la otra consideran todos los procesos ópticos y electromagnéticos como transformaciones que tienen lugar en el *éter sideral* que envuelve todo el espacio. Por eso la cuestión principal de la electrodinámica de los medios en movimiento es la influencia del movimiento de los cuerpos sobre el éter. La respuesta a esta pregunta la podía dar sólo el experimento. Hablando con más exactitud, partiendo de ciertas presentaciones sobre la relación mutua de la materia en movimiento y el éter, sería necesario crear una teoría determinada del fenómeno en los medios en movimiento y someterla a prueba.

a. *Teoría del éter arrastrado*. Hertz creó una teoría basada en la afirmación de que el éter es arrastrado completamente por los cuerpos materiales durante su movimiento. Así, los fenómenos ópticos en un medio en movimiento transcurren en un éter que se mueve al unísono con el medio, sin atrasarse y, como consecuencia, las obser-

*) Aquí se trata de los fenómenos astronómicos y mecánicos cuyas velocidades son pequeñas en comparación con la de la luz.

vaciones de los fenómenos en los medios en movimiento no dan la posibilidad de establecer este movimiento. Con otras palabras, la teoría de Hertz traslada el principio de la relatividad de la mecánica a la electrodinámica (y óptica). Empleando las ecuaciones de transformaciones de Galileo, Hertz creó las ecuaciones de electrodinámica, que, claro está, son invariantes con respecto a semejantes transformaciones. Sin entrar en discusiones acerca de las numerosas dificultades ligadas al desarrollo sucesivo de la electrodinámica de Hertz, se puede indicar la contradicción directa de las deducciones de esta teoría con una serie de experimentos, incluido uno de los ensayos ópticos más importantes, realizado por Fizeau (1851).

Experimento de Fizeau; coeficiente de arrastre. El esquema del experimento de Fizeau * se muestra en la fig. 22.2. Es un experimen-

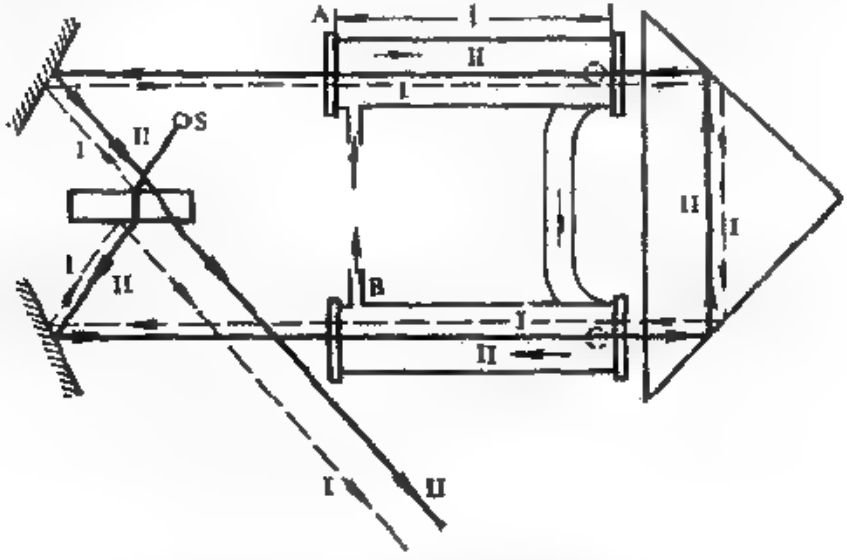


Fig. 22.2. *Esquema del experimento de Fizeau:*
S es el foco luminoso, I y II, haces de interferencia, de los cuales el I se propaga en dirección de la corriente de agua, y el II, en dirección contraria.

to de interferencia, donde los haces interferentes pasan por los tubos comunicantes A y B llenos de agua, cuya longitud de cada uno es igual a l. En caso de que el agua permanezca inmóvil, se observará cierto fenómeno interferencial. La diferencia adicional del recorrido del rayo *II* que pasa dos veces a través de una placa de cristal, se puede compensar o tener en cuenta. Si el agua se mueve con una

*) De la forma en que posteriormente fue realizado de nuevo por Michelson (1886) y Zeeman (1914).

velocidad v, entrando por A y saliendo por B, el rayo I se propagará dentro del agua en dirección de su movimiento, mientras que el rayo II lo hará al encuentro de dicho movimiento. En caso que el éter en el que se propagan las ondas luminosas se arrastre por el agua en movimiento, según se desprende de la teoría de Hertz, la velocidad tanto del rayo I como del II será la misma con relación *al agua* e igual a la velocidad de la luz en el agua en reposo, es decir, $c_1 = c/n$, donde c es la velocidad de la luz en el éter libre, y n, el índice de refracción del agua. La velocidad de la luz en el tramo de la trayectoria que pasa por el agua en movimiento, con respecto a los espejos del dispositivo, dependerá de la dirección de la corriente de agua, a saber: será igual a $(c_1 + v)$ para el rayo I, y a $(c_1 - v)$ para el rayo II. La variación esperada del fenómeno interferencial se determinará por la diferencia adicional del tiempo de propagación de ambos rayos:

$$\tau = \frac{2l}{c/n - v} - \frac{2l}{c/n + v} = \frac{4lv}{c^2/n^2 - v^2} = \frac{4lvn^2}{c^2 - n^2v^2},$$

a la que corresponde la diferencia de recorrido, expresada en longitudes de ondas,

$$\Delta = \tau c/\lambda = \frac{4lvn^2c}{\lambda(c^2 - n^2v^2)} \approx \frac{4lvn^2}{\lambda c},$$

si se prescinde de la magnitud $(nv/c)^2$ en comparación con la unidad.

En uno de tales experimentos, la longitud l de los tubos era de 1,5 m, y la velocidad de la corriente v alcanzaba 700 cm/s. En efecto, se observaba el desplazamiento de las franjas interferenciales, pero correspondía a una diferencia de recorrido aproximadamente el *doble* menor que se deducía de la teoría del éter arrastrado completamente por el medio en movimiento. Por lo tanto, el desplazamiento registrado no puede concordar con la teoría de Hertz. Sin embargo, está en perfecta concordancia con la teoría de Fresnel, formulada por él aún en 1818 con motivo de un experimento de Arago, quien intentó revelar la influencia del movimiento de la Tierra sobre la refracción de la luz emitida por las estrellas. Arago demostró (aunque con una precisión módica) que dicha influencia no se observa. Para explicar este resultado, Fresnel expuso una teoría según la cual el éter no es atraído por los cuerpos en movimiento, en particular, por la Tierra, sino que pasa a través de éstos. Pero de acuerdo con las ideas generales de Fresnel, la densidad ρ_1 del éter en la sustancia es mayor que la densidad ρ fuera de ésta (siendo invariable la elasticidad,) así que para el índice de refracción obtenemos

$$n = c/c_1 = \sqrt{\rho_1/\rho}.$$

Por esta razón, moviéndose la sustancia, el éter, al penetrar en ella, debe hacerse más denso. Imaginémonos un cilindro con una sección de

1 cm², el cual se mueve a lo largo de su eje con una velocidad v respecto al éter. A través de la base del cilindro penetra, durante 1 s, un volumen v de masa vρ. Por cuanto la densidad del éter dentro de la sustancia se hace igual a ρ_1, la masa del éter que penetró en esta última debe moverse con una velocidad v_1 determinada por la condición

$$v_1\rho_1 = v\rho, \text{ es decir, } v_1 = v\rho/\rho_1 = v/n^2,$$

donde n es el índice de refracción. Así, pues, aunque el éter *no es arrastrado* por los cuerpos en movimiento, no obstante se mueve respecto a éstos, pero no con una velocidad total v, sino menor, o sea, v_1. Si la luz se propaga en *dirección* del movimiento del cuerpo, su velocidad dentro de éste con relación al mismo, es $c_1 - v_1$, y con relación a los dispositivos que se encuentran fuera del cuerpo, es

$$c_1 - v_1 + v = c_1 + v\,(1 - v_1/v) = c_1 + v\,(1 - 1/n^2).$$

Si la luz se propaga al *encuentro* del movimiento, la velocidad registrada será

$$c_1 - v\,(1 - 1/n^2).$$

Por consiguiente, el fenómeno transcurre de manera como si tuviera lugar el «arrastre» *parcial* del éter, además, el *coeficiente de arrastre* es igual a

$$\varkappa = (1 - 1/n^2).$$

Para el agua, $\varkappa = 0{,}438$; Fizeau obtuvo de sus mediciones un desplazamiento de las franjas de interferencia correspondiente a $\varkappa = 0{,}46$, pero una medición más precisa, efectuada por Michelson y Morley, quienes en 1886 repitieron el experimento de Fizeau, proporcionó $\varkappa = 0{,}434 \pm 0{,}020$, mientras que la teoría de Hertz da $\varkappa = 1$, es decir, contradice bruscamente el experimento.

Debemos añadir que también fueron realizados diversos ensayos electrodinámicos referentes al arrastre del éter por el movimiento de los cuerpos ponderables. Entre dichos ensayos tienen gran importancia dos efectuados por A. A. Eijenvald (1904). Todos dieron resultados incompatibles con la teoría de Hertz.

Así, pues, la referida teoría, basada en la idea del arrastre total del éter por los cuerpos en movimiento, no concuerda con los experimentos electrodinámicos y ópticos.

Aberración de la luz; experimento de Airy. El problema de la influencia del movimiento de la Tierra sobre los fenómenos ópticos, surge también al examinar sucesivamente la aberración de la luz a base de la teoría ondulatoria.

Si el éter es arrastrado totalmente por la Tierra durante su movimiento, según admite Hertz, entonces es imposible explicar la aberra-

ción *), puesto que las ondas luminosas se mueven junto con el éter móvil al mismo tiempo que se traslada el tubo del dispositivo visor, de modo que la dirección S_0 hacia la estrella, en el caso del tubo inmóvil, coincide con la dirección S cuando el tubo se halla en movimiento. La fig. 22.3, *a*, en la que, para mayor claridad, en vez del tubo de un anteojo está dibujado un dispositivo visor, ilustra lo dicho: el frente de onda, entrando en el tubo del dispositivo visor por MN, es arrastrado por el movimiento junto con el tubo y se propaga a lo largo de su eje OA, independientemente de la velocidad del tubo.

Pero si admitimos que el éter permanece inmóvil durante el movimiento de la Tierra que arrastra el tubo, las ondas luminosas, continuando su movimiento en el éter inmóvil, se atrasarán del tubo trasladado (véase fig. 22.3, *b*). La inclinación indispensable para

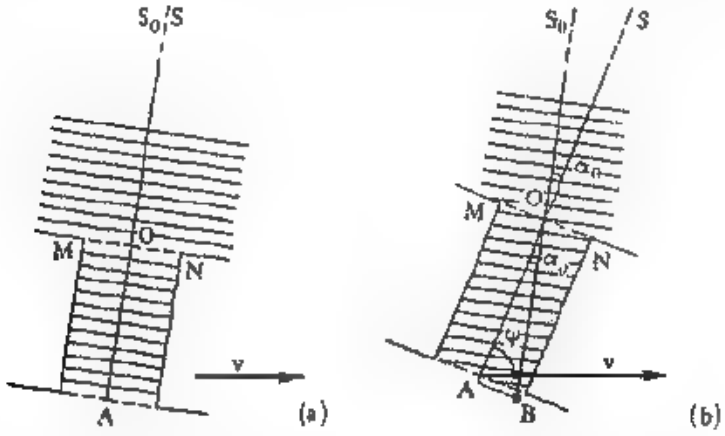


Fig. 22.3. Aberración de la luz y problema de arrastre del éter por el movimiento de la Tierra:
a, éter arrastrado por la Tierra, no hay aberración, b, éter inmóvil, hay aberración: tg $\alpha_0 = \approx (v/c)$ *sen* ψ.

mantener la estrella en el eje del tubo, depende de la velocidad v de éste y del ángulo ψ entre v y la dirección hacia la estrella. Al variar en v la velocidad, la inclinación del tubo debe cambiar en un ángulo $\alpha_0 = \angle SOS_0$, de modo que el ángulo de aberración $\alpha_0 = \frac{AB}{OA} = \frac{v}{c}$

*) Los intentos de explicar la aberración de la luz dentro de los márgenes de la idea del arrastre del éter, condujeron a la deducción de que la densidad de éste en la superficie de la Tierra debe ser e^{21} veces mayor que a lo lejos de ella, aunque la velocidad de la luz permanece invariable.

sen ψ, donde c es la velocidad de la luz a lo largo del tubo (en el vacío o en el aire)*). Siendo $\psi = {}^1/_2\, n$, el ángulo de aberración adquiere el valor de $\alpha_0 = v/c = 20'',45$

Sin embargo, este simple método de razonamiento conduce a una paradoja. Supongamos que el tubo (el espacio entre los orificios visuales) está lleno de cualquier sustancia refractiva, por ejemplo, de un trozo de vidrio o de agua cuyo índice de refracción es n. La velocidad de las ondas luminosas en la sustancia es $c_1 = c/n$. La dirección del eje del tubo hacia la posición visible de la estrella S depende del ángulo de aberración α, cuyo valor, al parecer, debería determinarse de las siguientes condiciones (fig. 22.4). Las ondas luminosas, al caer en la sustancia bajo un ángulo α, se refractarán y penetrarán en el tubo bajo un ángulo $\gamma = \alpha/n$. En el caso del éter inmóvil, el atraso de las ondas luminosas provoca la necesidad de inclinar el eje del tubo a un ángulo γ, determinado por la condición

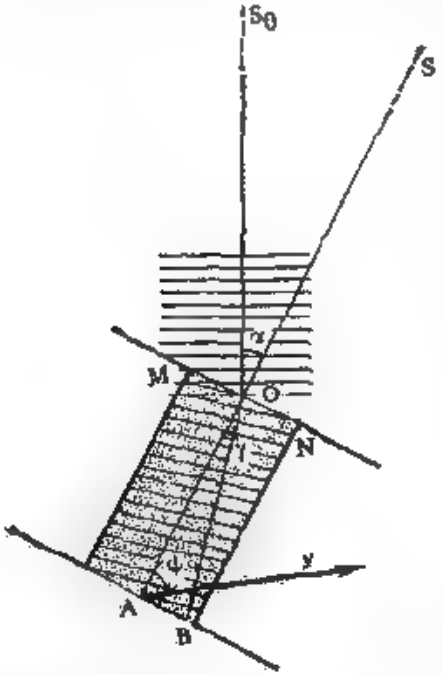


Fig. 22.4. Para el experimento de Airy.

$$\gamma = \frac{AB}{OA} = \frac{v}{c}\operatorname{sen}\psi = n\frac{v}{c_1}\operatorname{sen}\psi = n\alpha_0,$$

donde $\alpha_0 = \frac{v}{c}\operatorname{sen}\psi$ es el ángulo de aberración hallado para el tubo vacío. Como $\gamma = \alpha/n$, el ángulo de aberración α para el tubo lleno de sustancia con un índice de refracción n, debe ser igual a

$$\alpha = n\gamma = n^2\alpha_0.$$

Pero después del experimento (Airy, 1871) resultó que

$$\alpha = \alpha_0.$$

Aquí también se puede explicar todo si se toma en consideración el coeficiente de arrastre. El tubo lleno de agua arrastra las ondas luminosas en dirección de su movimiento, con una velocidad de $v\varkappa = v\,(1 - 1/n^2)$. De este modo, durante el tiempo τ, en el transcurso del cual la luz se mueve a lo largo del tubo con una velocidad $c_1 = c/n$ y hace un recorrido de $c_1\tau$, las ondas luminosas se

*) El ángulo de aberración α_0 siempre es muy pequeño, de modo que $\operatorname{tg}\alpha_0 \approx \approx \alpha_0$.

atrasarán no a la magnitud de $v \operatorname{sen} \psi \cdot \tau$, como en el caso de falta de arrastre, sino a un valor de $[v - v(1 - 1/n^2)] \operatorname{sen} \psi \cdot \tau = (v \operatorname{sen} \psi/n^2)\tau$. De esta manera,

$$\gamma = \frac{v \operatorname{sen} \psi \cdot \tau}{n^2} : c_1 \tau = \frac{v \operatorname{sen} \psi}{c_1 n^2};$$

De aquí el ángulo de aberración

$$\alpha = n\gamma = \frac{v \operatorname{sen} \psi}{c_1 n} = \frac{v \operatorname{sen} \psi}{c} = \alpha_0$$

de acuerdo con las observaciones.

Es interesante que Fresnel, tras enunciar su idea acerca del coeficiente de arrastre, examinó también este experimento de aberración, y en una carta a Arago escribía (1818): «Aunque este experimento aún no había sido hecho, no dudaba de que confirmaría dicha conclusión ...»

b. *Teoría del éter inmóvil.* Lorentz partía de la hipótesis de que el éter es completamente inmóvil y no participa en el movimiento de los medios materiales. Por lo tanto, para la electrodinámica (y óptica) no tiene sentido el principio de relatividad. El sistema de referencia absoluto puede estar ligado al éter inmóvil, pero todos los demás sistemas se diferenciarán en general de ese sistema absoluto. Los experimentos electrodinámicos y ópticos transcurrirán de modo diferente en función de la velocidad del sistema inercial en movimiento y pueden servir para establecer esta velocidad con respecto al éter, es decir, la velocidad absoluta: el movimiento de los cuerpos a través del éter inmóvil debe ser acompañado del «viento de éter» cuya influencia puede averiguarse en el experimento. En particular, el efecto Doppler debe conducir a diferencias (de segundo orden respecto a v/c) entre los casos de movimiento del foco o el dispositivo a través del éter (como en la acústica) y podría ser empleado, en principio, para establecer el movimiento absoluto (movimiento con relación al éter) del foco o el receptor.

La electrodinámica (y óptica) de los medios en movimiento, desarrollada por Lorentz, es una parte de su teoría electrónica general, en virtud de la cual todas las propiedades electromagnéticas de la sustancia son condicionadas por la distribución de las cargas eléctricas y por su movimiento dentro del éter inmóvil. Las transformaciones de Galileo se mantienen en calidad de fórmulas de conversión de las coordenadas, al pasar de un sistema inercial a otro, y por cuanto el principio de relatividad se refuta, las ecuaciones de la electrodinámica de Lorentz no son invariantes respecto a estas transformaciones. La teoría de Lorentz significaba un paso muy importante adelante y resolvía un gran círculo de problemas que presentaban considerables dificultades teóricas. En caso de fenómenos ópticos, esta teoría coincide con la de Fresnel y también conduce a la idea

del arrastre parcial de las ondas luminosas. Según la teoría de Lorentz, el movimiento de la sustancia es el movimiento de las moléculas y las cargas ligadas a ellas en el *éter inmóvil*, y la consideración de dicho movimiento muestra que en un medio que se mueve con una velocidad v, la luz se propaga con una velocidad $c_1 + (1 - 1/n^2)v$, donde c_1 es la velocidad de la luz en un medio inmóvil. Por lo tanto, la teoría de Lorentz conduce a la fórmula de arrastre parcial de Fresnel, bien confirmada por medio de mediciones minuciosas.

Tomando en consideración el coeficiente de arrastre, Lorentz pudo demostrar el teorema general, según el cual el movimiento del sistema no influye (con un error de hasta valores del orden de $\beta^2 = v^2/c^2$) sobre los resultados de los experimentos ópticos con una trayectoria *cerrada* de la luz, o sea, de los experimentos a los que pertenecen todos los fenómenos interferenciales. Por lo tanto, de acuerdo con la teoría de Lorentz—Fresnel, mediante estos experimentos se puede revelar el movimiento de la Tierra respecto al éter que se supone inmóvil, pero sólo a condición de que la precisión de los experimentos permita considerar las magnitudes de segundo orden (β^2 en comparación con la unidad), es decir, si en el transcurso de su ejecución, los errores no pasan de 10^{-4} aproximadamente. En tales ensayos de una trayectoria óptica cerrada, todos los efectos de primer orden se compensan merced al fenómeno de arrastre parcial. Por eso adquieren un interés particular los experimentos que aseguran errores no mayores de β^2. Como ya hemos dicho, dentro de los márgenes de la teoría de Lorentz, el efecto Doppler podría servir para revelar el movimiento absoluto de los sistemas en el éter, si las mediciones correspondientes se efectuaran con un error menor de β^2.

Experimento de Michelson. Un experimento real, el cual se ejecuta con la referida precisión, es el experimento interferencial de Michelson, que, en esencia, representa la determinación de la velocidad de propagación de la luz en dirección coincidente con la del movimiento de la Tierra, así como en dirección perpendicular a ese movimiento. El experimento se realiza según el esquema de la fig. 22.5, con la particularidad de que el interferómetro de Michelson se sitúa de manera que uno de sus brazos coincida con la dirección del movimiento de la Tierra y el otro permanezca perpendicular a esa dirección. Al girar el dispositivo a 90°, se debe esperar una variación de la imagen interferencial, por la cual se puede juzgar acerca de la influencia del movimiento de la Tierra sobre el experimento interferencial y calcular la velocidad absoluta de este movimiento en el éter. En efecto, dentro de los márgenes de la teoría de Lorentz, el tiempo necesario para recorrer el trayecto MB y regresar, es $T_1 + T_2$, donde T_1 se determinará de la condición

$$T_1 c = l + vT_1,$$

y T_2, de la condición

$$T_2 c = l - vT_2;$$

aquí $l = MA = MB$ es la longitud del brazo del interferómetro. Así,

$$T_1 + T_2 = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - v^2/c^2} = \frac{2l}{c} \frac{1}{1 - \beta^2} \approx \frac{2l}{c}(1 + \beta^2). \quad (130.1)$$

(con un error inferior a β^4). En dirección perpendicular, teniendo en cuenta el movimiento del dispositivo, el tiempo para pasar de M a A'

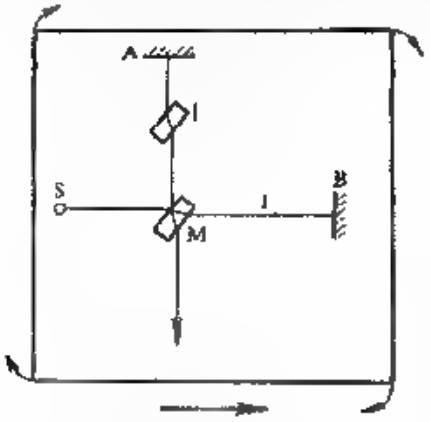


Fig. 22.5. Esquema del experimento de Michelson.

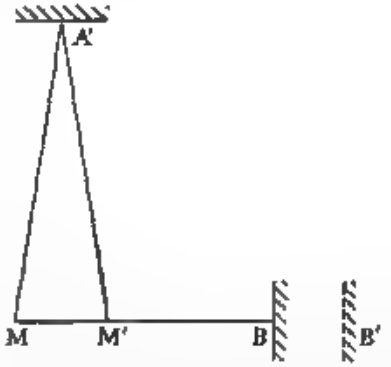


Fig. 22.6. Para el cálculo de la diferencia de recorrido en el experimento de Michelson.

y de nuevo a M' (fig. 22.6), será igual a $2T$, donde T se determinará de la siguiente condición:

$$Tc = MA' = \sqrt{l^2 + v^2 T^2},$$

de donde

$$2T = \frac{2l}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2l}{c}(1 + {}^1/_2\beta^2)$$

(también con un error inferior a β^4).

De esta manera, la diferencia de los tiempos, motivada por el movimiento del dispositivo junto con la Tierra, será igual a

$$T_1 + T_2 - 2T = \frac{l}{c}\beta^2.$$

Al girar el dispositivo a 90°, esta diferencia cambia de signo, de modo que la imagen interferencial varía, desplazándose a un número de franjas (mejor dicho, partes de franja) que depende del valor del brazo l

Dicho experimento fue realizado por Michelson en 1881 con una precisión que limitaba con la indispensable. Este se repitió reiteradamente, cada vez con mayores perfeccionamientos, además se alargaba el trayecto l y se perfeccionaba los métodos de observación. La fig. 22.7 ofrece una idea de una de las instalaciones (Michelson—Morley, 1887). La tabla expuesta más abajo muestra que a medida que se perfeccionaba el experimento, con mayor seguridad se observaba la *falta* de desplazamiento de las franjas que deberían esperarse según la teoría de Lorentz, la cual admite el «viento de éter» que surge

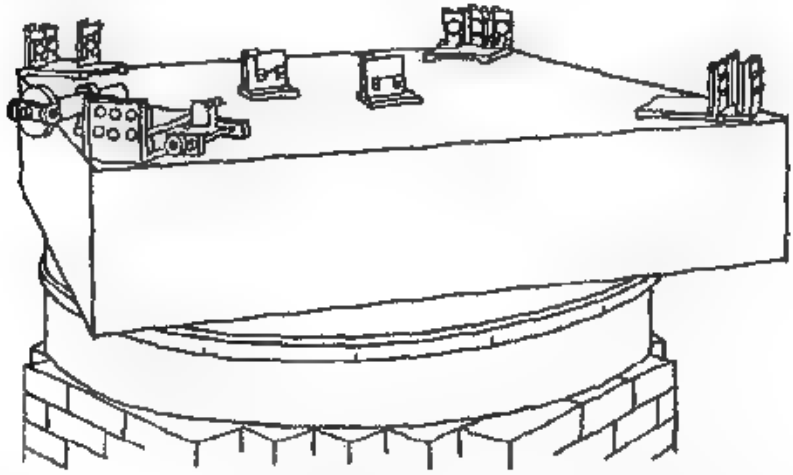


Fig. 22.7. Aspecto general de la instalación de Michelson—Morley.

a consecuencia del movimiento de la Tierra con una velocidad de 30 km/s en el éter inmóvil.

El resultado negativo del experimento de Michelson, que no suscita duda alguna, tiene una gran importancia de principio. El mismo es uno de los más seguros, que somete a control la cuestión acerca del arrastre del éter por los cuerpos en movimiento y, por consiguiente, los conceptos iniciales de la teoría de Lorentz. Su resultado negativo contradice la hipótesis del éter inmóvil y podría interpretarse como la demostración del arrastre total del éter por los cuerpos, es decir, estaría también en desacuerdo aparente con los resultados del experimento de Fizeau. Por esta razón se efectuaron numerosas pruebas para resolver esta contradicción.

Una de ellas le pertenece a Ritz y consiste en la admisión de que la velocidad de la luz emitida por un foco *móvil* se compone geomé-

tricamente de la velocidad de este último y la de la luz emitida por el foco inmóvil, semejante a la velocidad de una bala disparada por un arma que se mueve con gran rapidez (*hipótesis balística*). Es fácil darse cuenta de que si fuera justa esta hipótesis, el experimento de Michelson debería dar un resultado negativo, puesto que $T_1 + T_2 = 2T = 2l/c$. Sin embargo, las observaciones astronómicas de las estrellas dobles hablan categóricamente en contra de la hipótesis balística. En efecto, imaginémonos una estrella doble (fig. 22.8) que se halla a la distancia L del investigador, y una de cuyas componentes S' tiene un período de rotación $2T$ y una velocidad lineal v. Si la hipótesis balística es justa, la luz de la componente S' en la posición I llegará al observador en el momento de tiempo $t_1 = L/(c - v)$, y en la posición II, en el momento $t_2 = T + L/(c + v)$, donde T es el semiperíodo de rotación.

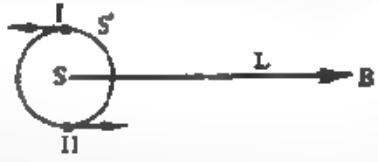


Fig. 22.8. Las observaciones de las estrellas dobles rechazan la hipótesis balística de Ritz.

De este modo, el movimiento observado de la estrella puede desviarse mucho de las leyes de Kepler. En particular, siendo L muy grande, es posible que incluso para $v \ll c$ se obtenga $t_2 < t_1$, o sea, el movimiento visible adquiere un carácter bastante extraño. El examen de un número considerable de estrellas dobles muestra que tal resultado de la hipótesis balística contradice la observación y, por lo tanto, la hipótesis de Ritz debe ser rechazada.

Empleando procedimientos precisados modernos para determinar la velocidad de la luz, A. M. Bonch-Bruiévich (1956) comparó las velocidades de la luz emitida por los bordes izquierdo y derecho del Sol, con otras palabras, por dos focos, uno de los cuales se aproxima, y el otro se aleja de nosotros con una velocidad de 2,3 km/s. Los experimentos demostraron, con suficiente grado de precisión, que no existe tal diferencia en la velocidad de la luz, como se supone según la hipótesis balística.

Otra hipótesis en sumo grado fundamental, propuesta por un lado por Fitzgerald, y por otro, por el propio Lorentz (1892), fue formulada para explicar los resultados del experimento de Michelson. Se planteó la suposición de que, como resultado del movimiento, las dimensiones lineales de todos los cuerpos a lo largo de la dirección de la velocidad, se reducen en relación de $\sqrt{1-\beta^2}$ (*hipótesis de contracción*); dicha suposición explica el resultado negativo del experimento de Michelson, puesto que en estas condiciones, empleando la fórmula (130.1), obtenemos

$$T_1 + T_2 = \frac{2l\sqrt{1-\beta^2}}{c(1-\beta^2)} = \frac{2l}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2T.$$

Tabla. Resultados de los experimentos para verificar la teoría de arrastre del éter

Datos del experimento	Longitud del brazo, en cm	Desplazamiento esperado (en fracciones de banda)	Desplazamiento observado (en fracciones de banda)	Viento de éter, km/s
Michelson (1881); el dispositivo instalado en un soporte metálico gira alrededor de un eje	120	0,04	$<0,015$	<18
Michelson-Morley (1887); el dispositivo está montado en una losa de piedra que flota en mercurio; el recorrido del rayo l se alarga merced a un sistema de reflexiones (véase fig. 22.7)	1 100	0,37	$<0,01$	<7
Morley-Miller (1905), perfeccionamientos	3 224	1,1	$<0,01$	$<3,5$
Kennedy (1926)	800	0,27	$<0,001$	<2
Illingwort (1927)	—	—	$<0,0005$	<1

§ 131. Fundamentos de la teoría especial de la relatividad

Ya hemos destacado la importancia de la teoría de Lorentz, la cual pudo explicar, desde un punto de vista único, los fenómenos electrodinámicos y ópticos más diversos de primer orden. Sin embargo, después de verificar minuciosamente el experimento de Michelson y algunas otras pruebas *), y no encontrar el viento de éter (también con una precisión de hasta β^2), la tesis de la teoría de Lorentz se ha hecho menos estable. Dicha teoría, en su tesis básica, negaba el principio de relatividad y confirmaba la posibilidad de crear un sistema de relatividad y confirmaba la posibilidad de crear un sistema de referencia absoluto. En lo sucesivo, ésta tuvo que recurrir a la hipótesis de contracción, la cual explicaba los vanos intentos de hallar el carácter absoluto del movimiento de la Tierra por la presencia de efectos que se compensan por casualidad (el efecto interferencial y el de contracción). Esta circunstancia resultó ser el punto débil de la teoría, además de que tampoco la hipótesis de contracción explicaba los resultados de todos los «experimentos de segundo orden».

*) Una perfecta exposición de estas numerosas pruebas puede hallarse en la monografía de *S. I. Vavilov*, Fundamentos experimentales de la teoría de la relatividad. Obras completas, t. IV, AC de la URSS, 1956 (en ruso).

A. Einstein (1905) revisó todo el problema, enfocándolo de un modo completamente nuevo.

Por medio de numerosos experimentos (en primer lugar el de Michelson) se estableció la imposibilidad de considerar el movimiento de la Tierra como el de un sistema de coordenadas relativamente absoluto, así como es el éter inmóvil. Einstein generalizó este hecho experimental y lo formuló en forma de *postulado*. Así pues, el primer postulado de la teoría de Einstein es el *principio de relatividad* de la electrodinámica y la óptica, que yace sobre una base experimental. De acuerdo con el principio de relatividad, los fenómenos en *todos* los sistemas de referencia *inerciales* transcurren del mismo modo.

Como segundo postulado en su teoría, Einstein elige el *principio de constancia de la velocidad de la luz en el vacío*, conforme al cual dicha velocidad no depende del movimiento de los focos y receptores, y es una constante universal c. Este principio también es una tesis experimental que rechaza la hipótesis balística refutada por los ensayos.

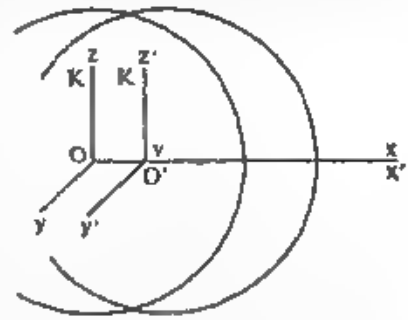


Fig. 22.9. Esquema que ilustra la contradicción aparente entre los postulados de la teoría de relatividad.

Dos principales postulados de Einstein —el principio de relatividad y el principio de constancia de la velocidad de la luz— constituyen la base de la teoría de la relatividad.

Dichos postulados se encuentran en contradicción aparente entre sí. En efecto, imaginémonos el siguiente experimento. Dos sistemas K y K' se mueven uno con respecto a otro (a lo largo del eje x) con una velocidad v (fig. 22.9). Supongamos que en el momento $t = 0$, cuando los orígenes O y O' de las coordenadas coinciden, surge un impulso luminoso y la onda luminosa comienza a difundirse en el espacio. De acuerdo con el segundo postulado, la velocidad de la luz tanto en el primer sistema de coordenadas, como en el segundo, es la misma (c). Por otro lado, el aspecto de la onda luminosa debe ser idéntico tanto en el primero como en el segundo sistema (primer postulado). Con otras palabras, para el momento t, la onda luminosa debe representarse por una esfera de radio ct, que tiene el centro tanto en el punto O como también en el O', lo que es absolutamente imposible, puesto que para ese momento ambos puntos se alejarán a la distancia vt.

La causa de esta confusión reside no en la contradicción entre los dos conceptos deducidos del experimento (principio de relatividad y principio de constancia de la velocidad de la luz), sino que en la *suposición* de que la posición de los frentes de las ondas esféricas

para ambos sistemas se refiere a *un mismo momento*, o sea, que desde el momento del impulso hasta en el que se examina la posición de los frentes de onda, transcurrieron los mismos lapsos para ambos sistemas de referencia. Esta suposición se halla reflejada en las fórmulas de transformación de Galileo, conforme a las cuales $t = t'$ y, por consiguiente, $\Delta t = \Delta t'$. Sin embargo, la veracidad de dichas transformaciones no ha sido demostrada.

El ejemplo analizado muestra que los postulados de Einstein no se encuentran en contradicción uno con otro, sino con las fórmulas de transformación de Galileo. Efectivamente, la perturbación que en el sistema K se escribe de la forma

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2$$

(esfera con el centro $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, es decir, en el punto O), debe tener el aspecto, en el sistema K' (en caso de que puedan emplearse las transformaciones de Galileo):

$$(x' + vt')^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

(esfera con el centro $x' = -vt'$, $y' = 0$, $z' = 0$, es decir, en el mismo punto O) dicha deducción contradice el principio de relatividad, en virtud del cual la perturbación en el sistema K' debe tener la forma

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

(esfera con el centro $x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$, es decir, en el punto O').

§ 132. Fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad

Después de establecer la contradicción entre las ecuaciones de las transformaciones de Galileo y los postulados experimentales, Einstein analizó el concepto acerca de los procedimientos de medición del espacio y el tiempo. Con relación a la medición del espacio, la mecánica clásica utilizaba procedimientos completamente reales, los cuales permitían que las magnitudes sujetas a medición fueran comparadas con un patrón modelo (por ejemplo, con el metro patrón o con la longitud de la onda luminosa), además, las mediciones unívocas eran garantizadas por la existencia de cuerpos rígidos (que no varían en determinadas condiciones de temperatura, etc.).

Las apreciaciones donde tiene importancia el *tiempo*, radican, como mostró Einstein, en la noción de *simultaneidad*: un momento de tiempo (por ejemplo, el comienzo de cualquier acontecimiento) se establece según la indicación *simultánea* (con ese momento) de un reloj patrón. Por lo tanto, la duración de cualquier proceso se determina comparando el intervalo de tiempo que separa la indicación del

reloj, *simultánea con el final del proceso*, de la indicación de ese mismo reloj, *simultánea con el inicio de dicho proceso*. Está claro que en calidad de «reloj» puede emplearse cualquier proceso periódico, por ejemplo, la rotación de la Tierra, la oscilación de un péndulo, la oscilación de un átomo o una molécula, etc.

El establecimiento de la simultaneidad tiene sentido claro sólo en el caso cuando se trata de la simultaneidad de los acontecimientos que suceden en un mismo lugar (en un punto de las coordenadas). Entonces, los acontecimientos pueden considerarse simultáneos si *coinciden* uno con otro. Así, pues, la afirmación de que el tren llegó a la estación a las siete, significa que su llegada coincide con la posición de las agujas del reloj de la estación. No obstante, tal procedimiento es inaplicable cuando se trata de acontecimientos separados espacialmente. Equipando con relojes diversos puntos A, B, etc., podemos, según el «método de coincidencias», determinar el tiempo sólo en cada uno de estos puntos. Pero para comparar los tiempos de los acontecimientos en puntos diferentes, es indispensable coordinar entre sí la marcha de los relojes en diversos puntos, es decir, sincronizarlos.

Este concepto absolutamente general se realiza también en la mecánica clásica, basada en las transformaciones de Galileo que establecen relación entre las coordenadas y los tiempos en distintos sistemas de referencia móviles uno respecto a otro, y que parten de la suposición de que los tiempos en diversos sistemas de referencia coinciden entre sí, o sea, que $t = t'$. Esto significa que la sincronización de los relojes en la teoría de Galileo es realizada, por supuesto, estableciendo relación entre los lugares donde se hallan los relojes sincronizados, por medio de señales propagadas con una *velocidad infinita*. Si semejante señal sale de A en el momento de tiempo t_A (según el reloj de A), y el reloj en B indica el tiempo t_B en el momento de llegada de la señal infinitamente rápida, la sincronización de los relojes será asegurada en caso si $t_B = t_A$.

La habitualidad de las transformaciones de Galileo, que durante varios siglos se utilizaron en la física y la mecánica, condujo a que las mismas aparentasen completamente naturales y libres de cualquier tipo de suposiciones. En realidad, como podemos ver, estas transformaciones residen en una suposición completamente determinada, respecto al procedimiento de sincronización de los relojes, es decir, en la suposición de que es posible ejecutar tal sincronización por medio de señales infinitamente rápidas. Precisamente con la velocidad infinita de la señal sincronizante está relacionada la circunstancia de que el concepto de simultaneidad en la mecánica clásica tiene un sentido absoluto, o sea, los acontecimientos simultáneos en cualquier sistema de referencia también resultan simultáneos en todos los demás sistemas.

Si el último concepto fuera justo, entonces, como hemos visto en

el párrafo anterior, los postulados de relatividad y de constancia de la velocidad de la luz, que son una generalización del experimento, estarían en contradicción el uno con el otro. Sin embargo, estos postulados experimentales pueden concertarse si se rechazan las fórmulas de transformación de Galileo y se sustituyen éstas por otras, obtenidas por medio del análisis matemático de los postulados de la teoría de la relatividad. Sin detenerse en esta simple deducción, citaremos el resultado final.

Para los sistemas de referencia K y K', elegidos como se indicó en el § 131, (véase fig. 22.9), dichas fórmulas tienen el aspecto

$$\left.\begin{aligned} x' &= \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, & x &= \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y' &= y, & y &= y', \\ z' &= z, & z &= z', \\ t' &= \frac{t-(v/c^2)x}{\sqrt{1-\beta^2}}, & t &= \frac{t'+(v/c^2)x'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (132.1)$$

donde $\beta = v/c$, v es la velocidad del sistema K' con relación a K, y c es la velocidad de la luz.

Como las nuevas fórmulas de transformación se deducen de la demanda de compatibilidad de los postulados antes citados, claro está que las mismas, a diferencia de las fórmulas de Galileo, se hallan en concordancia con dichos postulados. En efecto, la onda luminosa esférica que en el sistema K tiene la forma

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2,$$

empleando las fórmulas (132.1), adquiere en el sistema K' el aspecto

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2,$$

es decir, satisfacen el principio de relatividad.

Aunque a primera vista las fórmulas (132.1) se diferencian radicalmente de las de Galileo, sin embargo, estas últimas pueden obtenerse de las primeras, poniendo $c = \infty$. Pero como hemos visto, las fórmulas de Galileo se basan en la suposición de que la sincronización de los relojes se hace mediante señales que poseen una velocidad infinitamente grande. De aquí se desprende que la magnitud c en las fórmulas (132.1) desempeña el papel de velocidad de las señales utilizadas para sincronizar los relojes. Si dicha magnitud es infinitamente grande, entonces se obtienen las transformaciones de Galileo, pero si la misma es la velocidad de la luz, entonces se obtienen las fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad.

Así, pues, las fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad se basan en la suposición de que la sincronización de los relojes se hace por medio de señales luminosas.

¿Cuál de estas suposiciones —la de la teoría de la relatividad o la de la mecánica de Galileo— corresponde al experimento físico? La circunstancia de que toda la experiencia de la mecánica clásica se hallaba en plena concordancia con las fórmulas de transformación de Galileo, no significa, de ninguna manera, que las fórmulas (132.1), planteadas por la teoría de la relatividad, no sean válidas. La mecánica clásica (incluida también la mecánica celeste) tiene que ver con velocidades v tan pequeñas, que las magnitudes v^2/c^2 son ínfimas en comparación con la unidad (lo mismo que vx/c^2 es pequeña en comparación con t). Por eso las fórmulas (132.1) dan el mismo resultado que las de Galileo, con una precisión que supera en sumo grado la de las mediciones mecánicas (y astronómicas). En efecto, menospreciando los términos β^2 y vx/c^2, en vez de (132.1) obtenemos

$$x' = x - vt;\ y' = y;\ z' = z;\ t' = t. \qquad (132.2)$$

es decir, unas relaciones que coinciden con las fórmulas de Galileo. La diferencia se manifiesta sólo con velocidades v comparables con la velocidad de la luz. Pero en ese campo las fórmulas de Galileo se hallan en contradicción con los datos de los ensayos, como ya hemos observado en el ejemplo, de los postulados experimentales (véase § 131). En lo sucesivo demostraremos que una serie de deducciones que se desprenden de las fórmulas de transformación (132.1), a pesar de su aparente carácter paradójico, se encuentran en perfecta concordancia con los resultados experimentales.

De esta manera, hay que reconocer que las fórmulas de Galileo son tan sólo la primera aproximación a la realidad, válidas para una zona de velocidades pequeñas en comparación con la velocidad de la luz, y deben sustituirse por las fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad, y también válidas para las zonas donde v es comparable con c.

Es obvio que las fórmulas (132.1) conservan el sentido sólo a condición de que $\beta < 1$, o sea, $v < c$. Con otras palabras, las velocidades de los sistemas uno respecto a otro no pueden superar la velocidad de la luz en el vacío c. La circunstancia de que la velocidad de la luz c sea *la velocidad límite del movimiento* es característico para la teoría de la relatividad y constituye el principio de su creación.

Es interesante señalar, que las fórmulas obtenidas por Einstein coinciden con las de transformación indicadas anteriormente por Lorentz, quien en sus investigaciones de la electrodinámica de los medios en movimiento, prestó atención al hecho de que los cálculos se simplifican y en algunos casos las fórmulas adquieren un carácter invariante si al pasar de un sistema a otro, en lugar de la variable t, se introduce la variable $t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1-\beta^2}}$, que representa el *tiempo* dependiente del *lugar* de observación (de la coordenada x) y por eso fue denominada tiempo *local* (a diferencia del tiempo *uni-*

versal t).' Después, cuando la necesidad de explicar el experimento de Michelson obligó a Lorentz a introducir la hipótesis de contracción, él llegó a la conclusión de que las fórmulas de transformación, coincidentes con (132.1), hacen que las ecuaciones de la electrodinámica en el *vacío* sean invariantes. Por esta razón, las fórmulas (132.1) se denominan con frecuencia *fórmulas de Lorentz*.

Sin embargo, Lorentz consideraba las ecuaciones de transformación sólo como fórmulas auxiliares que facilitaban el cálculo. El sentido físico lo poseía la magnitud t y no t'. El propio Lorentz *) escribía con motivo de esto: «. . . la teoría (de Einstein) de los fenómenos electromagnéticos en los sistemas en movimiento adquirió una simplicidad que yo no he podido lograr. La causa fundamental de mi fracaso ha sido mi «fidelidad» a la idea de que sólo la variable t puede considerarse como tiempo real y que mi tiempo local t' debe considerarse no más que como una magnitud matemática auxiliar. Al contrario, en la teoría de Einstein, t' desempeña el mismo papel que t; si deseamos describir los fenómenos x', y', z', t', debemos portarnos con estas variables del mismo modo que con x, y, z, t. Por ejemplo, si un punto está en movimiento, sus coordenadas x, y, z sufren algunos cambios dx, dy, dz durante un lapso dt y las componentes de la velocidad serán:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Cuatro variaciones dx, dy, dz, dt provocarán cambios correspondientes dx', dy', dz', dt' de las nuevas variables x', y', z', t', y en el sistema de estas últimas, la velocidad v' se definirá como un vector con las siguientes componentes

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}.$$

§ 133. Deducciones de las fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad

De las fórmulas de transformación de Einstein—Lorentz, las cuales constituyen una parte considerable de la teoría de la relatividad, se desprende una serie de corolarios que confieren tal singularidad a las deducciones de dicha teoría.

a. *Concepto de simultaneidad.* Antes que nada estas fórmulas muestran que para los acontecimientos correspondientes a puntos separados espacialmente, la simultaneidad depende del sistema de referencia, mientras que los acontecimientos coincidentes espacialmente

*) *H. A. Lorentz.* The theory of electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat. A course of lectures delivered by H. A. Lorentz. Leipzig, Teubner, 1909. Nota 72, escrita en 1915.

serán simultáneos en todos los sistemas de referencia inerciales si son simultáneos en cualquiera de ellos.

En efecto, supongamos que en el sistema K dos acontecimientos corresponden a los momentos t_1 y t_2 y a las coordenadas x_1 y x_2. En el sistema K' les corresponden los momentos t'_1 y t'_2 y las coordenadas x'_1 y x'_2. Pongamos que los acontecimientos en el sistema K transcurren en *un punto* ($x_1 = x_2$) y que sean simultáneos, es decir, $t_1 = t_2$. De las fórmulas (132.1) se desprende que

$x'_1 = x'_2$ y $t'_1 = t'_2$,

o sea, estos acontecimientos también serán simultáneos y coincidentes en el espacio en cualquier sistema de referencia inercial (siendo v arbitraria). Pero si $x_1 \neq x_2$ y $t_1 = t_2$, es decir, si los acontecimientos separados espacialmente son simultáneos en el sistema de referencia K, entonces de las fórmulas (132.1) se deduce que

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$t'_1 = \frac{t - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t - (v/c^2)x_2}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

de este modo,

$x'_1 \neq x'_2$ y $t'_1 \neq t'_2$.

Con otras palabras, en el sistema K', estos acontecimientos resultan ser *no simultáneos*, permaneciendo también separados en el espacio.

b *Comparación de escalas.* Supongamos, por ejemplo, que tenemos una escala situada a lo largo del eje x', inmóvil con relación al sistema K'; por consiguiente, respecto al sistema K esta escala se mueve a velocidad v. Comparemos su longitud en los sistemas K y K'. En este último, la determinación de la longitud de la escala no representa dificultad alguna, puesto que la misma se halla en reposo. Es suficiente indicar las coordenadas de los extremos de la escala (x'_1 y x'_2); la distancia entre éstos $l' = x'_2 - x'_1$ que es de por sí la longitud de la escala en el sistema K'. En el sistema K, respecto al cual la escala se mueve, todo resulta más complicado: es necesario indicar *simultáneamente* las coordenadas de los extremos (x_1 y x_2) de la escala en movimiento. La longitud de la escala en el sistema K será igual a $l = x_2 - x_1$, donde las coordenadas x_2 y x_1 están establecidas, como ya hemos dicho, para *un mismo momento de tiempo* t (según el reloj en K).

De acuerdo con las fórmulas de transformación (132.1)

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

o sea,

$$l = l'\sqrt{1-\beta^2}. \qquad (133.1)$$

Con otras palabras, en el sistema K, respecto al cual se mueve la escala, su longitud resultará menor que en el sistema K', con relacion al cual la escala está inmóvil. Esta deducción es análoga a la suposición de Lorentz—Fitzgerald, pero se obtiene como corolario de las fórmulas generales y no es en sí una hipótesis especial.

La deducción acerca de la reducción de las escalas halla así su afirmación directa en el experimento de Michelson.

c. *Comparación de los relojes.* Determinemos también la duración de cualquier proceso que transcurre en un punto inmóvil respecto al sistema K'. Si la duración de este proceso en el sistema K es τ, y en el sistema K', τ', entonces

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

En efecto, para definir la duración de un proceso es necesario hallar la diferencia entre las indicaciones de los relojes al comienzo y al final del proceso. En el sistema K' esto se ejecuta sin dificultad, puesto que el comienzo y el final del proceso tienen lugar en un mismo punto (x') de dicho sistema, por eso pueden indicarse por un mismo reloj, de modo que $\tau' = t'_2 - t'_1$, donde t'_2 es la indicación del reloj de K' en el punto x' en el momento de finalizar el proceso, y t'_1, en el momento de su inicio. Para el sistema K, el comienzo del proceso transcurre en el punto x_1, y el final, en el punto x_2, con la particularidad de que $x_2 - x_1 = v\tau$, ya que durante el lapso τ (según el reloj en K) el mecanismo donde tiene lugar el proceso que se observa, moviéndose con una velocidad v, se trasladó en el sistema K a $v\tau$. Con ayuda de (132.1) se halla la relación entre t'_2 y t_2, asimismo entre t'_1 y t_1:

$$t'_2 = \frac{t_2 - (v/c^2)\,x_2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t'_1 = \frac{t_1 - (v/c^2)\,x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

De aquí

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - (v/c^2)(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau - (v/c^2)\,v\tau}{\sqrt{1-\beta^2}} = \tau\sqrt{1-\beta^2},$$

o bien

$$\tau = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

como fue dicho anteriormente.

La relación hallada entre τ y τ' muestra que los procesos en el sistema de referencia, respecto al cual se mueve el mecanismo variable, transcurren más lentamente que en aquél, respecto al cual dicho mecanismo está en reposo. En particular, semejante mecanismo puede emplearse en calidad de reloj y, como consecuencia, la deduc-

ción es la siguiente: la marcha del reloj se hace más lenta en el sistema de referencia, con relación al cual ese reloj se mueve. Esta deducción de la teoría de la relatividad encuentra una afirmación experimental directa. Las investigaciones de los rayos cósmicos han establecido que en su composición entran los denominados mesones mu (μ) o muones, partículas elementales, cuya masa supera aproximadamente 200 veces la del electrón. Estas partículas son inestables y se desintegran espontáneamente, del mismo modo que los átomos de las sustancias radiactivas. Las mediciones de la vida media de los muones dan el valor de $\tau_0 = 2{,}15 \cdot 10^{-6}$ s. Pero los muones se mueven con una velocidad próxima a la de la luz. Por eso durante su vida tendrían que recorrer en término medio el camino $c\tau_0$, igual a unos $3 \cdot 10^{10} \times$ $\times\ 2{,}15 \cdot 10^{-6} \approx 600$ m. Sin embargo, la experiencia muestra que los muones tienen tiempo para recorrer en término medio, distancias mucho mayores sin desintegrarse. La contradicción se elimina mediante las fórmulas de la teoría de la relatividad. El tiempo $\tau_0 = 2{,}15 \times$ $\times\ 10^{-6}$ s corresponde a un muon en reposo (o que se mueve lentamente), el cual es frenado por alguna sustancia densa que forma parte de la instalación empleada para medir la duración de la vida media del muon. En cambio, la observación del muon en movimiento se lleva a cabo con dispositivos, respecto a los cuales el mismo se mueve con gran velocidad. La vida media del muon es $\tau = \tau_0/\sqrt{1-\beta^2}$, con relación al sistema de referencia ligado a estos dispositivos. Puesto que para el muon, β es próximo a la unidad, τ supera considerablemente τ_0. Por eso el recorrido medio $v\tau$ del muon en nuestro sistema de referencia debe ser mucho mayor de 600 m, lo que está en concordancia con los resultados del experimento directo.

Las fórmulas de transformación, tanto de las escalas como de los tiempos, indican que β no puede superar la unidad, es decir, la velocidad del sistema no puede ser mayor que la velocidad de la luz c.

d *Teorema de la adición de las velocidades y coeficiente de arrastre.* El establecimiento de las relaciones entre la duración de los procesos y las dimensiones de las escalas, indicado anteriormente, conduce a la revisión total de toda la cinemática. En particular, el problema de la adición de las velocidades en la cinemática de la teoría de la relatividad adquiere una forma completamente distinta a la que existe en la cinemática de Galileo.

En efecto, supongamos que el sistema K' se mueve respecto al sistema K con una velocidad v a lo largo del eje x. Ahora imaginemos que cierto cuerpo en el sistema K' se mueve con una velocidad u' también a lo largo del eje x, y determinemos cual será la velocidad de este cuerpo respecto al sistema K. Sea x' la coordenada de dicho cuerpo en el sistema K' en el momento t'. En este caso $u' = dx'/dt'$. Con relación al sistema K, la velocidad de este cuerpo será $u = dx/dt$, donde x es la coordenada correspondiente, y t, el tiempo correspondiente.

en el sistema de referencia K. Así, pues,

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\,\frac{dt}{dt'}.$$

Si las ecuaciones de Galileo (129.1) $x' = x - vt$; $t' = t$ fuesen justas, tendría lugar la siguiente igualdad

$$u' = \frac{dx}{dt} - v = u - v, \text{ o bien } u = u' + v.$$

lo que se podría prever sin cálculos. Pero en caso de validez de las ecuaciones de Lorentz—Einstein (132.1), hallaremos

$$u' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'}{dt}\,\frac{dt}{dt'} = \frac{(u-v)}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\frac{(1+vu'/c^2)}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

de donde

$$u' = u - v + vu'/c^2, \text{ o sea, } u' = \frac{u-v}{1-vu/c^2},$$

$$u = \frac{u'+v}{1+vu'/c^2}. \qquad (133.2)$$

Por lo tanto, la velocidad del movimiento resultante u se diferencia de la simple suma algebraica de las velocidades u' y v. En particular, si las velocidades u' y v sumadas se aproximan cuanto se quiera a la velocidad de la luz c, pero, claro está, que no la sobrepasen, la velocidad resultante también será inferior a c. Si $u' = c$, como es fácil ver, $u = c$, es decir, la velocidad de la luz en el vacío no depende de la velocidad del sistema, lo cual se halla en concordancia con el segundo postulado de la teoría de la relatividad.

El teorema de adición de las velocidades explica sin dificultad todos los fenómenos donde tiene importancia el coeficiente de arrastre de Fresnel. Por ejemplo, examinemos el experimento de Fizeau. Si el agua es inmóvil, la figura de interferencia se determina por la velocidad de la luz en el agua, $u' = c/n$. Pero si el agua se mueve con una velocidad v, la figura de interferencia se determinará por aquella velocidad de la luz en el agua móvil, la cual se registra mediante dispositivos situados fuera de esa agua. Dicha velocidad es igual a

$$u = \frac{c/n+v}{1+(v/c^2)\,c/n} = \frac{(c/n+v)\,(1-v/cn)}{1-v^2/c^2n^2} \approx \frac{c}{n} + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

(el factor perteneciente a v se toma con una precisión de hasta varias cien millonésimas). Así, pues, la variación observada de la figura de interferencia tendrá la forma como si el movimiento del agua cambiase la velocidad de propagación de la luz en ella, convirtiéndole en $c/n + \varkappa v$, donde $\varkappa = 1 - 1/n^2$ es el coeficiente de arrastre, en lugar de ser c/n.

e. *Efecto Doppler.* Como ya se indicó en el cap. 21, e. estudio del movimiento del foco y el dispositivo con relación al medio conduce a dos expresiones diferentes para el desplazamiento Doppler, las cuales se diferencian en una magnitud de segundo orden respecto a v/c. Es obvio que desde el punto de vista de la teoría de la relatividad, estos dos casos deben conducir a fórmulas idénticas, de lo contrario las mediciones del desplazamiento Doppler permitirían establecer, con una precisión de hasta v^2/c^2, la velocidad absoluta del dispositivo o el foco.

En realidad, tomando en consideración las fórmulas de transformación de la teoría de la relatividad (132.1), obtendremos dos fórmulas idénticas independientemente de si examináramos el movimiento del foco con relación al dispositivo o viceversa. Por ejemplo, supongamos que el dispositivo B se encuentra en el sistema K, y el foco S está enlazado con el sistema K' que se mueve a lo largo del eje x respecto al dispositivo, con la particularidad de que éste y el foco se hallan en una misma línea de movimiento.

Sea ν_0 la frecuencia del foco (en el sistema K'). Es necesario determinar la frecuencia ν percibida por el dispositivo B en el sistema K.

El observador registra en el sistema de coordenadas enlazado con el dispositivo, dos momentos del proceso de emisión de la señal: t_1 y t_2, y dos coordenadas x_1 y x_2 que corresponden a la posición del foco en dichos momentos. *La duración* de la parte designada de la señal (según el reloj de K) es $\tau = t_2 - t_1$, y la coordenada $x_2 = x_1 + v\tau$, donde v es la velocidad del foco (del sistema K').

Ya que el foco está apartado del dispositivo, los momentos Θ_1 y Θ_2 del inicio y el final de la acción de la parte designada de la señal sobre el dispositivo, se diferenciarán de t_1 y t_2, es decir, serán igual a

$$\Theta_1 = t_1 + a/c, \quad \Theta_2 = t_2 + (a + v\tau)/c,$$

donde a es la distancia entre el foco y el dispositivo en el momento t_1. Por lo tanto, la *duración* de la acción sobre el dispositivo en el sistema K es

$$\Theta = \Theta_2 - \Theta_1 = \tau(1 + v/c).$$

¿Cuál será el número de oscilaciones que llegó al dispositivo en el transcurso de este tiempo? Puesto que el foco emite ν_0 oscilaciones durante 1 s (en el sistema K'), para valorar el número total de oscilaciones en la parte designada de la señal es necesario saber su duración en el sistema K'. Esta magnitud $\tau' = t_2' - t_1'$, donde t_2' y t_1' (los momentos del final y el inicio de la parte designada de la señal en el sistema K') pueden hallarse mediante la transformación de coordenadas

$$t_2' = \frac{t_2 - (v/c^2)x_2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{y} \quad t_1' = \frac{t_1 - (v/c^2)x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

De donde

$$\tau' = t_2' - t_1' = \frac{\tau(1 - v^2/c^2)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \tau\sqrt{1-\beta^2},$$

lo que se podría copiar directamente del punto «c» de dicho parágrafo.

Así, pues, el número de oscilaciones que llegó al dispositivo durante el tiempo Θ es igual a $N = \nu_0\tau' = \nu_0\tau\sqrt{1-\beta^2}$, y para la frecuencia percibida por éste, tendremos

$$\nu = \frac{N}{\Theta} = \frac{\nu_0\tau\sqrt{1-\beta^2}}{\tau(1+v/c)} = \nu_0\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}. \qquad (133.3)$$

Una fórmula semejante se obtiene si el dispositivo está relacionado con el sistema K', y el foco, con el sistema K. Como ya se ha señalado, estas fórmulas se diferencian en valores de segundo orden, respecto a β, de las fórmulas deducidas en el cap. XXI sin tener en cuenta las consideraciones de la teoría de la relatividad. Si la línea que une el foco y el dispositivo constituye un angulo φ con la dirección de la velocidad de desp azamiento, la consideración análoga nos conducirá a la relación *)

$$\nu = \nu_0\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+(v/c)\cos\varphi}. \qquad (133.4)$$

Cuando $\varphi = 0$ obtenemos la relación (133.3). Para $\varphi = \pi/2$ hallamos $\nu = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$. Entonces, de acuerdo con la teoría de la relatividad, el efecto Doppler también tiene lugar cuando la dirección de propagación de la luz es *perpendicular* a la dirección del movimiento (*efecto Doppler transversal*).

Esta diferencia de principio, típica de la teoría de la relatividad, puede servir de una nueva verificación experimental de sus tesis. La dificultad del experimento consiste en que el desplazamiento que se espera es pequeño en comparación con el corriente efecto Doppler

*) Con frecuencia esta fórmula se escribe de la forma

$$\nu = \nu_0\frac{1-(v/c)\cos\psi}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

donde ψ es el ángulo entre la dirección de observación y la dirección de la velocidad, medido en el sistema de coordenadas relacionado con el foco, mientras que el ángulo φ citado en el texto, se mide en el sistema de coordenadas ligado al dispositivo. Claro está que ambas fórmulas son equivalentes por completo entre sí, puesto que los ángulos φ y ψ están enlazados por la relación

$$\cos\varphi = \frac{\cos\psi - (v/c)}{1-(v/c)\cos\psi}.$$

Para la comparación con el experimento, cuando el ángulo de observación se establece para el dispositivo, la fórmula citada en el texto resulta más cómoda.

(longitudinal), de modo que incluso una desviación insignificante de la perpendicularidad rigurosa entre la dirección de observación y la velocidad, ocultará el efecto deseado. En cambio, Ives (1938) logró superar esta dificultad. En sus ensayos, en calidad de foco de luz sirvió un haz de rayos positivos (canales) de hidrógeno que se propagaban con una velocidad considerable ($v \sim 10^8$ cm/s), además, la construcción especial del tubo del dispositivo aseguraba una alta homogeneidad de los rayos positivos respecto a las velocidades. Al observar la luz emitida directamente por las partículas-canales, y la luz reflejada por el espejo, Ives pudo separar la variación de la frecuencia relacionada con el efecto Doppler transversal.

La idea del experimento de Ives queda clara del siguiente esquema (fig. 22.10). Si el rayo positivo H está dirigido bajo cierto ángulo al espejo, perpendicularmente al cual se halla el eje del espectrógrafo, entonces tiene lugar el corriente efecto Doppler que corresponde a la componente de velocidad a lo largo de la dirección de observación. Sea que el ángulo entre la dirección de la velocidad de la partícula y la de la luz que va directamente de la partícula al espectrógrafo, es igual a φ (véase fig. 22.10). En este caso la luz dirigida desde la partícula hacia el espejo (y de éste reflejada en el espectrógrafo) formará con la dirección de la velocidad un ángulo $\pi - \varphi$. Por esta razón, el efecto Doppler, correspondiente a la componente radial de la velocidad, proporciona los siguientes desplazamientos

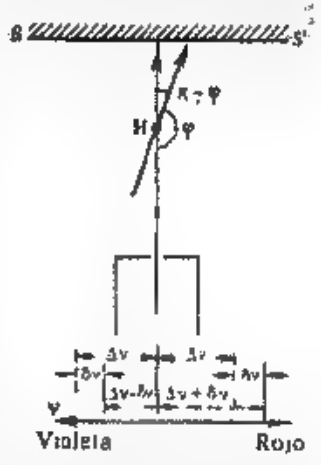


Fig. 22.10. Esquema del experimento de Ives para revelar el efecto Doppler transversal.

$$\Delta\nu = \frac{v}{c}\cos\varphi$$

y

$$\Delta\nu' = \frac{v}{c}\cos(\pi - \varphi) = -\Delta\nu,$$

simétricos respecto a la línea no desplazada. Sin embargo, el efecto Doppler transversal, superpuesto al descrito más arriba, da para ambas componentes un desplazamiento hacia una misma parte, a saber, hacia la roja ($-\delta\nu$).

Como resultado de los dos efectos se obtendrá una figura *asimétrica* respecto a la línea no desplazada. Midiendo los desplazamientos resultantes registrados $a = -(\Delta\nu + \delta\nu)$ y $b = \Delta\nu - \delta\nu$, puede calcularse el desplazamiento $\delta\nu = -\frac{1}{2}(a + b)$ que caracteriza el

efecto Doppler y que corresponde a la variación, en una magnitud $\delta\lambda$, de la longitud de onda hacia el extremo rojo del espectro. Las mediciones de Ives revelaron en realidad tal efecto y dieron a la magnitud $\delta\lambda$ un valor muy próximo al pronosticado por la teoría de la relatividad, a saber:

$$\text{esperado } \delta\lambda = 0{,}0472 \text{ Å}; \text{ observado } \delta\lambda = 0{,}0468 \text{ Å}.$$

Conclusión. Hemos citado algunos hechos aislados que son en sí la confirmación experimental de diversas deducciones de la teoría de la relatividad. Los hechos se han elegido de manera que se pudiese ilustrar con más evidencia la validez de uno u otro concepto. Pero está claro que todos estos conceptos forman algo íntegro. Por esta razón, el conjunto de los hechos señalados, al igual que otros casos numerosos, resulta ser el arsenal de argumentos experimentales que nos hace admitir la validez y el éxito de la teoría de la relatividad.

Por último, señalemos que las diversas deducciones de la teoría de la relatividad nos conducen a la conclusión de la imposibilidad de la propagación de cualquier acción o señal con una velocidad mayor que la de la luz en el vacío c. En una contradicción aparente con esta conclusión está el hecho de que en un medio de dispersión, el índice de refracción n puede ser inferior a la unidad, de modo que la *velocidad de fase* c_f será mayor que la velocidad c. Sin embargo, hay que tener en cuenta que la velocidad de fase no puede determinar la velocidad de transmisión de la señal o la acción, puesto que caracteriza una sinusoide infinita que tiene todas las secciones absolutamente iguales. Provocando cualquier alteración en la sinusoide, podríamos señalizar, pero asimismo infringiríamos la monocromaticidad, y la señal se propagaría no con velocidad de fase, sino con la llamada velocidad de *señal* que es inferior a c (compárese con el § 125).

§ 134. Deducciones generales

Todo lo expuesto anteriormente muestra que la teoría de la relatividad representa en sí un sistema armonioso que no sólo elimina las contradicciones aparentes entre algunas observaciones experimentales, sino que conduce a una revisión muy profunda de nuestros conceptos respecto a las mediciones del espacio y el tiempo. Además, la teoría de la relatividad ha establecido una serie de nuevas tesis generales, en particular, las que expresan la dependencia entre la masa del cuerpo y la velocidad, asimismo la relación entre la energía y la masa:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{y} \quad E = mc^2, \tag{134.1}$$

donde m_0 corresponde a la *masa* en reposo, o sea, a la masa cuando v es pequeña en comparación con c. El empleo a gran escala de estas correlaciones es sobre todo exitoso en la física nuclear, donde tropezamos con enormes velocidades y con enormes porciones elementales de energía $h\nu$ (para los cuantos gamma duros).

El conocimiento superficial de la teoría de la relatividad puede conducir a la idea de que todas nuestras nociones físicas pierden la realidad, ya que, siendo relativas, pueden valorarse de modo diferente en distintos sistemas de referencia, sin posibilidad de elegir entre estas diversas opiniones. Semejante conclusión es errónea por completo, como, por ejemplo, sería incorrecta la opinión acerca de la irrealidad de las magnitudes espaciales, debido a que, en función de la elección del sistema de coordenadas cartesianas (por ejemplo, la dirección de los ejes) varía el valor numérico de las coordenadas x, y, z. El carácter relativo de cada uno de estos segmentos de coordenadas no deja de que sea real el concepto de *longitud* como distancia entre dos puntos, ya que dicha longitud, igual a

$$\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2},$$

no depende de la elección de las coordenadas y es invariante respecto a éstas. Sólo son relativas las componentes de dicha longitud real a lo largo de los ejes de las coordenadas. Del mismo modo, en la teoría de la relatividad, el carácter relativo de tiempo y la longitud significa la relatividad sólo de las componentes de cierta magnitud física que, como íntegra, tiene sentido real, completamente determinado y que no depende de la elección del sistema de coordenadas. Usando nuestra analogía geométrica podemos aclarar el sentido de esta magnitud física de la siguiente manera. En geometría, un *punto* es el conjunto de tres coordenadas x, y, z, y la distancia entre dos puntos es una longitud completamente determinada, cuyo valor no depende de la elección del sistema de coordenadas. En la física tiene realidad el *acontecimiento* para cuya determinación debe fijarse el lugar y el tiempo, o sea, cuatro coordenadas x, y, z, t (*punto mundial*). El sentido físico real tiene «distancias» entre dos acontecimientos, es decir, «longitud»

$$\Delta s=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2+(\Delta z)^2-c^2(\Delta t)^2}.$$

Esta magnitud, denominada *intervalo*, posee un valor determinado, puesto que no es función del sistema de coordenadas y es invariante.

De la misma manera la fórmula (134.1) conduce a la conclusión de que la masa de una partícula depende del sistema de referencia; lo dicho también concierne al impulso de la partícula (cantidad de movimiento) $p=mv$ y su energía $E=mc^2$. Así, todas estas magnitudes son «relativas» lo mismo que las coordenadas temporales y

espaciales examinadas anteriormente. Una magnitud invariante, la cual no depende del sistema de referencia y, por consiguiente, que tiene un sentido físico completamente real, es la longitud del cuadrivector, el llamado vector de energía-impulso, que es igual a

$$\sqrt{E^2 - c^2(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} = \sqrt{m^2c^4 - c^2m^2v^2} = mc^2\sqrt{1-\beta^2} = m_0c^2,$$

es decir, la magnitud que en efecto se conserva invariable en cualquier sistema de referencia. Las componentes de este cuadrivector son

$$iE = imc^2,\ cp_x,\ cp_y,\ cp_z,$$

o sea, están ligadas a la energía y al impulso de la partícula, cuyos valores *dependen* de la elección de sistema de referencia inercial.

Así, pues, la interpretación verdadera de los corolarios de la teoría de la relatividad no da ninguna base para las deducciones de carácter idealista o subjetivista. El enlace mutuo entre la masa y la energía con un carácter persuasivo muestra que ambas magnitudes representan atributos imprescindibles de la materia, independientemente de si está ésta en forma de sustancia o en forma de campo electromagnético (luz).

Las relaciones espacial-temporales entre los acontecimientos del mundo real se definen por el intervalo cuyo valor no depende de la elección arbitraria del sistema de referencia y por lo tanto no es relativo.

La teoría de la relatividad avanza en comparación con la física clásica, para la cual el espacio y el tiempo eran categorías independientes, no ligadas entre sí. Examinando el tiempo y el espacio en su conexión indisoluble, la teoría de la relatividad proporciona ideas más profundas del espacio y el tiempo, que son la ulterior aproximación a las relaciones del mundo objetivo, en comparación con las ideas de la física clásica. El desarrollo de estas ideas lo tenemos en la llamada teoría de la relatividad general, la cual examina no sólo el movimiento uniforme de los sistemas de referencia, sino también el movimiento acelerado. La teoría de la relatividad general llega a la conclusión acerca de la dependencia de las propiedades del espacio y el tiempo en función de las masas materiales. De esta manera, las ideas metafísicas acerca del tiempo y el espacio absolutos, que existen independientemente de la materia y junto con ella («receptáculo de los cuerpos» y «duración pura», como afirmaba Newton), se sustituyen por las ideas que consideran el espacio y el tiempo como formas de existencia de la materia, de acuerdo con el concepto del materialismo dialéctico.

Los éxitos de la teoría de la relatividad en la precisión de nuestras ideas acerca del espacio y el tiempo son una etapa muy valiosa en la vía del conocimiento, concretizando el planteamiento general (en cierto modo) de esta cuestión expuesta por el materialismo dialéctico.

Según V. I. Lenin, «Las representaciones humanas sobre el espacio y el tiempo son relativas, pero estas representaciones suman la verdad absoluta, van, en su desarrollo, hacia la verdad absoluta y se aproximan a ella. La mutabilidad de las representaciones humanas sobre el espacio y el tiempo no resultan la realidad objetiva de uno y otro, así como tampoco resulta la del mundo exterior la mutabilidad de los conocimientos científicos sobre la estructura y las formas del movimiento de la materia». («Materialismo y empiriocriticismo», Editorial Progreso, versión española, Moscú, 1977, pág. 183).

PROPAGACIÓN DE LA LUZ POR LA SUPERFICIE DE SEPARACIÓN DE DOS MEDIOS

23. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DE LA LUZ EN LA SUPERFICIE DE SEPARACIÓN DE DOS DIELÉCTRICOS

§ 135. Reflexión y refracción en la superficie de separación de dos dieléctricos. Fórmulas de Fresnel

En la exposición anterior hemos utilizado reiteradamente las leyes de reflexión y refracción de la luz, establecidas a base de datos experimentales.

En el presente capítulo estudiaremos el problema sobre la propagación de la luz a través de la superficie de separación de dos medios dentro de los márgenes de la teoría electromagnética de la luz. Además debemos, por lo visto, no sólo argumentar las leyes de la óptica geométrica, antes mencionadas, sino también acelerar la investigación del problema de la reflexión y refracción, es decir, calcular la amplitud y fase de las ondas luminosas reflejadas de la superficie de separación y de las ondas que pasaron a través de dicha superficie.

Existen dos formas diferentes de resolver la tarea planteada (así como de la mayoría de los problemas físicos).

Se puede examinar detalladamente la influencia de la onda luminosa sobre las cargas eléctricas de los átomos del medio (electrones, iones): las ondas electromagnéticas provocan la oscilación de las cargas, que transcurre con cierta frecuencia de oscilación del vector eléctrico. Como consecuencia de estas oscilaciones, los átomos del medio emiten ondas electromagnéticas secundarias. La interferencia de todas las ondas secundarias con la onda incidente en el medio, conduce al surgimiento de ondas reflejada y refractada.

Con tal planteamiento, el problema general enunciado se resuelve con éxito, pero los cálculos necesarios son muy complejos, puesto que es indispensable tomar en consideración la influencia sobre cada áto-

mo no sólo de la onda incidente, sino de las ondas secundarias de todos los demás átomos.

Otro método de resolver el problema planteado se basa en la electrodinámica fenomenológica, o sea, en el sistema de ecuaciones de Maxwell y en las condiciones límites del campo electromagnético que se desprenden de dichas ecuaciones. En este caso, las propiedades del medio se fijan según su índice de refracción o su constante dieléctrica.

Nosotros emplearemos el último método, ya que el mismo permite hallar simplemente la dirección de la propagación, la amplitud y la fase de las ondas reflejada y refractada, es decir, permite deducir teóricamente las leyes de reflexión y refracción de las ondas luminosas. Al utilizar este procedimiento, el problema de la relación entre el índice de refracción y las propiedades de los átomos que integran el medio, permanece abierto.

Así, pues, supongamos que una onda electromagnética plana incide sobre la superficie de separación de dos dieléctricos homogéneos isótropos. Como muestra el experimento, en este caso, de la superficie de separación de los dieléctricos se propagarán dos ondas planas: una reflejada y otra refractada.

Las condiciones de frontera del campo electromagnético consisten en que para cualquier momento de tiempo y cualquier punto de la superficie de separación se realizan las siguientes relaciones de los componentes tangenciales de los vectores de intensidad de los campos magnético y eléctrico:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2};\ H_{\tau 1} = H_{\tau 2}, \tag{135.1}$$

donde el índice τ sirve para designar los componentes tangenciales de los vectores E y H, es decir, de las proyecciones de los vectores E y H en la superficie de separación entre los medios. Por lo visto, en el primer medio, el valor resultante de la intensidad del campo en las proximidades de la superficie de separación se determinará por la suma de los campos de las ondas incidente y reflejada, mientras que dentro del segundo medio, sólo por el campo de la onda transmisible. La onda incidente puede estar polarizada de cualquier manera.

Como se ha mostrado en el §3, partiendo de las ecuaciones de Maxwell de las ondas planas, se obtiene la relación $\sqrt{\varepsilon}E = \sqrt{\mu}H$, la cual en la parte óptica del espectro de los dieléctricos transparentes puede escribirse

$$\sqrt{\varepsilon}E = H,$$

ya que en este caso $\mu \approx 1$. Los vectores E, H y el versor s que determina la dirección de propagación de la onda, son mutuamente perpendiculares y forman el sistema de rosca derecha (véase fig. 2.6, en la que la dirección de propagación de la onda se fija según el vector v).

Tenemos que cerciorarnos ante todo de que las *leyes geométricas de la reflexión y refracción* que determinan la orientación de la propagación de las ondas reflejada y refractada, son las mismas cualquiera que sea la polarización de la onda incidente. Al analizar teóricamente el problema de reflexión de las ondas es cómodo utilizar la forma compleja de escritura de las oscilaciones. Conforme a esto, escribiremos las expresiones para las ondas incidente, reflejada y refractada, de la siguiente manera:

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{E}_i \exp[i(\omega_i t - k_i r s_i)], \quad k_i = \frac{\omega_i}{v_i} = \frac{\omega_i}{c} n_1; \\ &\boldsymbol{E}_r \exp[i(\omega_r t - k_r r s_r)], \quad k_r = \frac{\omega_r}{v_r} = \frac{\omega_r}{c} n_1; \\ &\boldsymbol{E}_d \exp[i(\omega_d t - k_d r s_d)], \quad k_d = \frac{\omega_d}{v_d} = \frac{\omega_d}{c} n_2 \end{aligned}\right\} \qquad (135.2)$$

Aquí r es el radio-vector; ω_j, v_j, las frecuencias y velocidades de las ondas ($j = i, r, d$); $\boldsymbol{E}_j$, las amplitudes de ondas; n_1 y n_2, los índices de refracción de los medios de separación; s_j, los versores. Como la condición $s_j r = \text{const}$ determina el plano perpendicular a s_j, las expresiones (135.2) describen las ondas planas que se propagan a lo largo de los versores $s_j = s_i, s_r, s_d$. De acuerdo con lo dicho en el §4 acerca de la forma compleja de escritura de las oscilaciones, el contenido físico está relacionado con la parte real de estas expresiones. Los argumentos de los sumandos cartesianos de los vectores complejos $\boldsymbol{E}_i, \boldsymbol{E}_r, \boldsymbol{E}_d$ en esencia son las fases iniciales de las oscilaciones correspondientes. Como ha sido explicado en el §110, la diferencia de las fases iniciales del vector componente $\boldsymbol{E}_j$ influye sobre el estado de polarización de la onda.

Si introducimos la expresión (135.2) en las condiciones de frontera del vector de campo eléctrico, éstas adquieren la forma

$$\boldsymbol{E}_{i\tau} \exp[i(\omega_i t - k_i s_i r)] + \boldsymbol{E}_{r\tau} \exp[i(\omega_r t - k_r s_r r)] =$$
$$= \boldsymbol{E}_{d\tau} \exp[i(\omega_d t - k_d s_d r)];$$

Para que esta igualdad se realice en cualquier momento de tiempo t, en cualquier punto de la superficie de separación es necesario y suficiente que sean iguales (en los tres índices de los exponentes) los coeficientes de t y de las proyecciones de r_τ del radio vector r en la superficie de separación, es decir, que se cumplan las igualdades

$$\omega_i = \omega_r = \omega_d; \qquad (135.3)$$

$$k_i s_{i\tau} = k_r s_{r\tau} = k_d s_{d\tau}. \qquad (135.4)$$

Conforme a (135.3), las frecuencias de las tres ondas deben ser iguales entre sí. Dentro de los márgenes de las ideas moleculares expuestas al comienzo del párrafo, este resultado es obvio ya que la frecuencia de oscilación de las cargas, excitada por el vector del campo eléctri-

co de la onda luminosa, coincide con la frecuencia de la fuerza de impulsión, es decir, ω_i. En lo sucesivo los índices de ω_i, ω_r, ω_d serán omitidos y la frecuencia se designará sólo por ω.

De la igualdad (135.4) se desprende que los versores s_i, s_r y s_d se hallan en un mismo plano, el cual atraviesa la normal a la superficie de separación y s_i (*plano de incidencia*), lo que corresponde al experimento (véase §1).

Elijamos el sistema de coordenadas de manera que el plano xOy coincida con el plano de separación de los medios, y el plano $zO\bar{x}$, con el plano de incidencia; además, dirijamos el eje Oz del medio I al medio II (fig. 23.1). Los ángulos entre s_i, s_d y el eje z designémoslos por φ, ψ (ángulos de incidencia y de refracción), y el ángulo entre Oz y s_r, por $\pi - \varphi'$ (φ' es el ángulo de reflexión, véase fig. 23.1).

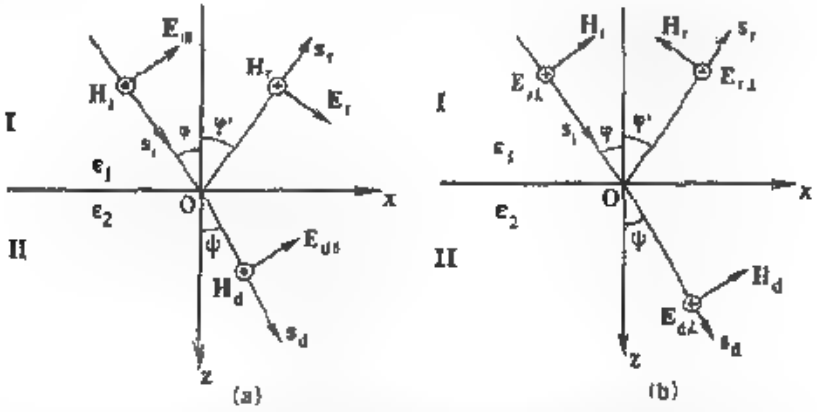


Fig. 23.1. Esquema de disposición de los vectores de onda y de las intensidades en las ondas refractadas, reflejadas e incidentes:
a, componentes de intensidad del vector del campo eléctrico $\mathcal{E}_{j\parallel}$ que se hallan en el plano de incidencia; b, componentes de intensidad del vector del campo eléctrico $\mathcal{E}_{j\perp}$ perpendiculares al plano de incidencia.

En el sistema de coordenadas indicado, las componentes y de los vectores $s_{j\tau}$ son nulas, mientras que las componentes x pueden ser expresadas por los ángulos φ, φ', ψ de la siguiente manera:

$$s_{ix} = \operatorname{sen} \varphi,\ s_{rx} = \operatorname{sen} \varphi',\ s_{dx} = \operatorname{sen} \psi.$$

De este modo, las igualdades (135.4) pueden adquirir el siguiente aspecto

$$\frac{\operatorname{sen} \varphi}{v_1} = \frac{\operatorname{sen} \varphi'}{v_1} = \frac{\operatorname{sen} \psi}{v_2}. \qquad (135.5)$$

La primer igualdad significa que $\varphi = \varphi'$, o sea, llegamos a la ley de reflexión. Para la onda refractada tenemos un eslabón de igualdades

$$\frac{\operatorname{sen}\psi}{\operatorname{sen}\varphi} = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} = \frac{1}{n} = \frac{v_2}{v_1}, \qquad (135.6)$$

lo que coincide con la ley de refracción establecida experimentalmente. Además, las relaciones (135.6) completan en sumo grado el contenido de la ley empírica de refracción, a saber: el índice de refracción relativo n de dos medios es igual a la proporción de las velocidades de propagación de las ondas v_1 y v_2. Así, pues, las leyes geométricas de reflexión y refracción se desprenden directamente de la teoría electromagnética de la luz.

En los razonamientos que nos condujeron a las leyes geométricas, no habíamos hecho ningunas suposiciones que acotasen los valores de las componentes de las amplitudes de los vectores y de sus fases iniciales. Pero como precisamente estas magnitudes determinan la polarización de las ondas, se puede afirmar que las leyes geométricas de reflexión y refracción son válidas para cualquier estado de polarización de la onda incidente.

A diferencia de las leyes geométricas, las amplitudes de las ondas reflejada y refractada dependen de la polarización de la onda incidente. De lo expuesto más adelante se podrá ver que es conveniente examinar dos casos por separado, cuando el vector del campo eléctrico se halla en el plano de incidencia o bien cuando es perpendicular a éste. Con otras palabras, descompongamos las amplitudes de E_i, E_r, E_d en las componentes $E_{\parallel}$ y $E_{\perp}$ que permanecen, respectivamente, en el plano de incidencia y perpendicularmente a éste:

$$E_j = E_{j\parallel} + E_{j\perp}; \quad j = i, r, d.$$

Es obvio que los resultados del cálculo de $E_{j\parallel}$ y $E_{j\perp}$ permiten resolver el problema de reflexión y refracción de la luz de polarización arbitraria. Las orientaciones mutuas de los vectores e_j, $E_{j\parallel}$, $E_{j\perp}$ y de las intensidades $H_{j\parallel}$, $H_{j\perp}$ del campo magnético, correspondientes a esos vectores, se citan en las figs. 23.1, *a* y *b*.

Comencemos por el estudio del caso cuando las componentes de la intensidad del vector del campo eléctrico $E_{j\parallel}$ se hallan en el plano de incidencia (véase fig. 23.1, *a*). Las condiciones de frontera para tal polarización toman el siguiente aspecto:

$$E_{i\parallel}\cos\varphi + E_{r\parallel}\cos\varphi = E_{d\parallel}\cos\psi;$$
$$n_1 E_{i\parallel} - n_1 E_{r\parallel} = n_2 E_{d\parallel}. \qquad (135.7)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones y utilizando la ley de refracción, encontramos

$$r_{\parallel} = \frac{E_{r\parallel}}{E_{i\parallel}} = -\frac{\operatorname{sen} 2\varphi - \operatorname{sen} 2\psi}{\operatorname{sen} 2\varphi + \operatorname{sen} 2\psi} = -\frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}, \tag{135.8}$$

$$t_{\parallel} = \frac{E_{d\parallel}}{E_{i\parallel}} = \frac{2 \operatorname{sen} \psi \cos \varphi}{\operatorname{sen}(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}. \tag{135.9}$$

Las magnitudes $r_{\parallel}$ y $t_{\parallel}$ se denominan *factores de cresta de reflexión y de transmisión* para la onda polarizada linealmente en el plano de incidencia.

Para los componentes de las intensidades del vector del campo eléctrico, perpendiculares al plano de incidencia (fig. 23.1, *b*), las condiciones de frontera (135.1) toman la forma

$$E_{i\perp} + E_{r\perp} = E_{d\perp}; \quad n_1 (E_{i\perp} - E_{r\perp}) \cos \varphi = n_2 E_{d\perp} \cos \psi,$$

y los factores de cresta de reflexión y transmisión $r_{\perp}$ y $t_{\perp}$ se obtienen mediante las expresiones

$$r_{\perp} = \frac{E_{r\perp}}{E_{i\perp}} = -\frac{\operatorname{sen}(\varphi - \psi)}{\operatorname{sen}(\varphi + \psi)}; \tag{135.10}$$

$$t_{\perp} = \frac{E_{d\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{2 \operatorname{sen} \psi \cos \varphi}{\operatorname{sen}(\varphi + \psi)}. \tag{135.11}$$

Las relaciones (135.8)—(135.11) entre las amplitudes de las ondas incidente, reflejada y refractada son conocidas con el nombre de *fórmulas de Fresnel*.

Para los vectores del campo magnético es fácil obtener relaciones análogas (véase ejercicio 185).

Establezcamos las relaciones entre las fases de las ondas incidente, reflejada y refractada, valiéndonos de las fórmulas de Fresnel. Los factores de cresta de reflexión son magnitudes reales (en el capítulo XXIV se examina el caso de reflexión interna total, o sea, cuando eso no es así). Por lo tanto, las fases de las ondas incidente, reflejada y refractada, o bien coinciden, o bien se diferencian en π. Señalemos que las direcciones elegidas de nuestros vectores son, desde luego, convencionales (lo mismo que en cualquier problema geométrico). Pero como nos atenemos a ellas en el transcurso de todo nuestro estudio, las relaciones halladas de esta manera tienen un sentido general. Nuestra *elección* de direcciones positivas significa, en particular, que las ondas *i*, *r*, *d* coinciden de fase cuando las amplitudes E_i, E_r y E_d tienen los mismos signos, y son opuestas de fase cuando los signos son distintos.

De las fórmulas (135.9) y (135.11) se deduce que para cualquier valor de los ángulos ψ y φ, los signos de $E_{d\parallel}$ y $E_{i\parallel}$ y los de $E_{d\perp}$ y $E_{i\perp}$ coinciden entre sí. Esto significa que también en la superficie de se-

paración sus fases coinciden, es decir, que la onda refractada en todos los casos conserva sin cambio la fase de la incidente. Para las componentes de la onda *reflejada* ($E_{r\parallel}$ y $E_{r\perp}$) todo es más complicado. Como muestran las fórmulas (135.8) y (135.10), las relaciones expuestas en la tabla serán diferentes en función del ángulo de incidencia y el valor de índice de refracción de las superficies de separación.

Tabla.

	$\varphi + \psi < {}^1/_2\pi$	$\varphi + \psi > {}^1/_2\pi$
$\varphi > \psi$, o sea, $n_2 > n_1$, o $n > 1$	$E_{r\perp}$ y $E_{i\perp}$ son inversas según la fase (son de signo contrario) $E_{r\parallel}$ y $E_{i\parallel}$ son inversas según la fase (son de signo contrario)	$E_{r\perp}$ y $E_{i\perp}$ son inversas según la fase (son de signo contrario) $E_{r\parallel}$ y $E_{i\parallel}$ coinciden según la fase (coinciden según el signo)
$\varphi < \psi$, o sea, $n_2 < n_1$, o $n < 1$	$E_{r\perp}$ y $E_{i\perp}$ coinciden según la fase (coinciden según el signo) $E_{r\parallel}$ y $E_{i\parallel}$ coinciden según la fase (coinciden según el signo)	$E_{r\perp}$ y $E_{i\perp}$ coinciden según la fase (coinciden según el signo) $E_{r\parallel}$ y $E_{i\parallel}$ son inversas según la fase (son de signo contrario)

De esta manera, siendo pequeños los ángulos de incidencia ($\varphi + \psi < \pi/2$), la fase de ambas componentes del vector del campo eléctrico de la onda reflejada es inversa a la fase de la onda incidente para el caso cuando $n_2 > n_1$, y coincide con la fase de esa onda cuando $n_2 < n_1$. En particular, esto también tiene lugar siendo la incidencia normal. Durante el estudio de diversos casos de interferencia, hemos mencionado reiteradamente el fenómeno de pérdida de semionda, al reflejarse la onda de un medio ópticamente más denso ($n > 1$). Las fórmulas citadas contienen un análisis completo de todas las variantes posibles del vector del campo eléctrico. El comportamiento de las fases del vector del campo magnético puede ser examinado del mismo modo.

La energía de luz I_i que cae por unidad de tiempo sobre la unidad de área de la superficie de separación, es la proyección del vector de Umov—Poynting en la normal a dicha superficie. Al tomar el valor medio de la energía durante el período de oscilación $2\pi/\omega$, hallamos

$$I_i = \frac{cn_1}{8\pi}(E_{i\perp}^2 + E_{i\parallel}^2)\cos\varphi.$$

Para las ondas reflejada y refractada, la energía emitida por la unidad de área de superficie en el transcurso de la unidad de tiempo, se expresará mediante las relaciones

$$I_r = \frac{cn_1}{8\pi}\left[E_{r\perp}^2 + E_{r\parallel}^2\right]\cos\varphi; \quad \text{y}$$

$$I_d = \frac{cn_2}{8\pi}\left[E_{d\perp}^2 + E_{d\parallel}^2\right]\cos\psi, \quad \text{respectivamente.}$$

Así, pues, la relación entre el flujo reflejado y el flujo incidente se determina por el cuadrado de los factores de cresta de reflexión $r_\perp^2$ y $r_\parallel^2$:

$$r_\perp^2 = \left[\frac{\operatorname{sen}(\varphi-\psi)}{\operatorname{sen}(\varphi+\psi)}\right]^2; \quad r_\parallel^2 = \left[\frac{\operatorname{tg}(\varphi-\psi)}{\operatorname{tg}(\varphi+\psi)}\right]^2. \tag{135.12}$$

Si la incidencia es normal ($\varphi = \psi = 0$), a base de las fórmulas (135.8) y (135.10) y desarrollando la indeterminación, hallaremos

$$r_\perp = r_\parallel = -\frac{n-1}{n+1} = -\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}. \tag{135.13}$$

Siendo la incidencia normal, se hace comprensible la igualdad de los factores de reflexión $r_\perp$ y $r_\parallel$, ya que en este caso $E_{i\perp}$ y $E_{r\parallel}$ son paralelas a la superficie de separación y físicamente son equitativas. Los signos $r_\perp$ y $r_\parallel$ expresan como siempre la relación entre las fases de la onda incidente y la reflejada.

Siendo $n = 1{,}5$ (vidrio—aire), encontramos que

$$r_\perp^2 = r_\parallel^2 = 1/25 = 4\%.$$

La reflexión de la luz de muchas superficies, incluso durante una incidencia próxima a la normal, puede debilitar de un modo considerable la intensidad de la luz, lo que se tiene que tomar en consideración al construir sistemas ópticos complejos. Uno de los métodos de lucha contra estas pérdidas consiste en pegar las superficies con Bálsamo del Canadá. El índice de refracción relativo de la superficie de separación del Bálsamo del Canadá—vidrio es próximo a la unidad, así que en la superficie de encoladura no se observa prácticamente reflexión.

Ha sido elaborado un método que permitió reducir en sumo grado la reflexión (*lucidez de la óptica*). Por medio de tratamiento químico o mediante la precipitación de una sustancia ajena, en el vidrio se forma una capa superficial cuyo índice de refracción y cuyo grosor deben elegirse de tal modo que los rayos reflejados de los límites inferior y exterior de dicha capa se anulen mutuamente gracias a la interferencia (véase ejercicio 192). Eligiendo bien las constantes de la capa, se logra debilitar considerablemente la reflexión. Esto tiene gran importancia al construir aparatos integrados por muchas piezas ópticas, es decir, que tengan un gran número de superficies de re-

flexión. Así, pues, en algunos aparatos, por ejemplo, en los periscopios, tal tratamiento conduce a la disminución de las pérdidas de reflexión en varias veces.

Merece especial atención el caso cuando se cumple la condición $\varphi + \psi = \pi/2$ y $\operatorname{tg}(\varphi + \psi) \to \infty$. Es fácil mostrar que esta condición se satisface cuando el ángulo de incidencia constituye

$$\varphi_B = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arctg} n. \qquad (135.14)$$

Esta condición siempre puede satisfacerse mediante el experimento. Por ejemplo, para el vidrio que tiene $n = 1{,}5$ hallamos que $\varphi_B = 56°19'$, y para el agua ($n = 1{,}33$), $\varphi_B = 53°4'$ (en ambos casos, de primer medio sirvió el aire que posee $n_1 = 1$). Siendo el ángulo de incidencia $\varphi = \varphi_B$, el factor de reflexión $r_{\parallel}$ para $E_{r\parallel}$ es igual a cero, mientras que $r_{\perp}$ se obtiene de la fórmula (véase ejercicio 186)

$$r_{\perp} = -\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}.$$

De este modo, siendo $\varphi = \varphi_B$, la luz reflejada está polarizada linealmente en el plano perpendicular al de incidencia. La reducción a cero del factor de reflexión $r_{\parallel}$ para $\varphi = \varphi_B$ se denomina *ley de Brewster*, y el ángulo φ_B, *ángulo de Brewster*. En el párrafo siguiente se examina más detalladamente la ley de Brewster y su empleo para obtener luz polarizada.

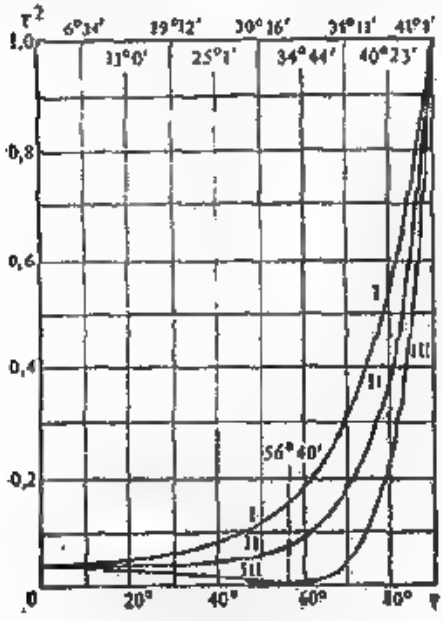


Fig. 23.2. Factor de reflexión de la luz en función del ángulo de incidencia φ ($n = 1{,}52$).

I, para $r_{\perp}^2$; II, para la luz natural; III, para $r_{\parallel}^2$.

Si $\varphi \to \pi/2$ (incidencia deslizante),

$$r_{\parallel}^2 = r_{\perp}^2 = 1,$$

es decir, tiene lugar la reflexión total de la luz. En particular, con este fenómeno están relacionadas las brillantes imágenes de los objetos en el agua tranquila (orillas de los ríos, faroles, sol poniente, etc.).

En la fig. 23.2 se ofrecen las gráficas de las dependencias de $r_{\perp}^2$ y $r_{\parallel}^2$ (curvas *I* y *III*) en función del ángulo de incidencia φ para $n = 1{,}52$, de acuerdo con que el ángulo de Brewster es igual a 56°40'.

La curva *II* corresponde al factor de reflexión para la luz no polarizada. En este caso $E_{\parallel}^{2} = E_{\perp}^{2}$ y

$$I_r = {}^1/_2 (r_{\parallel}^2 + r_{\perp}^2) I_i,$$

o sea, el factor de reflexión es igual al promedio de $r_{\perp}^2$ y $r_{\parallel}^2$.

Si dirigimos el rayo en sentido opuesto (del vidrio al aire), los ángulos φ y ψ cambiarán de lugar, mientras que, como se desprende de las relaciones (135.12), los valores de $r_{\parallel}^2$ y $r_{\perp}^2$ permanecerán invariables. Por eso las gráficas de la fig. 23.2 también corresponden a la reflexión, siendo $n = 1/1{,}52$ (los ángulos de incidencia correspondientes están indicados arriba del diagrama).

Señalemos las variaciones cualitativas que hubiesen sufrido las gráficas en la fig. 23.2 al aumentar el índice de refracción relativo. De acuerdo con (135.13), el punto inicial de la gráfica, correspondiente a $\varphi = 0$, se desplazará hacia arriba; la gráfica para $r_{\perp}^2$ permanecerá monótona, el ángulo de Brewster aumentará y la gráfica para $r_{\parallel}^2$ obtendrá un mínimo más profundo y aún más se aproximará a la unidad siendo $\varphi \to \pi/2$. Cuando los valores del índice de refracción sean bastante grandes, $r^2 = {}^1/_2 (r_{\parallel}^2 + r_{\perp}^2)$ variará de modo no monótono, disminuyendo cuando los ángulos de incidencia sean pequeños, y aumentando cuando $\varphi > \varphi_B$.

Las relaciones ilustradas por medio de dichas curvas (o en las fórmulas correspondientes), se han sometido reiteradas veces a verificación experimental y los ensayos las confirman muy bien. Su verificación experimental puede realizarse en cualquier instalación que ofrezca la posibilidad de investigar la intensidad de la luz dirigida bajo diversos ángulos (un fotómetro conectado con un goniómetro). Por lo general en este caso se investigan las componentes $\perp$ y $\parallel$ por separado, por eso, o bien se emplea un fotómetro de polarización, o bien el aparato se equipa complementariamente con un prisma de polarización.

La afirmación experimental de las fórmulas de Fresnel sirve de argumento convincente en favor de la teoría electromagnética de la luz. Sin entrar en detalles, subrayemos que la solución rigurosa del problema de reflexión de la luz dentro de los márgenes de la teoría del éter elástico choca con dificultades insuperables. A pesar de que Fresnel obtuvo sus fórmulas al estudiar el recorrido de la onda elástica a través de la superficie de separación de dos medios, su deducción es contradictoria y poco convincente. Como fue indicado anteriormente, la teoría electromagnética ofrece una deducción simple y elegante, basada en el análisis de las condiciones de frontera para las intensidades de los vectores de los campos eléctrico y magnético. A diferencia de las fórmulas de Fresnel, las leyes geométricas de la reflexión son válidas para las ondas de cualquier naturaleza y por eso no pueden servir para elegir entre la teoría elástica y la de la luz electromagnética.

§ 136. Polarización de la luz al pasar por la superficie de separación de dos dieléctricos. Interpretación concreta de la ley de Brewster

Como vemos, las fórmulas de Fresnel dan la posibilidad de calcular la amplitud de cada una de las componentes de $E_\perp$ y $E_\parallel$ en la luz reflejada y transmitida, por eso contienen la solución completa del problema del grado de polarización de la luz reflejada y refractada. Dichas fórmulas abarcan todas las leyes que ya conocemos de los experimentos y que fueron descritas en el cap. 16. De este modo, la teoría electromagnética de la luz explica el gran descubrimiento de Malus.

Si la luz es natural, $\overline{E_\parallel^2} = \overline{E_\perp^2}$, es decir, en un lapso breve en comparación con el tiempo de observación, pero largo respecto a la duración de los procesos intraatómicos, los cuadrados de las componentes del vector de intensidad del campo eléctrico, que permanecen en el plano de incidencia y perpendicularmente a éste, por término medio son iguales entre sí.

Sin embargo, para la luz reflejada

$$\overline{E_{r\parallel}^2} \neq \overline{E_{r\perp}^2}. \tag{136.1}$$

Por esta razón la luz reflejada resulta más o menos polarizada. Puesto que $\overline{E_{r\perp}^2} \geqslant \overline{E_{r\parallel}^2}$, el vector del campo eléctrico, perpendicular al plano de incidencia, tiene mayor amplitud.

Como medida del grado de polarización es natural tomar la relación

$$\Delta = \frac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel}\ 100\%,$$

donde $I_\perp$ e $I_\parallel$ son las intensidades correspondientes a $E_\perp$ y $E_\parallel$. La magnitud Δ se denomina *grado de polarización*. El factor 100 se ha introducido en la expresión para obtener Δ en tanto por ciento. Así pues, el grado de polarización es nulo si $I_\perp = I_\parallel$ (luz natural); la polarización alcanza el 100% si una de las componentes del vector del campo eléctrico se convierte en cero. Basándose en la definición de Δ, la igualdad $\Delta = 100\%$ significa la completa polarización cuando la dirección de las oscilaciones del vector del campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia; $\Delta = -100\%$ significa la completa polarización de las oscilaciones del vector del campo eléctrico en el plano de incidencia.

Si $\varphi + \psi = \pi/2$, $I_{r\perp} = 0$, $I_{r\parallel} \neq 0$ y $\Delta = 100\%$, o sea, la luz reflejada está totalmente polarizada y además, el vector del campo eléctrico es perpendicular al plano de incidencia (ley de Brewster). Los factores de transmisión $t_\perp$, $t_\parallel$ no se hacen nulos con ningún valor del ángulo de incidencia φ, o sea, la completa polarización de la luz

transmitida es imposible. No obstante, siempre $E_{d\parallel}^2 \geqslant E_{d\perp}^2$, es decir, $I_{d\parallel} \geqslant I_{d\perp}$ y $\Delta \leqslant 0$. Esto significa que tiene lugar una polarización parcial la cual, además, transcurre de tal modo que la dirección principal de las oscilaciones se halla en el plano de incidencia.

Como es fácil de convencerse (véase ejercicio 187), cuando la luz incide bajo el ángulo de Brewster, obtenemos

$$\frac{E_{d\perp}}{E_{d\parallel}} = \frac{2n}{1+n^2}, \quad \frac{I_{d\perp}}{I_{d\parallel}} = \frac{4n^2}{(1+n^2)^2},$$

$$\Delta = \frac{4n^2 - (n^2+1)^2}{4n^2 + (n^2+1)^2} = -\frac{(n^2-1)^2}{4n^2 + (n^2+1)^2}. \qquad (136.2)$$

Para $n = 1{,}5$ (aire—vidrio) tenemos, aproximadamente, $\Delta = -8\%$, es decir, la luz transmitida está parcialmente (en un 8%) polariza-

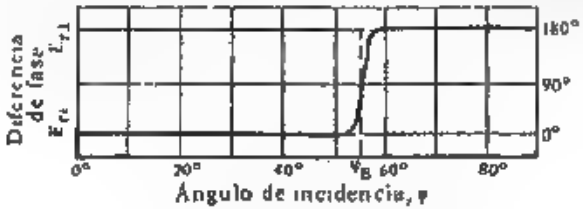


Fig. 23.3. Divergencia de las fórmulas de Fresnel en las proximidades del ángulo de Brewster φ_B.

da. Si la luz pasa al interior de la placa planoparalela, en la segunda superficie de nuevo tiene lugar la refracción bajo el ángulo de Brewster, y el grado de polarización de la luz que atravesó la placa aumentará aproximadamente en un 8% más. Si colocamos varias placas de modo sucesivo (*serie de Stolétov*), la polarización de la luz transmitida aumentará con rapidez al elevar el número de placas en la serie. Dicha polarización podrá calcularse mediante las fórmulas de Fresnel (véase ejercicio 189).

De las fórmulas de Fresnel se deduce (véase la tabla en la pág. 72) que las componentes $E_{r\perp}$ y $E_{r\parallel}$ coinciden según la fase, mientras el ángulo de incidencia es inferior al de Brewster ($\varphi + \psi < \pi/2$), y tienen fase opuesta en caso de que $\varphi + \psi > \pi/2$. Para el ángulo de Brewster, la fase $E_{r\parallel}$ debe variar a salto en 180° (fig. 23.3). Además, al caer bajo el ángulo de Brewster en la luz reflejada, las oscilaciones han de ser perpendiculares al plano de incidencia (ya que $E_{r\parallel} = 0$). Sin embargo, las observaciones mostraron que lo dicho no siempre se cumple rigurosamente.

Como han mostrado las pruebas especiales, la ley de Brewster se cumple con poca precisión, a saber, durante la reflexión de la luz polarizada bajo un ángulo próximo al de Brewster, se observa no la luz planopolarizada, sino la luz *elípticamente polarizada*. Esto signi-

fica que entre las componentes $E_{r\parallel}$ y $E_{r\perp}$ hay cierta diferencia de fases, distinta a cero y a 180°, es decir, la variación de la fase de $E_{r\parallel}$ al pasar a través del ángulo de Brewster, transcurre no a salto, sino gradualmente, aunque con mucha rapidez. En la fig. 23.3, la variación de fase a salto se muestra con una línea a trazos; la línea continua da la variación observada en realidad. Los resultados señalados pueden explicarse por la existencia de una capa de transición en la superficie de separación de dos medios, donde ε_1 (y, por consiguiente, también n_1) pasa a ε_2 (a n_2) mediante un cambio rápido, pero continuo, y no a salto.

Sentido físico de la ley de Brewster. Al deducir e integrar las fórmulas de Fresnel hemos empleado las condiciones de frontera para el campo electromagnético, sin recurrir a las nociones acerca de las ondas secundarias que emiten los átomos o las moléculas de la sustancia. Si hacemos uso de estos razonamientos, podríamos poner más claridad física en nuestras fórmulas. Mostremos esto en el ejemplo de interpretación del sentido físico de la ley de Brewster.

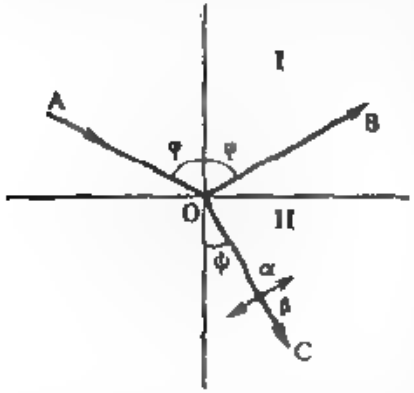


Fig. 23.4. Para explicar el sentido físico de la ley de Brewster.

La onda incidente provoca, en el medio *II* (fig. 23.4), las oscilaciones de los electrones, las cuales se convierten en fuentes de ondas secundarias; dichas ondas son las que precisamente dan la luz reflejada. La dirección de las oscilaciones coincide con la del vector del campo eléctrico de la onda luminosa*), o sea, para el medio *II* ésta es perpendicular a *OC*. Podemos imaginarnos esta oscilación como la suma de dos oscilaciones, una de las cuales (α) se halla en el plano *AOC*, y la otra (β) es perpendicular a éste. Con otras palabras, representamos la oscilación de los electrones en la molécula como la superposición de las oscilaciones de dos emisores elementales cuyos ejes están orientados según α y β, respectivamente.

Ahora imaginémonos que la luz incide bajo el ángulo de Brewster, o sea, $\varphi + \psi = {}^1/_2\pi$. En este caso es evidente que $OB \perp OC$. Por consiguiente, $OB \parallel \alpha$. Sin embargo, se sabe que la carga eléctrica oscilante no emite ondas electromagnéticas a lo largo de la dirección de su movimiento. Por lo tanto, el emisor de tipo α, a lo largo de *OB* no emite luz. De este modo, en dirección *OB* pasa la luz emitida por los emisores de tipo β, cuya dirección de las oscilaciones es perpendicular a *OB*, o sea, perpendicular al plano del dibujo. Con otras pa-

*) Para mayor sencillez consideramos que las moléculas son isótropas.

labras, la luz reflejada está bastante polarizada, y la oscilación del vector de intensidad del campo eléctrico en ella es perpendicular al plano de incidencia (ley de Brewster).

Si el ángulo de incidencia se diferencia del ángulo de Brewster, a lo largo de OB podrá propagarse una onda que contiene, además de la componente β, la componente α, cuya parte será tanto mayor cuanto más grande sea el ángulo entre la dirección α y la de la onda reflejada. Así, pues, la luz reflejada será polarizada parcialmente, y el grado de polarización aumentará a medida que se aproxime al ángulo de Brewster.

Como hemos dicho, la experiencia muestra que la ley de Brewster no se cumple muy rigurosamente. Puede ser que una de las causas de esto resida en que hemos considerado que las moléculas son isótropas, mientras que muchas veces no es así. Por otra parte, las causas de la divergencia de la ley de Brewster aún no han sido aclaradas del todo.

24. REFLEXIÓN INTERNA TOTAL *)

§ 137. Fenómeno de reflexión interna total

La ley de refracción hallada mediante experimentos y deducida de la teoría, dice que $\operatorname{sen}\psi = \operatorname{sen}\varphi/n$. Es fácil ver que si $n < 1$, de acuerdo con esta relación es posible obtener un valor del ángulo de incidencia para el cual $\operatorname{sen}\psi > 1$, lo que no tiene sentido ya que semejante fórmula no determina ningún ángulo de refracción real. Un caso análogo tiene lugar para todos los valores del ángulo φ que satisfacen la condición $\operatorname{sen}\varphi > n$, lo cual es posible cuando $n < 1$, es decir, en caso de que la luz pase de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor índice (por ejemplo, del vidrio al aire). El ángulo φ correspondiente a la condición $\operatorname{sen}\varphi = n$ suele llamarse ángulo *crítico* o ángulo *límite*. Como se sabe, en estas condiciones no observamos la onda refractada, y toda la luz se refleja completamente de nuevo al primer medio, debido a lo cual dicho fenómeno lleva el nombre de *reflexión interna total*.

Como en tales condiciones el ángulo ψ no tiene sentido, no podemos interpretar, para nuestro caso, las fórmulas de Fresnel en la forma que habíamos escrito antes, ya que el ángulo ψ forma parte de ellas. En cambio, podemos transformar dichas fórmulas, introduciendo en ellas el índice n. Desarrollando las expresiones sen $(\varphi +$

*) En este capítulo la exposición se ofrece sin demostrar la mayoría de las tesis, ya que el material disponible rebasa los márgenes del curso general. El objetivo de la exposición es dar sólo una idea general de las cuestiones sometidas a examen.

$+\psi)$, sen $(\varphi - \psi)$, etc., sustituyamos en ψ por sen φ/n y cos ψ por $\pm$ $\pm \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\varphi/n^2}$. Para el caso que se examina, el valor de sen $\varphi/n > 1$, lo que significa que $\operatorname{sen}^2\varphi/n^2 > 1$, o sea, cos ψ se hace imaginario:

$$\cos\psi = \pm i \sqrt{\frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{n^2} - 1}. \tag{137.1}$$

Como muestra el análisis, el signo más corresponde al aumento infinito de la amplitud a medida que ésta se aleja de la superficie reflectora hacia el segundo medio, lo que carece de sentido físico; por eso en lo sucesivo conservaremos

$$\cos\psi = -i \sqrt{\frac{\operatorname{sen}^2\varphi}{n^2} - 1}. \tag{137.2}$$

Después de realizar los cálculos correspondientes, obtendremos E_r y E_d expresados mediante E_i, φ y n, pero en este caso las expresiones halladas no serán reales, sino complejas. La expresión compleja de las amplitudes de las ondas reflejada y refractada tienen un sentido muy simple: el argumento de la amplitud compleja determina el desfasaje de la oscilación (véase ejercicio 194 y § 4). De este modo, la aparición de magnitudes complejas en las expresiones para las amplitudes de las ondas reflejada y refractada significa que dichas ondas difieren de la onda incidente no sólo por las amplitudes, sino también por las fases. Examinemos las ondas reflejada y refractada por separado.

§ 138. Investigación de la onda reflejada. Polarización elíptica

La investigación de las relaciones que se obtienen para la onda reflejada, nos conducen a las siguientes deducciones.

a. $|E_{r\perp}|^2 = |E_{i\perp}|^2$ y $|E_{r\parallel}|^2 = |E_{i\parallel}|^2$ (véase ejercicio 196) y, por consiguiente, $|E_{i\perp}|^2 + |E_{i\parallel}|^2 = |E_{r\perp}|^2 + |E_{r\parallel}|^2$, es decir, la intensidad *) de la luz reflejada es igual a la de la luz incidente. Puesto que, conforme a la ley de reflexión, las secciones de los haces reflejado e incidente son iguales entre sí, la relación hallada significa que toda la energía incidente se refleja *por completo*. Como ya hemos mencionado anteriormente, por esta causa el fenómeno ha recibido el nombre de *reflexión interna total*. Este se observa con facilidad y se demuestra con muchos procedimientos. A título de ejemplo puede servir el prisma de reflexión interna total que se

*) Para la escritura compleja de los campos, la intensidad es proporcional al cuadrado del módulo de la amplitud (véase § 4)

usa en numerosas instalaciones ópticas (fig. 24.1, *a*), el cual da vuelta a los rayos bajo un ángulo recto, o bien el prisma enderezador (fig. 24.1, *b*), que da vuelta a la imagen.

Un experimento impresionante, ilustrado por la fig. 24.2, se explica mediante el fenómeno de la reflexión interna total. La luz incide en forma de haz paralelo horizontal a lo largo del chorro de agua que sale libremente del orificio de la pared lateral del recipiente. Merced al fenómeno de reflexión interna total, la luz no puede salir a través de la superficie lateral y sigue a lo largo del chorro que, de esta manera, se asemeja a un conducto de luz. En efecto, a causa de la disipación en partículas de polvo casuales y burbujas, parte de la luz atraviesa las paredes laterales, por lo que el chorro se ve incluso en un aula oscurecida. La luminosidad del chorro se hace más notoria si en lugar de agua sale una solución fluorescente (la luz de la

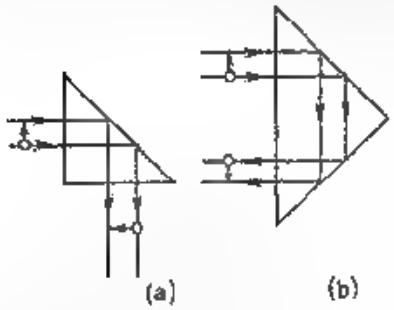


Fig. 24.1. Prismas de reflexión total. a, prisma giratorio, b, prisma enderezador.

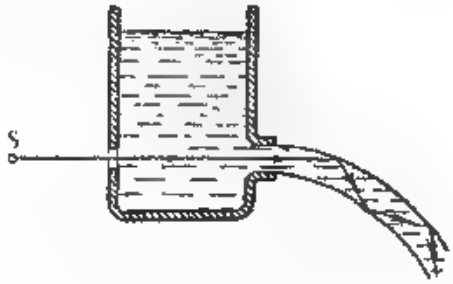


Fig. 24.2. Fenómeno de reflexión total en un chorro de líquido.

fluorescencia se propaga en todas las direcciones y, sin sufrir reflexión interna total para los ángulos de incidencia inferiores al ángulo límite, sale parcialmente del chorro).

La estructura del aparato que permite determinar con rapidez y simplicidad el índice de refracción (refractómetro Abbé—Pulfrich), se basa en el fenómeno de reflexión interna total. En la fig. 24.3 se muestra su esquema. La reflexión interna total transcurre en el límite entre el vidrio (con un índice de refracción conocido y lo más alto posible) y una capa fina de líquido aplicada a su superficie. En la escala del aparato, que determina la posición del tubo respecto al prisma durante la colimación de la frontera clara (que indica el inicio de la reflexión interna total), por lo general se aplican directamente los valores del índice de refracción. Tal refractómetro asegura la determinación del índice de refracción con un error que no supera el 0,1%.

b. Las componentes $E_{r\perp}$ y $E_{r\parallel}$ sufren variación de fase respecto a $E_{i\perp}$ y $E_{i\parallel}$ que se designan por $\delta_\perp$ y $\delta_\parallel$, respectivamente, además,

$\delta_\perp$ se diferencia de $\delta_\parallel$, de modo que

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 (\delta_\parallel - \delta_\perp) = \frac{\cos \varphi \sqrt{\operatorname{sen}^2 \varphi - n^2}}{\operatorname{sen}^2 \varphi} \qquad (138.1)$$

(véase ejercicio 197).

Así, pues, si en la onda incidente, $E_{i\perp}$ y $E_{i\parallel}$ se hallan en una misma fase, en la luz reflejada entre las componentes $E_{r\perp}$ y $E_{r\parallel}$ perpendiculares mutuamente, aparecerá un desfasaje dependiente de φ y n. Por consiguiente, el fenómeno de reflexión interna total permite obtener una luz de *polarización elíptica*, al igual que el paso de la luz a través de una placa cristalina. Es obvio que para realizar la polarización elíptica durante la reflexión interna total es necesario que el

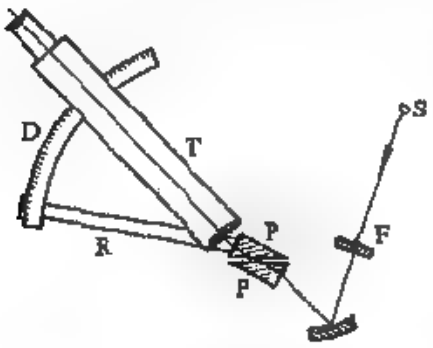


Fig. 24.3. Esquema del refractómetro Abbe:

PP, prismas de vidrio con gran índice de refracción, entre los cuales se ubica la gota de líquido sometida a investigación, el haz luminoso de la fuente S pasa a través del filtro óptico F y sufre una reflexión total en la superficie de separación gota — prisma; el prisma junto con la palanca R gira alrededor del tubo T; la posición del tubo respecto al prisma se comprueba por el arco D graduado en valores del índice de refracción.

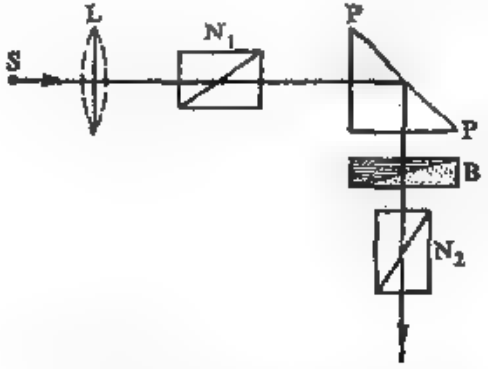


Fig. 24.4. Observación de la polarización elíptica de la luz durante el fenómeno de reflexión total:

S, fuente luminosa; L, lente garantizadora del paralelismo del haz que incide sobre el sistema, N_1, polarizador, P, prisma de reflexión total, B, compensador de Babinet; N_2, analizador. Esquema del experimento de Quincke.

haz incidente no sea natural pero que tenga polarización, por ejemplo, lineal (véase § 109).

De la fórmula (138.1) se desprende que si $\operatorname{sen} \varphi = n$, es decir, si el haz paralelo sufre una reflexión interna total justamente con un ángulo límite, entonces

$$\operatorname{tg} {}^1/_2 (\delta_\parallel - \delta_\perp) = 0,$$

es decir el desfasaje es nulo y la luz planoparalela permanece planoparalela sin convertirse en luz polarizada elípticamente.

La polarización elíptica que surge durante la reflexión interna total de la onda de polarización plana, puede investigarse mediante procedimientos corrientes. La fig. 24.4 muestra el esquema de tal experimento. El plano del polarizador N_1 debe formar, por supuesto, cierto ángulo con el plano de incidencia en la cara PP_2.

Para el vidrio ($n = 1{,}5$) pueden elegirse tales valores de φ para que el desfasaje sea igual a 45°, a saber, siendo $\varphi = 48°37'$ ó $\varphi = 54°37'$, tenemos

$$\delta_{\parallel} - \delta_{\perp} = 45°.$$

La doble reflexión interna total bajo el ángulo indicado en el vidrio, provoca la variación de la fase en $^1/_2\pi$, o sea, actúa como una placa de cuarto de onda.

Fresnel confeccionó un paralelepípedo de vidrio con un índice de refracción adecuado, el cual funciona del modo indicado (véase fig. 24.5).

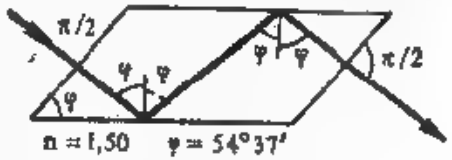


Fig. 24.5. Paralelepípedo de Fresnel.

Si $E_{i\parallel} = E_{i\perp}$, en caso de reflexión interna total $|E_{r\perp}| = |E_{r\parallel}|$, y como $\delta_{\parallel} - \delta_{\perp} = {}^1/_2\pi$, la luz resultará circularmente polarizada. Es fácil ver que para este fin es necesario que la luz de polarización plana sea dirigida al paralelepípedo de Fresnel de modo que el plano de polarización forme un ángulo de 45° con el plano de incidencia.

La placa de cuarto de onda, confeccionada en forma del paralelepípedo de Fresnel, es menos cómoda en el manejo que las placas cristalinas correspondientes. Sin embargo, la misma puede ser ventajosa por cuanto la diferencia de fase que ella comunica depende menos de la longitud de onda que en el caso de placas corrientes de cuarto de onda fabricadas de mica. Para eso sólo es necesario que en calidad de material indispensable se elija vidrio de pequeña dispersión (crown ligero), donde n depende poco de λ.

§ 139. Investigación de la onda refractada

Para la onda refractada, el asunto es mucho más complicado. Como hemos visto, la ley de refracción no da en este caso ninguna respuesta a la pregunta acerca de la dirección de la propagación de la onda refractada, y por eso no se puede hablar de esa onda en el sentido corriente de la palabra. Sin embargo, sus campos eléctrico y magnético no se interrumpen en la superficie de separación, sino que existen también en el segundo medio.

Las investigaciones de estos campos mostraron que a medida que ellos se profundizan en el segundo medio, disminuyen con rapidez

según la ley exponencial, y en la profundidad comparable con la longitud de onda, sus amplitudes se reducen varias veces. Tal debilitamiento de dichos campos ocurre *no como resultado* de la absorción de la luz, puesto que suponemos que ambos medios son bastante transparentes, en concordancia con lo cual toda la energía incidente se refleja *por completo*, volviendo al primer medio.

La investigación teórica detallada de este problema, realizada por A. A. Ehrenfest a base de la teoría electromagnética de la luz, dio un cuadro claro del movimiento de la energía durante el fenómeno de reflexión interna total.

Como han mostrado estas investigaciones, el movimiento de la energía en la superficie de separación de dos medios sucede de manera que, en término medio, el flujo de energía que pasa del primer medio al segundo, es igual al flujo inverso, con la particularidad de que los lugares de entrada y salida de los flujos directo e inverso están algo desplazados uno respecto a otro a lo largo de la superficie de separación. Como resultado surge el movimiento de la energía a lo largo de dicha superficie, con salida de nuevo al primer medio *). En el segundo medio, un campo algo manifiesto abarca sólo una fina capa de grosor comparable con la longitud de la onda luminosa y dependiente del ángulo de incidencia φ y del índice de refracción n.

El proceso de entrada de la onda en el segundo medio puede observarse experimentalmente. El grosor de semejante capa luminosa será tanto mayor cuanto más grande sea la longitud de onda, por lo tanto su estudio se logra mejor con ondas electromagnéticas largas. Así, Schaefer y Gross, empleando ondas electromagnéticas de $\lambda =$ = 15 cm, observaron su reflexión interna total mediante un prisma de parafina. Ellos han podido convencerse de la existencia de un campo ondulatorio también en el segundo medio (aire) ubicando el dispositivo receptor (detector) bastante cerca de la superficie de parafina. Quincke realizó el ensayo con ondas luminosas, basado en el fenómeno descrito y utilizando el siguiente procedimiento. Puesto que el campo luminoso en el segundo medio puede alcanzar grandes dimensiones a distancias menores que la longitud de la onda luminosa, entonces, haciendo de este segundo medio (aire) una capa intermedia menor que λ, obligaremos al campo luminoso a penetrar (con amplitudes aún considerables) en la segunda capa de vidrio, donde continuará

*) En este caso el frente de onda en el segundo medio es perpendicular a la superficie de separación de dos medios, así que la dirección de propagación de la fase de la onda es paralela a dicha superficie. El vector de Umov—Poynting, a lo largo del cual se mueve la energía, cambia sucesivamente su dirección, entrando en el segundo medio y de nuevo saliendo de él. Por eso las intensidades E y H, perpendiculares a este vector, no siempre son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda, o sea, esta última en el segundo medio no es transversal (véase la nota al pie de la pág. 97).

propagándose con arreglo a las leyes corrientes y donde podrá ser investigado como de costumbre.

La fig. 24.6 muestra el esquema de disposición del experimento de Quincke. Cuanto más pequeña sea la holgura d, más luz penetrará en la segunda placa de vidrio MN y saldrá de ella hacia afuera. Variando el grosor de d, es posible cambiar la cantidad de luz que pasa por todo el sistema, o sea, modular su intensidad. Uno de los moduladores luminosos ha sido construido a base de este principio. La variación del grosor de la holgura d se hace bajo la acción de las ondas sonoras (fonación). Así, pues, la modulación de la intensidad de la luz ocurre al ritmo de dichas ondas sonoras. Percibiendo la luz modulada en una célula fotoeléctrica, obtenemos una corriente eléctrica alterna que puede amplificarse y utilizarse para reproducir el sonido (teléfono luminoso).

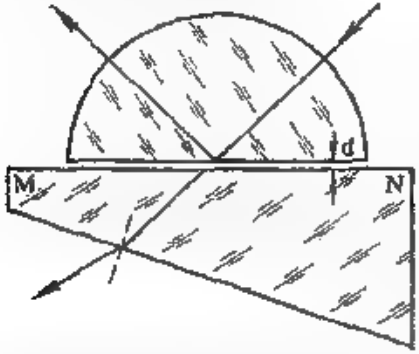


Fig. 24.6. Penetración de la onda en el segundo medio:
Esquema del experimento de Quincke.

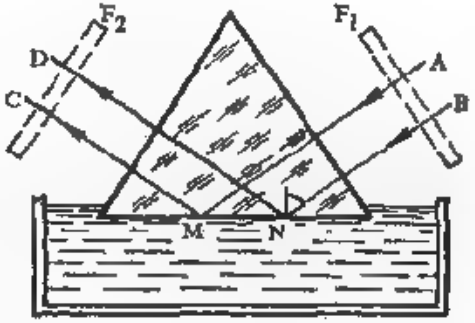


Fig 24.7. Penetración de la onda en el segundo medio:
Esquema del experimento de Mandelshtam — Seleni F_1, F_2. filtros ópticos cruzados.

L. I. Mandelshtam y Seleni propusieron otro método más simple e interesante de investigación de la onda en el segundo medio. El fenómeno se observa en la superficie de separación del vidrio y un líquido en el que se ha disuelto cierta cantidad de sustancia fluorescente. La onda que penetra en el segundo medio tendrá todavía, en la capa fina (inferior a λ), una intensidad considerable y provocará en ella una fluorescencia evidente. Dicho método consiste precisamente en la observación de la capa fluorescente.

El esquema del experimento queda claro de la fig. 24.7. Un haz de rayos paralelos incide en la superficie de separación vidrio—fluorescina bajo un ángulo mayor que el ángulo límite, y sufre una reflexión interna total. Toda la luz reflejada se concentra en la dirección MC, ND. No obstante, la luz verdosa de la fluorescencia en la capa de líquido contigua a la sección del prisma MN, también se observa en otras direcciones, lo que sirve de demostración de la fluorescencia

de dicha capa bajo la acción de la onda que penetró allí. Este fenómeno se puede observar con mayor precisión, empleando dos filtros «cruzados» F_1 y F_2, elegidos de manera que a través de su secuencia la luz del foco no pase. Pero la luz que pasa a través de F_1 es capaz de provocar la fluorescencia con otro compuesto espectral y no con la luz que excita esta última (ley de Stokes, véase § 216). La referida luz modificada se deja pasar por el segundo filtro F_2. De esta manera los filtros cruzados detienen por completo la luz del foco, pero la luz de la fluorescencia excitada por la onda que penetró en el segundo medio, se ve claramente.

25. FUNDAMENTOS DE LA ÓPTICA DE LOS METALES

§ 140. Característica de las propiedades ópticas de los metales

Las peculiaridades de reflexión de la luz de la superficie de los metales, se deben a la presencia en éstos de un gran número de electrones enlazados tan débilmente con sus propios átomos, que para muchos fenómenos, tales electrones se pueden considerar *libres*. Las ondas secundarias, provocadas por las oscilaciones forzadas de los electrones libres, dan origen a una onda reflejada fuerte, cuya intensidad puede alcanzar el 95% (e incluso más) de la intensidad de la onda incidente, y una onda relativamente débil que pasa hacia adentro del metal. Puesto que la densidad de los electrones libres es muy considerable (del orden de 10^{22} en un cm^3), incluso las capas muy finas del metal reflejan la mayor parte de la luz incidente y son, por regla general, prácticamente opacas. La parte de energía luminosa que penetra en el metal, sufre en él absorción. Los electrones libres que bajo la influencia de la onda luminosa comienzan a oscilar, interaccionan con los iones de los metales, como resultado de esto, la energía tomada de la onda electromagnética se transforma en calor.

De este modo, la onda electromagnética se amortigua con rapidez dentro del metal y, por lo general, sólo sus capas finísimas juegan algún papel en todo el proceso descrito.

En dependencia de la conducción del metal se resuelve el problema de qué parte de la luz no se transmite por éste como resultado de la reflexión y qué parte se retiene a causa de la absorción. En un conductor ideal, donde las pérdidas en el calor de Joule en general no existen, la absorción es igual a cero, de modo que la luz incidente se refleja totalmente. Las películas de plata muy puras, que se emplean en los interferómetros de Fabry—Pérot, se aproximan a este ideal. Se ha logrado confeccionar películas en las que la reflexión alcanzaba el 98—99%, y la absorción constituía aproximadamente el

0,5%. Una capacidad reflectora sobre todo alta (de hasta un 99.8%) la posee el sodio, metal de excelente conducción, cuya absorción es respectivamente insignificante. En los metales peores conductores, por ejemplo en el hierro, la reflexión puede ser sólo de 30—40%, de modo que la película opaca de hierro, cuyo grosor constituye partes de micrón, absorbe cerca del 60% de la luz que incide sobre ella.

Así, pues, la peculiaridad característica de los metales, que consiste en su elevada capacidad reflectora y la cual se manifiesta en la presencia de un brillo «metálico» singular de su superficie limpia (no oxidada), está relacionada con la conductividad eléctrica de los mismos. Hablando en general, cuanto mayor es el coeficiente de conductibilidad, tanto más alta es la capacidad reflectora de los metales.

Con frecuencias relativamente pequeñas (rayos infarrojos), las propiedades ópticas del metal dependen principalmente de la conducta de los electrones libres. Pero al pasar a la luz visible y ultravioleta, comienzan a desempeñar un papel importante los electrones ligados que se caracterizan por su propia frecuencia ubicada en la zona de longitudes de ondas más cortas. La participación de estos electrones determina las llamadas propiedades ópticas no metálicas. Así, por ejemplo, la plata, que en la zona visible se caracteriza por un factor de reflexión muy elevado (superior al 95%) y una absorción evidente, o sea, peculiaridades ópticas típicas de los metales, en la zona de luz ultravioleta posee un intervalo bruscamente manifiesto, de mala reflexión y gran transparencia; en las proximidades de $\lambda = 316$ nm, la capacidad reflectora de la plata se reduce hasta el 4,2%, es decir, corresponde a la reflexión del vidrio. A continuación se citan los factores de reflexión de la plata (en tanto por ciento) para distintas longitudes de ondas de incidencia normal:

λ (en nm)	251	288	305	316	326	333	357	385
r^2 (en %)	34	21,2	9,1	4,2	14,6	55,5	74,4	81,4
λ (en nm)	420	450	500	700	1000			
r^2 (en %)	86,6	90,5	91,3	96,0	97,5			

Conforme a estos datos, la plata en forma de capas finas, observada a la luz se presenta de color violeta. De modo análogo, las capas finas de los metales alcalinos, opacos por completo en la luz visible, son transparentes en la luz ultravioleta (la transparencia evidente del cesio comienza cuando $\lambda = 315$ nm; del rubidio, cuando $\lambda = 360$ nm; del potasio, cuando $\lambda = 315$ nm; del sodio, cuando $\lambda = 210$ nm; y del litio, cuando $\lambda = 205$ nm). Wood logró incluso revelar en estos metales, en la zona ultravioleta, el ángulo de Brewster y provocar la polarización de la luz natural durante la reflexión del metal.

La teoría completa del paso de la luz a través de los metales, y la reflexión de éstos debe tener en cuenta las peculiaridades indicadas. Esto es sobre todo difícil porque la teoría electrónica de los metales requiere la aplicación de la mecánica cuántica.

§ 141. Constantes ópticas de los metales y su determinación

En la interpretación breve de la cuestión basada en la teoría electromagnética de Maxwell, el problema se reduce a la consideración de la conducción del metal, es decir, formalmente, a la introducción en las ecuaciones de Maxwell, de términos que dependen del coeficiente de conductibilidad σ. Para la onda luminosa propagada dentro del metal, obtenemos en este caso una expresión la cual significa que su amplitud se reduce a medida que la misma penetra en la profundidad de éste. Con otras palabras, de acuerdo con los datos del experimento, de nuestras fórmulas se desprende que en el metal tiene lugar la *absorción* de la luz. En una capa de pequeño grosor (dz) se absorbe una *parte* determinada de la luz incidente, proporcional al grosor de dicha capa, o sea, $dI = -\alpha I dz$. Conforme a esto, la intensidad de la luz disminuye a medida que ésta penetra en la profundidad del metal, según la ley $I = I_0 \exp(-\alpha z)$, donde α es el factor de absorción, el cual muestra que a la profundidad de $z = 1/\alpha$ la intensidad de la luz se reduce e veces. Las fórmulas teóricas adquieren una forma más simple si en lugar del factor de absorción α introducimos la magnitud $\varkappa$ ligada a α mediante la relación $\varkappa = \alpha\lambda/4\pi$, donde λ es la longitud de la onda de luz en la sustancia. Si el índice de refracción de nuestra sustancia es n, la longitud de la onda en el vacío será $\lambda_0 = n\lambda$, de manera que

$$\alpha = \frac{4\pi}{\lambda_0} n\varkappa, \text{ o sea, } I = I_0 \exp\left(-\frac{4\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right).$$

Si $n\varkappa$ es igual a la unidad, en una capa cuyo grosor equivale a la longitud de onda ($z = \lambda_0$), la intensidad de la luz se reduce $e^{4\pi}$ veces, es decir, aproximadamente 10^5 veces. Planck propuso considerar la absorción «metálica» si $n\varkappa \gg 1$. En efecto, al realizar mediciones en la zona visible del espectro, para la mayoría de los metales, el valor de $n\varkappa$ se halla entre 1,5 y 5. Al pasar a la zona de mayores longitudes de onda, los valores de $n\varkappa$ aumentan aún más. Así, pues, para la plata, siendo $\lambda = 6$ μm, $n\varkappa$ alcanza el valor de 40 y, al aumentar λ, crece aún más.

Como la intensidad de la luz es proporcional al *cuadrado* de la amplitud de la onda luminosa, por efecto de absorción, la amplitud varía según la ley

$$A = A_0 \exp(-{}^1/_2 \alpha z) = A_0 \exp[-(2\pi/\lambda_0) n\varkappa z],$$

y, por consiguiente, la onda luminosa en el metal adquiere el aspecto

$$s = A\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} z\right) = A_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nz\right)$$

La introducción de la escritura compleja de la oscilación, después de una transformación simple nos da

$$s = A_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right) \operatorname{Re}\left\{\exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} nz\right)\right]\right\} =$$

$$= A_0 \operatorname{Re} \exp\left\{i\left[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n(1 - i\varkappa) z\right]\right\}. \qquad (141.1)$$

Por consiguiente, al emplear la forma compleja, el aspecto de la onda en el metal se puede escribir de manera corriente, pero en lugar del índice de refracción ordinario n, en la fórmula entra el índice de refraccion *complejo* $n' = n(1 - i\varkappa)$, además, su parte imaginaria $(n\varkappa)$ determina la absorción de la onda.

Ambos parámetros n y $\varkappa$ son las constantes que caracterizan las propiedades ópticas del metal. Al deducir la ecuación ondulatoria de las ecuaciones de Maxwell para el metal, obtenemos las relaciones entre las constantes ópticas del metal y sus características electricas ε y σ:

$$n^2(1 - \varkappa^2) = \varepsilon, \quad n^2\varkappa = \sigma/\nu, \qquad (141.2)$$

donde ν es la frecuencia de la luz; ε, la constante dieléctrica; y σ, la conductividad. Para los metales, la medición de la conductividad σ se hace simplemente sólo para un campo continuo o para campos de frecuencia pequeña. Las mediciones directas de ε en general son imposibles. Por esta razón, a base de estas fórmulas no se puede efectuar el *cálculo* de las constantes ópticas n y $\varkappa$ de la luz corriente o ultravioleta (alta frecuencia). Sin embargo, resulta posible la determinación experimental de n y $\varkappa$, además, por medio de dos procedimientos. El primero le pertenece a Kundt (1888), quien midió directamente estas constantes para ciertos metales, confeccionando de ellos pequeños prismas muy finos con pequeño ángulo de refracción que permitían determinar n y $\varkappa$. El segundo método, más perfecto y general, fue señalado por Drude (1889). Éste se basa en el estudio de las propiedades de la luz reflejada de los metales. Como ya se ha señalado antes, las peculiaridades ópticas de los metales, en comparación con el dieléctrico, se consideran por el hecho de que en lugar del índice corriente de refraccion n se introduce el índice de refracción complejo $n' = n(1 - i\varkappa)$. Conforme a esto, en las fórmulas de Fresnel para el metal, las amplitudes de la onda reflejada (y refractada) se hacen complejas, es decir, surge la diferencia de fase entre las componentes de las ondas reflejada (y refractada) y la onda incidente. Esta diferencia de fases

no es igual para las componentes del vector del campo eléctrico que permanecen en el plano de incidencia y perpendicularmente a él. Por eso, entre dos componentes mutuamente perpendiculares en la luz reflejada (y refractada) $E_{r\parallel}$ y $E_{r\perp}$ surge una diferencia de fase y, como resultado, si sobre la superficie del metal incide la luz de polarización plana, entonces, la luz reflejada será de *polarización elíptica*. El carácter de polarización (excentricidad y posición de la elipse) depende de las propiedades ópticas del metal (de n y $\varkappa$). La teoría de Drude relaciona estas magnitudes con los datos de la polarización elíptica hallados experimentalmente, y de este modo permite determinar las constantes ópticas del metal. En los casos cuando los resultados obtenidos por el método de Drude podían compararse con los datos de Kundt, se observaba una concordancia satisfactoria.

Para el caso simple de incidencia normal sobre el metal, no es difícil calcular tanto la diferencia de fase entre E_r y E_i, como el factor de reflexión. Para eso, en la expresión $r_\perp = -r_\parallel = -(n-1)/(n+1)$ hay que sustituir n por $n' = n(1 - i\varkappa)$, o sea,

$$-r_\perp = -r_\parallel = \frac{n(1-i\varkappa)-1}{n(1-i\varkappa)+1} = \frac{(n-1)-i\varkappa n}{(n+1)-i\varkappa n} = |r| \exp(i\delta_r), \qquad (141.3)$$

de donde (véase ejercicio 198)

$$\operatorname{tg} \delta_r = \frac{2(n\varkappa)}{1-n^2-(n\varkappa)^2}.$$

Para hallar el factor de reflexión mediante la intensidad $|r|^2$ es necesario multiplicar la expresión (141.3) por la magnitud adjunta a ésta

Tabla. *Constantes ópticas de algunos metales para $\lambda = 589{,}3$ nm*

Metal	$n\varkappa$	n	$\lvert r\rvert^2$, en %
Sodio	2,61	0,05	99,8
Plata	3,64	0,18	95,0
Magnesio	4,42	0,37	92,9
Oro	2,82	0,37	85,1
Oro electrolítico	2,84	0,47	84,5
Mercurio	4,41	1,62	73,3
Cobre puro	2,62	0,64	70,1
Níquel puro	3,32	1,79	62,0
Níquel electrolítico	3,48	2,01	62,1
Níquel pulverulento	1,97	1,30	43,3
Hierro pulverulento	1,63	1,51	32,6

$|r| \exp(-i\delta_r)$ (véase ejercicio 193 *b*). En resumidas cuentas obtenemos.

$$|r|^2 = \frac{(n-1)^2 + \varkappa^2 n^2}{(n+1)^2 + \varkappa^2 n^2}. \qquad (141.4)$$

De acuerdo con (141.4), la medición del factor de reflexión mediante la intensidad del metal puede utilizarse también para determinar las constantes ópticas del metal.

La tabla citada, que ofrece los valores de $n\varkappa$, n y $|r|^2$ para algunos metales siendo $\lambda = 589{,}3$ nm, permite verificar en qué medida se cumple la relación (141.4).

La comparación directa de los datos de esta tabla con los valores ordinarios de la conductividad (véase (141.2)) no da un resultado satisfactorio, lo que, por otra parte, no resulta inesperado. Las fórmulas (141.2) parten de la noción acerca del metal como un sistema cuyos electrones pueden considerarse libres (electrones de conducción); mientras que los fenómenos ópticos, referentes a la zona de frecuencias relativamente altas (luz visible y ultravioleta), dependen mucho de la influencia de los electrones ligados (electrones de polarizabilidad), lo cual será detallado en el capítulo dedicado a la dispersión. En efecto, por ejemplo, tomando para el cobre el valor estático de conductividad $\sigma = 5{,}14 \cdot 10^{17}\ s^{-1}$, hallaremos para la luz amarilla, o sea, para $\nu = 5 \cdot 10^{14}\ s^{-1}$, que $\sigma/\nu = 1000$, mientras que $n^2\varkappa = 1{,}67$. Así mismo el producto de $n^2\varkappa$ para el mercurio es mucho mayor que para el sodio, mientras que la conductividad corriente del sodio es incomparablemente mayor que la del mercurio. Sin embargo, la verificación de las relaciones indicadas es posible si se determinan los valores de n y $\varkappa$ para frecuencias más bajas (infrarrojas), donde para las propiedades ópticas de los metales los electrones libres desempeñan el papel principal. Así, por ejemplo, siendo $\lambda = 12\ \mu m$, la relación entre las constantes ópticas y el coeficiente de conductibilidad del metal, requerida por la teoría, se realiza bien en el experimento.

La teoría cuántica moderna de los fenómenos de la óptica de los metales conduce a relaciones más complicadas que concuerdan bien con los datos experimentales.

ÓPTICA DE LOS MEDIOS ANISÓTROPOS

26. FUNDAMENTOS DE LA ÓPTICA DE LOS CRISTALES

§ 142. Medios anisótropos

Ya hemos trabado conocimiento de los hechos más importantes que caracterizan la propagación de la luz en los cristales. La diferencia principal entre el medio cristalino y los medios semejantes al vidrio o el agua, consiste en el fenómeno de birrefringencia, acondicionado por la diferencia de la velocidad de propagación de la luz en el cristal, para dos ondas luminosas polarizadas en planos mutuamente perpendiculares. Precisamente la diferencia de la velocidad de propagación de la luz en diversas direcciones en un cristal, es decir, la *anisotropía óptica* del medio cristalino, está relacionada con dicha peculiaridad. Por lo general, si el medio es anisótropo con relación a cualquiera de sus propiedades, también es anisótropo respecto a otras propiedades. No obstante, pueden señalarse casos en que el medio puede considerarse como isótropo en ciertos tipos de fenómenos, resultando anisótropo en otros. Así, un cristal de sal gema revela la isotropía de sus propiedades ópticas, pero sus propiedades mecánicas a lo largo de la arista y la diagonal son distintas.

La anisotropía de un medio real está condicionada por las peculiaridades de los átomos y moléculas que lo componen, los cuales por sí mismo pueden ser sistemas anisótropos, es decir, sus propiedades pueden depender de la orientación dentro del átomo o la molécula. Sin embargo, en este caso hay que recordar que las propiedades de un átomo aislado no determinan ni mucho menos las propiedades del medio. En primer lugar es necesario tener en cuenta que, concentrándose en algo íntegro, por ejemplo, formando un cristal, los átomos (o moléculas) pueden transformarse en iones correspondientes (o grupos moleculares), los cuales se disponen en los vértices de la red cristalina. Así, la investigación por medio de difracción de los

rayos X mostró con evidencia que los cristales de las sales halógenas alcalinas, por ejemplo, la sal gema NaCl o la silvita KCl, representan en sí una estructura cúbica, en cuyos vértices se ubican los *iones* del halógeno Cl^- y *los* del metal alcalino Na^+ (o K^+), con la particularidad de que sus propiedades se diferencian mucho de las de los átomos neutrales. Además, cada una de esas partículas (átomo, ion, etc.) se halla en un campo de partículas circundantes, el cual depende de la disposición de estas últimas y puede ser distinto en diversas direcciones. Por esta razón, las propiedades del cristal pueden depender esencialmente de su estructura: Así, el carbonato calcico $CaCO_3$ se conoce en forma de dos distintas variedades cristalinas: espato de Islandia y aragonita, que difieren por la disposición mutua de sus elementos y por eso poseen distintas propiedades. El espato de Islandia posee una densidad de 2,72, y en sentido óptico representa un cristal uniaxial, mientras que la aragonita tiene una densidad de 2,93 y es, desde el punto de vista óptico, un cristal biáxico.

La anisotropía del medio puede condicionarse tanto por la anisotropía de las partículas que lo componen, como por el carácter de la disposición mutua de éstas. Además, el medio isótropo puede estar estructurado de partículas anisótropas, y el medio anisótropo, de partículas isótropas; también son posibles otras combinaciones. Es fácil ver, por ejemplo, que la molécula de hidrógeno H_2 es anisótropa, o sea, sus propiedades a lo largo de la línea que une ambos átomos de hidrógeno, se diferencian de las propiedades en dirección perpendicular a la línea axial: la polarizabilidad de la molécula, es decir, el desplazamiento del electrón bajo la acción de la fuerza eléctrica establecida a lo largo del eje es distinta que perpendicularmente a éste. Sin embargo, el gas de hidrógeno no revela propiedades anisótropas: a consecuencia de la orientación desordenada de las moléculas de hidrógeno, las propiedades promedias de este gas resultan idénticas en todas direcciones. Si tales moléculas anisótropas se hallan orientadas de manera determinada, entonces también la sustancia en general revelará anisotropía.

Semejante orientación se observa con frecuencia en la sustancia bajo la acción de las fuerzas intermoleculares (cristales); a veces puede surgir bajo la acción de las influencias externas (anisotropía artificial). Claro está que también se pueden conservar las propiedades isótropas de los cuerpos cristalinos, es decir, con cierta disposición regular de los grupos atómicos. Así, por ejemplo, los cristales de sal gema o silvina, que representan en sí, como ya se ha señalado, una estructura cúbica constituida por iones de Na^+ (o K^+) y Cl^- en primera aproximación son un medio ópticamente isótropo*). La causa

*) Aquí no tomamos en consideración los llamados efectos de dispersión espacial. Acerca de ellos véase más adelante el § 149.

consiste en que los iones que integran dicha estructura (red cristalina), por sí mismo poseen propiedades isótropas, y merced a su disposición simétrica en los vértices de una red, la acción de las partículas circundantes resulta que tampoco depende de la dirección. Si se deforma al cristal de sal gema o de silvina, por ejemplo, comprimiéndolo en una dirección, se altera la simetría de disposición de los iones, y los cristales se vuelven birrefringentes.

Es interesante que la sal gema y la silvina dan birrefringencia de signos opuestos. La consideración de la variación de las fuerzas intermoleculares, relacionada con la deformación del cristal, permite explicar cualitativamente esta diferencia. Sin embargo, para explicar cuantitativamente los fenómenos sujetos a observación, en este caso es preciso admitir el surgimiento de cierta anisotropía también en los *propios iones* bajo la acción de la compresión exterior.

Por otra parte, se conocen muchos casos en que la anisotropía del cristal puede depender totalmente de la diferencia de las fuerzas intermoleculares en diversas direcciones. Estas fuerzas están condicionadas por la disposición anisótropa de los iones en la red cristalina, con la particularidad de que los propios iones pueden considerarse bastante isótropos. Así fue mostrado que una parte considerable de la birrefringencia de los cristales tetraédricos depende de su estructura y no de la anisotropía de los átomos que los integran.

La anisotropía óptica de un medio se caracteriza por su capacidad de reaccionar, en diversas direcciones, a la influencia de la luz incidente. Esta reacción consiste en el desplazamiento de las cargas eléctricas bajo la acción del campo de la onda luminosa. Para los medios opticamente anisótropos, el valor del desplazamiento en el campo de una intensidad dada depende de la dirección, es decir, de la constante dieléctrica y, como consecuencia, el índice de refracción del medio es distinto en diversas direcciones del vector del campo eléctrico de la onda luminosa. Con otras palabras, el índice de refracción y, por lo tanto, la velocidad de la luz dependen de la dirección de propagación de la onda luminosa y del plano de su polarización. Por esta razón, para un medio anisótropo, la superficie ondulatoria, es decir, la superficie hasta la cual, durante el tiempo t, se propaga la excitación luminosa procedente del punto L, difiere de la superficie esférica típica de los medios isótropos en los que la velocidad de propagación v no depende de la dirección.

Con relación a lo expuesto, señalemos una circunstancia muy importante. El frente de onda se caracteriza en cada punto por un plano tangente a la superficie de la onda, mientras que la dirección de propagación de ésta, se caracteriza por la normal a dicha superficie. En el caso de un medio isótropo, cuando la superficie ondulatoria tiene la forma de una esfera, la normal a la onda coincide con el rayo, o sea, con la línea a lo largo de la cual se propaga la excitación luminosa y la que es representada por el radio vector trazado desde

el punto L hacia el correspondiente punto P de la superficie ondulatoria Σ (fig. 26.1). Pero para un medio anisótropo, la superficie ondulatoria se diferencia de la esférica (fig. 26.2), y la dirección de propagación de la superficie de fase constante (la normal N a la superficie ondulatoria Σ) no coincide con el rayo S, el cual indica la dirección de propagación de la energía (radio vector LP).

Por esta razón, para el medio anisótropo es necesario diferenciar la dirección de propagación de la fase (la normal N) y la de propagación de la energía (rayo S).

La solución completa del problema de propagación de la onda en la red cristalina puede obtenerse, como ya se indicó en el § 135, teniendo en cuenta la interferencia de las ondas secundarias emitidas por los centros que forman esa red. Sin embargo, en vez de resolver este problema es mejor limitarse al método formal de la teoría de

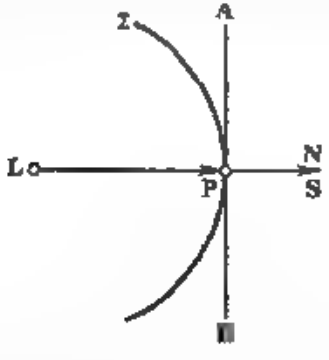


Fig. 26.1. El rayo S y la normal N de la onda en el medio isótropo coinciden.

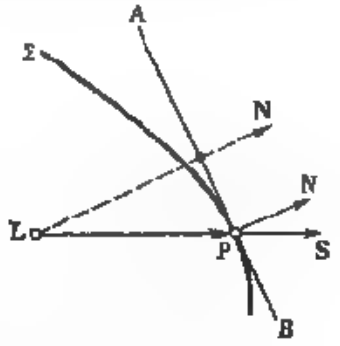


Fig. 26.2. Rayo S y normal N de la onda en un medio anisótropo.

Maxwell, resolviendo sus ecuaciones y tomando en consideración aquellas peculiaridades de la constante dieléctrica ε y, por consiguiente, el índice de refracción ($n^2 = \varepsilon$) del medio, que se sobreponen por su estructura cristalina. A consecuencia de la anisotropía de la constante dieléctrica, la relación entre los vectores de la intensidad eléctrica E y la inducción eléctrica D resulta más complicada que para los medios isótropos. Para un cuerpo isótropo, esta relación es $D = \varepsilon E$, donde ε es una constante que no depende de la dirección*). Por lo tanto, el vector D coincide con el E en cuanto a su dirección. Hablando en general, en el caso de un medio anisótropo, eso no tiene lugar.

Las regularidades generales concernientes a la constante dieléctrica del medio anisótropo, se reducen a la posibilidad de representar

*) ε puede depender de la frecuencia del campo eléctrico. Entretanto examinaremos sólo la luz monocromática, dejando para el cap. 28 el estudio de la variación de ε en función de la frecuencia.

todo el conjunto de sus valores mediante un elipsoide triaxial cuyos ejes principales son α, β, γ. Las magnitudes de la constante dieléctrica de cualquier dirección se expresan mediante la longitud del radio vector de nuestro elipsoide, trazado desde su centro según la dirección elegida**). Los tres valores α, β, γ de la constante dieléctrica, correspondientes a los ejes de dicho elipsoide, separan tres *principales direcciones* mutuamente perpendiculares en el cristal, que se caracterizan por el hecho de que para ellas, las direcciones de los vectores de la inducción eléctrica D y la intensidad eléctrica E coinciden. Elijamos estas principales direcciones a título de ejes de las coordenadas x, y, z; los valores correspondientes de la constante dieléctrica es conveniente designarlos por ε_x, ε_y, ε_z en lugar de los valores α, β, γ antes escritos. Los llamaremos valores *principales* de la constante dieléctrica. Designando las componentes correspondientes de los vectores D y E, por D_x, D_y, D_z y E_x, E_y, E_z, podemos presentar la propiedad de las direcciones principales antes mencionadas (coincidencia de las direcciones de los vectores E y D), en forma de las relaciones

$$D_x = \varepsilon_x E_x,\ D_y = \varepsilon_y E_y,$$
$$D_z = \varepsilon_z E_z.$$

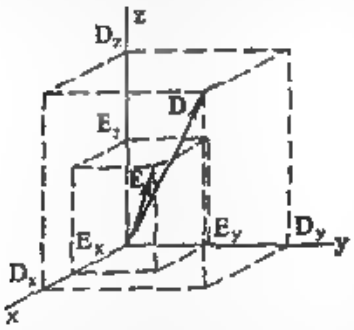


Fig. 26.3. En un medio anisótropo las direcciones de los vectores E y D no coinciden.

Como ε_x, ε_y, ε_z no son iguales entre sí, para todas las direcciones, excluyendo las principales, D y E no coinciden según la dirección*). En efecto, si actúa un campo eléctrico de intensidad E en cierta dirección, el valor correspondiente de la inducción puede obtenerse de la siguiente manera. Descomponiendo el campo E en las componentes E_x, E_y, E_z a lo largo de los ejes principales. Cada una de estas componentes condicionará las componentes de la inducción $D_x = \varepsilon_x E_x$, $D_y = \varepsilon_y E_y$, $D_z = \varepsilon_z E_z$ a lo largo de los ejes. El vector resultante D se obtendrá mediante una simple construcción. La fig. 26.3 muestra que E y D no coinciden de dirección si ε_x, ε_y y ε_z no son iguales. Al contrario, si $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$, las direcciones de E y D siempre coinciden entre sí, y en cualquier dirección $D = \varepsilon E$,

**) Las magnitudes de esta especie, cuyos conjuntos de valores pueden representarse en forma de elipsoide, se denominan *tensores de segundo rango*. Por lo tanto, la anisotropía óptica del medio se caracteriza por el tensor de la constante dieléctrica o por el elipsoide de esta última.

*) La falta de coincidencia de las direcciones E y D tiene, en la óptica de los cristales, una importancia extraordinaria, la cual se aclarará en lo sucesivo.

o sea; el medio es isótropo. El eje de la constante dieléctrica mínima suele llamarse eje x, el eje de la constante máxima, eje z y el de la constante intermedia, eje y. Así, pues, los ejes de las coordenadas se han elegido de acuerdo con la condición

$$\varepsilon_x \leqslant \varepsilon_y \leqslant \varepsilon_z.$$

A partir de las peculiaridades de polarización de las moléculas del medio, condicionadas por su estructura y disposición especial, la teoría molecular completa debe dar la posibilidad de calcular los valores de las tres constantes dieléctricas principales ε_x, ε_y, ε_z y hallar la disposición de los ejes del elipsoide de la constante dieléctrica respecto a los ejes cristalográficos.

§ 143. Propiedades ópticas del medio anisótropo

Utilizando la relación entre D y E que caracteriza el medio anisótropo, en lo sucesivo es posible aplicar la teoría formal de Maxwell, componiendo las ecuaciones correspondientes, además, en calidad de ejes de coordenadas es conveniente elegir las direcciones principales de la constante dieléctrica. Sin realizar la investigación correspondiente, nos limitaremos a citar los resultados. A diferencia del medio isótropo, la solución de las ecuaciones de Maxwell para un medio anisótropo se caracteriza por las siguientes particularidades:

1. En una dirección dada N pueden propagarse dos ondas de polarización plana, con dos velocidades de fase diferentes, correspondientes a dos distintas direcciones del vector de inducción D.

Estas dos direcciones singulares de oscilación son determinadas por las propiedades del medio (cristal) y permanecen mutuamente perpendiculares entre sí. La onda polarizada, cuyas oscilaciones son paralelas a una de estas dos direcciones, se propaga a través del cristal con su velocidad, permaneciendo en polarización plana. Si la dirección de la oscilación inicial forma un ángulo con las direcciones singulares indicadas, dicha oscilación puede ser descompuesta en dos oscilaciones que se propagan con distintas velocidades y que, por lo tanto, adquieren diferencia de fase. La presencia de dos direcciones singulares o principales*) de oscilaciones, correspondientes a dos diversas velocidades, condiciona el *fenómeno de birrefringencia* (véanse caps. 16—18).

2. En el plano del frente de onda, o sea, en el plano perpendicular a N, se halla el vector D (inducción eléctrica) y el vector H (intensidad del campo magnético), el cual coincide con el vector de inducción magnética $B = \mu H$, ya que μ en la óptica, para la mayo-

*) Estas direcciones «principales» de oscilación o polarización de la onda en un cristal, no deben confundirse con las direcciones principales del propio cristal, determinadas por los ejes del elipsoide de la constante dieléctrica.

ría de los medios, es igual a 1. El vector E (intensidad del campo eléctrico) que no coincide con D, forma con N un ángulo diferente del recto*). Ambos vectores E y D siempre son perpendiculares a H, de modo que la disposición general de los mismos corresponde a la fig. 26.4. Lo dicho y el esquema de la fig. 26.4 corresponden a cada una de las ondas linealmente polarizadas por separado, mencionadas más arriba.

Si la normal N se halla en la sección principal del elipsoide de la constante dieléctrica (por ejemplo, en xOy), entonces una dirección especial del vector D permanece en esa misma sección, y la otra, perpendicularmente a ella, o sea, es paralela al tercer eje (Oz). Para esta última dirección, los vectores D y E son paralelos, y para la primera, no lo son. Si la normal N se halla dirigida a lo largo de uno de los ejes de la elipse, entonces las direcciones especiales de las oscilaciones del vector D corresponden a otros dos ejes y en ambas ondas D y E son paralelas. Por lo tanto, a diferencia de los medios isótropos, la coincidencia de las direcciones de D y E y su perpendicularidad respecto a N tienen lugar sólo en los casos excepcionales citados.

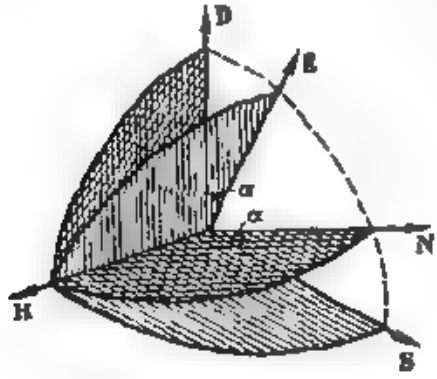


Fig. 26.4. Disposición mutua de los vectores E, D, H, S y N
El vector H es normal a la superficie donde se hallan los demás vectores

De esta manera, el plano del frente de onda que se propaga a lo largo de N, es en sí el plano DH. No obstante, también el plano EH, virado a un ángulo α respecto al plano del frente DH, tiene bastante importancia, ya que la normal a él determina la dirección del flujo de energía radiante que lleva la onda (vector de Umov—Poynting S), es decir, la dirección del rayo luminoso. Para un medio isótropo, el *rayo* y la *normal* hacia el frente de onda coincidían, puesto que E y D tenían las mismas direcciones. En los medios anisótropos esto sólo tiene lugar en los casos particulares mencionados anteriormente.

Así, pues, la dirección de propagación de la fase de la onda (a lo largo de la normal N) y la dirección de propagación de la energía de la onda (a lo largo del rayo S) no coinciden entre sí. A esta misma conclusión, obtenida mediante la investigación de las leyes del campo electromagnético en un medio anisótropo, habíamos llegado

*) Por lo tanto, el vector E no es perpendicular a la dirección de propagación de la onda N, es decir, esta última no es estrictamente transversal en el sentido que le corresponde a ese concepto (véase la nota en la pág. 84).

antes, al examinar simplemente la forma de la superficie de la onda en un medio anisótropo (véase § 142). La velocidad de la fase q, medida a lo largo de la normal, se diferenciará de la velocidad de la energía luminosa v, medida a lo largo del rayo (velocidad radial), de modo que $q = v \cos \alpha$ (véase ejercicio 201). Dos valores de la velocidad de propagación de la energía v' y v'' corresponde a dos valores de la velocidad del frente en la normal q' y q'', los cuales condicionan la birrefringencia

3. Ambas velocidades (q' y q'' ó v' y v') que caracterizan la propagación de la luz en cualquier dirección en un cristal, al igual que las direcciones de las oscilaciones de los vectores correspondientes (D o E), pueden hallarse mediante reglas sencillas, las cuales, lo mismo que la resolución completa del problema de propagación de la luz en los cristales, fueron indicadas por primera vez por Fresnel y, con arreglo a la teoría electromagnética de la luz, pueden formularse de la siguiente manera.

Para determinar las velocidades radiales v' y v'' en un cristal, recurriremos a una superficie auxiliar que lleva el nombre de elipsoide de Fresnel y que se describe por la ecuación

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = 1. \quad (143.1)$$

Aquí ε_x, ε_y, ε_z son los valores principales de la constante dieléctrica, en tanto que la ecuación del elipsoide se halla reducida a los ejes principales.

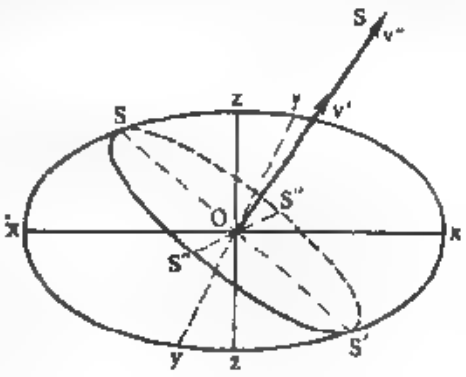


Fig. 26.5. Determinación de v' y v'' con ayuda del elipsoide de Fresnel:

xx, yy, zz ejes principales del elipsoide; OS, dirección de la propagación de los rayos; S'S''S'''S''', sección elíptica perpendicular a OS y que determina, mediante sus ejes principales S'S'' y S'''S''', la dirección de oscilación del vector $\mathfrak{D}$ y el valor de las velocidades radiales de la propagación de la luz v' y v''

Según demostró Fresnel, su elipsoide sirve precisamente para determinar las velocidades radiales v' y v'' en cualquier dirección del cristal, mediante la siguiente construcción. Practiquemos el corte del elipsoide, perpendicular a la dirección S a lo largo de la cual se propaga la luz (fig. 26.5). Hablando en general, dicho corte o sección tendrá la forma de una elipse cuyos ejes principales $S'S'$ y $S''S''$ son mutuamente perpendiculares. Las direcciones de estos ejes dan la dirección de oscilación del vector E de dos ondas polarizadas de modo mutuamente perpendicular y propagadas a lo largo de OS, mientras que las longitudes de los semiejes ($OS' = v'$; $OS'' = v''$) proporcionan las velocidades radiales de estas dos ondas, reducidas a la velocidad de la luz en el vacío c.

De modo análogo puede formarse la idea acerca de las velocidades

de propagación de la fase (a lo largo de la normal N). Con este fin es más cómodo utilizar la superficie auxiliar relacionada con el elipsoide de Fresnel, la cual también tiene forma del elipsoide conocido con el nombre de elipsoide de índices (o elipsoide de las normales), y que se describe mediante la ecuación

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x}+\frac{y^2}{\varepsilon_y}+\frac{z^2}{\varepsilon_z}=1. \qquad (143.2)$$

Repitiendo, con relación al elipsoide de índices, la construcción antes descrita, hallaremos que su sección elíptica, perpendicular a cualquier dirección de propagación de ON, indicará dos oscilaciones mutuamente perpendiculares del vector D, las cuales coinciden con los ejes de la elipse. Los valores de las velocidades correspondientes q' y q'', denominadas *velocidades normales*, son inversamente proporcionales a las longitudes de los semiejes de dicha elipse.

§ 144. Superficie de la onda (radial) y superficie de las normales

Si se calculan o se miden experimentalmente los valores de las velocidades radiales en todas las direcciones, basándose en los datos de las propiedades del cristal, es posible construir una superficie hasta la cual, para el momento t, llegará la excitación luminosa propagada a partir del punto O del cristal. Con este fin es necesario trazar en cualquier dirección ciertos segmentos proporcionales a $v't$ y $v''t$, donde v' y v'' son las velocidades radiales. Como consecuencia se obtendrá una superficie con dos cavidades de forma bastante compleja.

Cierta idea sobre el aspecto de la superficie radial se puede formar por sus tres cortes principales, normales a los ejes principales del elipsoide de Fresnel, utilizando la construcción del párrafo anterior. Designemos los semiejes de Fresnel por a, b, c, o sea,

$$a=1/\sqrt{\varepsilon_x};\quad b=1/\sqrt{\varepsilon_y};\quad c=1/\sqrt{\varepsilon_z},$$

y de acuerdo con la condición (142.1) tenemos

$$a\geqslant b\geqslant c. \qquad (144.1)$$

Comencemos por el corte de la superficie radial, normal al eje XX, es decir, que permanece en el plano YOZ. Con ayuda de la construcción de Fresnel hallaremos que a lo largo de OZ los rayos se propagan con velocidades determinadas por la longitud de a y b (fig. 28.6, *a*). A lo largo de OY las velocidades correspondientes serán a y c. Girando la sección del elipsoide de Fresnel alrededor del eje OX, conseguiremos que la normal de esta sección pase todas las posiciones entre OZ y OY y de este modo obtendremos los valores de todos los pares de velocidades radiales del corte sujeto a examen.

En vista de que uno de los ejes de la sección de Fresnel es siempre OX, consiguientemente, una de las referidas velocidades en todo el corte YOZ es a, y la otra pasa por todos los valores entre b y c. Así se obtiene un corte que consta de una circunferencia de radio a y una elipse cuyos semiejes son b y c (véase fig. 26.6, a). al mismo tiempo las direcciones de las oscilaciones en cada par de rayos, siendo mutuamente perpendiculares, se designan por puntos y trazos.

Análogamente hallamos el corte de la superficie radial perpendicular al eje menor OZ del elipsoide de Fresnel (plano, XOY): haciendo girar la sección de Fresnel alrededor de OZ, obtenemos un corte (véase fig. 26.6, b) integrado por una circunferencia de radio c, la cual se halla dentro de la elipse cuyos semiejes son a y b.

El corte perpendicular al eje medio OY (plano XOZ), obtenido por medio de girar la sección alrededor de OY, proporciona una cir-

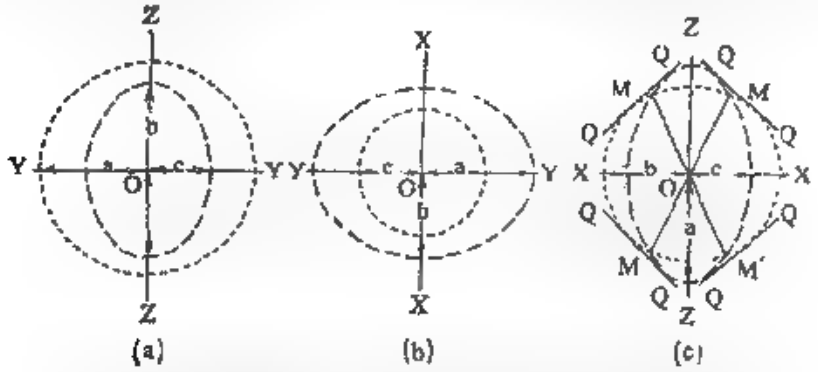


Fig. 26.6. Superficie de la onda en un cristal biáxico:
Secciones de la onda, perpendiculares a los ejes principales del elipsoide de Fresnel.

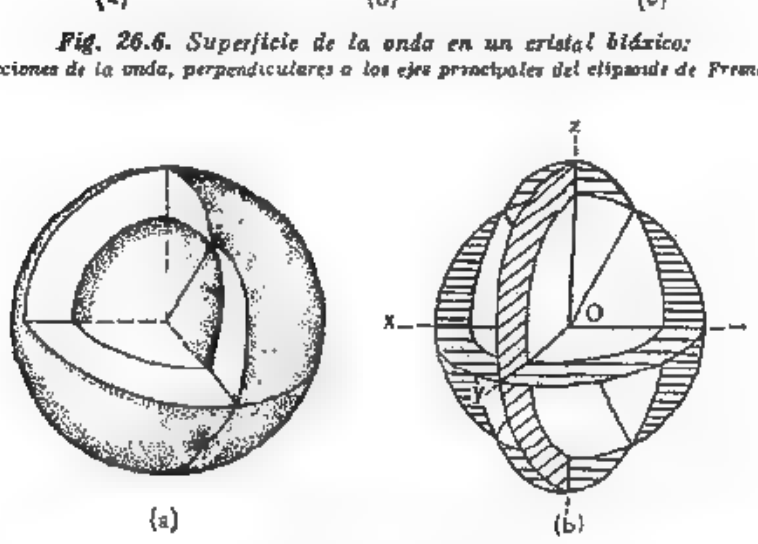


Fig. 26.7. Modelo tridimensional de la superficie de la onda en un cristal biáxico (a), y representación perspectiva de sus tres secciones principales (b).

cunferencia de radio b y una elipse con semiejes a y c, los cuales, evidentemente, se cruzan (o bien, $a > b > c$), como muestra la fig. 26.6, c.

Una idea aún más clara acerca de la superficie de la onda puede formarse de la fig. 26.7, a y b, en la que se expone el modelo tridimensional y la imagen perspectiva de las tres secciones principales de la superficie radial. La superficie exterior se parece algo a un elipsoide, pero posee cuatro cavidades cónicas en los puntos correspondientes a M y M' en la fig. 26.6, c, que se parecen a las concavidades de una manzana. Los puntos de intersección M y M' en la fig. 26.6, c corresponden a los de la fig. 26.7 donde las cavidades interior y exterior se encuentran, de modo que en las direcciones MM y $M'M'$ ambas velocidades de propagación de la excitación luminosa son iguales ($v' = v''$). Dichas direcciones se denominan *ejes ópticos**) del cristal, los cuales se hallan dispuestos simétricamente a las direcciones principales de este último.

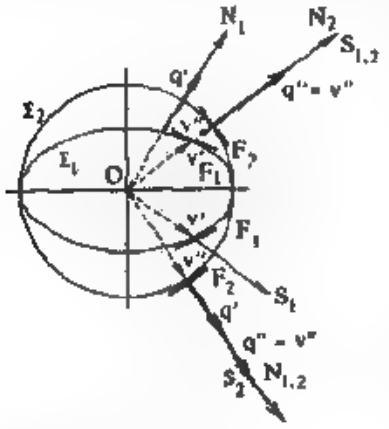


Fig. 26.8. Relación de los rayos S y las normales N en un medio anisótropo. Para simplificar el dibujo, la normal N_1 al frente de onda F_1, y la velocidad normal q' están desplazados hacia la izquierda respecto al punto de intersección de S_1 con la superficie Σ_1

El valor del ángulo entre los ejes de diversos cristales es distinto. Por ejemplo, para KNO_3 es igual a 7°12', y para $FeSO_4$, a 85°27'. En un caso límite ese ángulo se vuelve nulo, o sea, ambos ejes se juntan. Tales cristales se denominan *uniáxicos* (cuarzo, espato de Islandia, etc.). En ellos, los puntos M y M' coinciden y nuestra superficie de dos cavidades se convierte en una combinación de elipsoide de rotación y esfera con un diámetro común a (o b), es decir, obtenemos la superficie de ondas de un cristal uniáxico con eje a (o b).

La superficie descrita es la de la onda luminosa o la *superficie radial*. El radio vector trazado de O (fig. 26.8, parte superior) hacia cualquier punto de la superficie de ondas, representa la dirección del rayo. Pero los planos F_1 y F_2, tangentes a las superficies en los puntos de su intersección con el rayo, son en esencia los planos de los frentes de onda. A dos rayos (con velocidades v' y v''), que tienen *una misma dirección* $S_{1,2}$, les corresponden dos planos (no paralelos

*) A veces son conocidos con el nombre de *ejes ópticos de primer orden* o *ejes birradiales* para indicar que corresponden a la igualdad de las velocidades *radiales*.

entre sí) de los frentes (con las normales N_1 y N_2) que se propagan con velocidades q' y q''. Al contrario, en cualquier dirección $N_{1,2}$ (véase fig. 26.8, parte inferior) van dos frentes de onda paralelos (con distintas velocidades q' y q''), a los cuales les corresponden dos rayos S_1 y S_2 con velocidades v' y v'' y que forman entre sí cierto ángulo.

A la par con la *superficie radial* (lugar geométrico de los extremos de los segmentos proporcionales a las velocidades radiales) también puede construirse la *superficie de las normales* (lugar geométrico de los extremos de los segmentos proporcionales a las velocidades normales). Puesto que, hablando en general, el ángulo entre S y N es pequeño, la diferencia entre las formas de estas superficies es insignificante. Para un cristal biáxico otra vez resulta una superficie de dos cavidades con cuatro puntos de encuentro de éstas (análogos a los puntos M y M' en la fig. 26.6 *c*). Las direcciones que unen de dos en dos estos puntos (análogas a MM y $M'M'$), son las direcciones de las velocidades normales coincidentes y se denominan *ejes ópticos de segundo orden* o *ejes binormales*. Sus direcciones, por lo general, se diferencian poco de las de los ejes de primer orden.

Claro está que en lugar de construir la superficie de las normales transformando la superficie radial, esa construcción podría iniciarse partiendo del elipsoide de índices y empleando la construcción de Fresnel para buscar las parejas de los valores de q' y q''. Después de construir la superficie de las normales, es decir, el lugar geométrico de los extremos de las velocidades normales, podríamos, mediante la transformación correspondiente, pasar a la superficie radial (lugar geométrico de los extremos de las velocidades radiales).

§ 145. Cristales uniáxicos y biáxicos

Lo expuesto en los párrafos anteriores muestra que la solución de los problemas de la óptica de los cristales pueden reducirse a la construcción de ciertas superficies auxiliares. Hemos examinado dos de ellas: el elipsoide de Fresnel (para los rayos) y el elipsoide de índices (para las normales). Es cierto que las superficies auxiliares están enlazadas entre sí, por lo tanto, el conocimiento de una de ellas permite hallar, de un método más o menos complicado, las demás. Pero el empleo de diversas superficies puede resultar útil al analizar ciertos problemas concretos, cuyas soluciones se logran con bastante facilidad examinando las propiedades de la superficie auxiliar adecuada.

Mediante el elipsoide de Fresnel es fácil determinar geométricamente las direcciones de los ejes ópticos de primer orden en el cristal. Dichos ejes representan las direcciones en el cristal a lo largo de las cuales ambas velocidades radiales son iguales entre sí ($v' = v''$). Por eso, de acuerdo con la regla de Fresnel (véase § 143),

la sección del elipsoide perpendicular al eje óptico de primer orden, debe caracterizarse por la igualdad de sus semiejes. Con otras palabras, esta sección tiene forma de círculo. Así, pues, la dirección del eje óptico de primer orden corresponde a la línea perpendicular a la sección *circular* del elipsoide de Fresnel. Como el elipsoide no tiene más de *dos* secciones circulares ubicadas simétricamente respecto a sus ejes principales, el cristal, en el caso más general, tiene *dos* ejes ópticos, cuyo ángulo entre ellos depende de la forma del elipsoide, es decir, de las propiedades del cristal (fig. 26.9).

La existencia de cristales biáxicos fue establecida en 1815 por Brewster, quien, para revelar la birrefringencia débil, utilizó el fenómeno de coloración (descubierto por Arago en 1811) de las sustancias birrefringentes ubicadas entre los polarizadores cruzados (véase § 148). Tras estudiar más de 150 cristales diferentes, Brewster descubrió que a la par con los cristales semejantes al cuarzo o al espato de Islandia, para los cuales es aplicable la construcción de Huygens, existe otro tipo de cristales que se caracterizan por dos direcciones, a lo largo de las cuales no se observa la birrefringencia y por eso recibieron el nombre de cristales *biáxicos*. Es interesante que Brewster pudo establecer, de modo puramente empírico, los tipos de simetrías cristalinas correspondientes a los cristales biáxicos y a los uniáxicos, en completa concordancia con la solución moderna de esta cuestión.

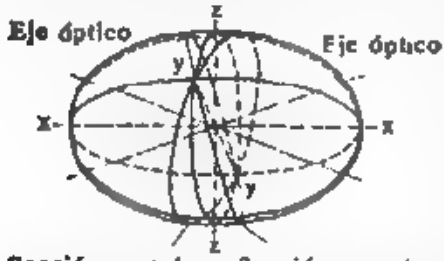


Fig. 26.9. Determinación de las direcciones de los ejes ópticos mediante el elipsoide de Fresnel o el elipsoide de índices.
Ejes ópticos perpendiculares a las secciones circulares del elipsoide.

El descubrimiento de los cristales biáxicos tuvo una gran importancia teórica y al principio sirvió de fuerte argumento contra la teoría ondulatoria que acababa de surgir. Para esos cristales resultaba inaplicable la construcción de Huygens, por medio de la cual él explicó, en el lenguaje de las ondas, el fenómeno de birrefringencia en los cristales uniáxicos y, por lo tanto, uno de los principales argumentos de la teoría ondulatoria perdió su convincencia. Sólo mas tarde, cuando Fresnel desarrolló su óptica de los cristales, el descubrimiento de Brewster se convirtió, al contrario, en una de las confirmaciones más brillantes de los puntos de vista relacionados con el sistema ondulatorio.

Si ambas secciones circulares del elipsoide *coinciden* una con otra, ambos ejes se unen y obtenemos un cristal *uniáxico*. En este caso el elipsoide será un elipsoide de rotación, con la particularidad de que el eje de rotación que define la dirección del eje óptico del cristal,

coincide con una de las direcciones principales de este último. Los dos casos posibles $c < b = a$ y $c = b < a$ corresponden a los cristales uniáxicos*) *positivos* (por ejemplo, el cuarzo) y *negativos* (por ejemplo, el espato de Islandia). Por fin, si $a = b = c$, el elipsoide de Fresnel se convierte en una esfera. Todas sus secciones se vuelven circulares, o sea, ambas velocidades radiales coinciden entre sí ($v' = v''$) en cualquier dirección, es decir, el medio es ópticamente isótropo y no existe birrefringencia. Del mismo modo puede examinarse el problema de la dirección y el número de ejes de segundo orden, para lo cual es necesario partir del elipsoide de índices.

En el caso de un cristal uniáxico, el ángulo entre los ejes ópticos se convierte en cero, y los dos ejes unidos determinan la dirección a lo largo de la cual en el cristal se propaga una onda sólo con una velocidad. Conforme a esto, la superficie ondulatoria tiene, para los

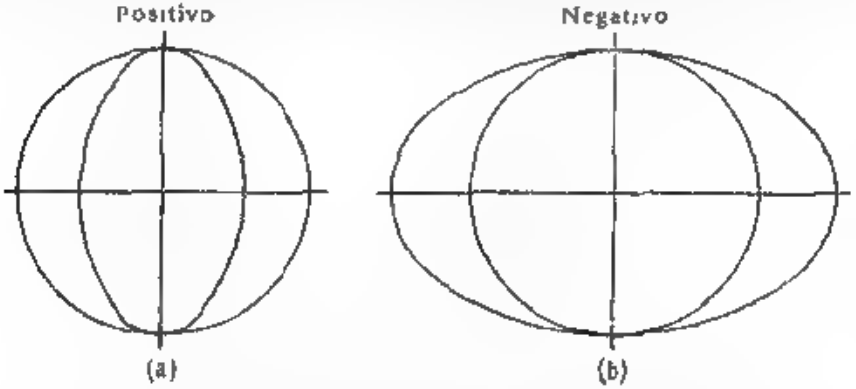


Fig. 26.10. Sección de la superficie ondulatoria de un cristal uniáxico positivo (a) y negativo (b).

cristales uniáxicos, una forma más simple que para los biáxicos y representa dos superficies contiguas: una esfera (para el rayo ordinario) y un elipsoide de rotación (para el rayo extraordinario). Los puntos de contacto de estas superficies se hallan en el eje óptico. La superficie ondulatoria para los cristales positivos $c < a = b$ es de por sí un elipsoide de rotación *inscrito* en la esfera (fig. 26.10, *a*), y para los cristales negativos $c = b < a$ es un elipsoide de rotación *circunscrito* en torno a la esfera (fig. 26.10, *b*).

El índice de refracción correspondiente a la dirección del semieje pequeño del elipsoide en el caso de cristales positivos, y del semieje grande en el caso de cristales negativos, se denomina índice de refracción del rayo extraordinario**).

*) A veces, a diferencia de lo acordado (142.1) y (144.1), el eje óptico se denomina eje a tanto para los cristales positivos como para los negativos.

**) Mejor dicho, los rayos extraordinarios, según la dirección de propagación, poseen diferentes índices de refracción, desde n_o hasta n_e.

Valores de los índices de refracción (para $\lambda = 589$ nm): para el espato de Islandia $n_o = 1{,}658$ para el rayo ordinario y $n_e = 1{,}486$ para el rayo extraordinario; para el cuarzo $n_o = 1{,}543$, $n_e = 1{,}552$.

Existen cristales cuya diferencia del índice de refracción es aún mayor. Así, para la salitre de sodio $NaNO_3$, $n_o = 1{,}585$, $n_e = 1{,}337$. Por desgracia, la poca resistencia que la salitre opone a la humedad y a las acciones mecánicas dificulta su uso en los dispositivos ópticos.

La diferencia entre el comportamiento de los rayos ordinario y extraordinario dentro del cristal corresponde a la diferencia de dirección del vector del campo eléctrico en estos rayos con relación al eje óptico. Para el rayo ordinario este vector siempre se encuentra perpendicularmente al eje óptico, ya que está dirigido de modo perpendicular al plano principal en el que se halla el eje óptico. Por eso, con cualquier dirección del rayo ordinario, su vector de campo eléctrico está orientado del mismo modo con relación al eje óptico, y su velocidad no depende de la dirección. El vector de campo eléctrico del rayo extraordinario permanece en el plano principal, es decir, en el mismo plano que el eje óptico. Por lo tanto, hablando en general, su dirección forma uno u otro ángulo con el eje (desde cero hasta 90°), en función de la dirección del rayo.

§ 146. Construcción de Huygens para medios anisótropos

Por lo general, en los manuales se afirma que las leyes de refracción no son aplicables al rayo extraordinario en un cristal uniáxico, y a los dos rayos en un cristal biáxico. Es una afirmación correcta, pero tiene un carácter puramente negativo, mostrando que la simple construcción prescrita por la ley de refracción, *no es aplicable* a la resolución del problema de la dirección de propagación del rayo luminoso. Si en vez de esas leyes no se dan ningunas reglas, la solución incluso de los problemas más elementales de la óptica de los cristales resulta muy dificultosa. Entre tanto, existe un procedimiento mucho más general de búsqueda de la dirección de propagación de la onda luminosa refractada, a saber, la construcción basada en el principio de Huygens, cuyo corolario para el medio isótropo es la ley de refracción de Descartes—Snellius. Recordemos que el propio Huygens, mediante este método, examinaba el problema de propagación de la luz en los cuerpos birrefringentes (espato de Islandia) y obtuvo resultados muy importantes. El uso de la construcción de Huygens es un procedimiento sencillo y eficaz para comprender el problema de propagación de la luz en medios anisótropos. La superficie que figura en la construcción de Huygens es, por lo visto, la superficie *radial* y no la de las normales. En efecto, según la regla de Huygens, para obtener el frente de onda (plana) se traza una superficie tangente a la de Huygens. En tanto que el frente de onda es

tangente precisamente a la superficie radial (fig. 26.11, *a*) y *corta* la superficie de las normales (fig. 26.11, *b*).

No es difícil mostrar que la construcción de Huygens proporciona directamente la posición del frente de onda y, por consiguiente, la dirección de las *normales* y no de los rayos. En este caso, con relación a las normales, las leyes de refracción en su enunciación corriente también se conservan para los medios anisótropos, a saber: 1) las normales a ambas superficies ondulatorias permanecen en el plano de incidencia; 2) la relación de los senos de los ángulos formados entre las normales a los frentes de onda y la perpendicular a la superficie de separación, es igual a la relación de las velocidades normales para los medios situados por ambas partes de la superficie de separación. En efecto, supongamos que la onda plana, cuyo frente en el primer medio es MQ (fig. 26.12), incide sobre el plano de sepa-

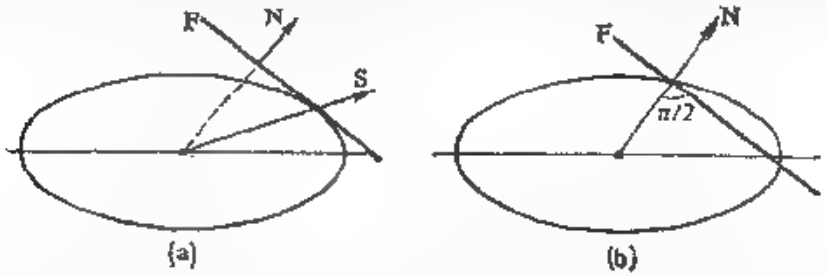


Fig. 26.11. El frente de onda roza con la superficie radial (a) y corta la superficie de las normales (b).

ración. Ambos frentes de ondas refractadas en el segundo medio representan planos tangentes a las superficies radiales en el segundo medio. Además, esos planos pasan a través de la línea formada por el frente de onda incidente que se cruza con la superficie de separación, es decir, la línea cuya huella se muestra con el punto P en la fig. 26.12. Dicha línea es perpendicular al plano de incidencia, por lo tanto, ambos frentes de ondas refractadas, como planos que pasan por esa línea, también son perpendiculares al plano de incidencia. Por consiguiente, las normales a ellos se hallan en el referido plano independientemente del aspecto que tengan las superficies radiales. Así, la primera ley de refracción para las *normales* siempre es justa. En la fig. 26.12, los puntos A y B son los lugares de intersección de las normales (trazadas desde M) con los planos de los frentes. De acuerdo con lo dicho, tales puntos se hallan en el plano del dibujo (plano de incidencia). Sin embargo, los puntos de tangencia del frente con las superficies radiales pueden, en general, no hallarse en el plano de incidencia, por eso no se muestran en la figura.

Designando por τ el tiempo durante el cual los frentes de onda en el segundo medio pasan hasta la posición PA y PB (véase

fig. 26.12); por c_0, la velocidad de la luz en el primer medio (vacío); y por q' y q'', las velocidades normales de ambas ondas refractadas, hallamos, como siempre,

$$QP = c_0\tau = MP \operatorname{sen} \varphi,$$

$$MA = q'\tau = MP \operatorname{sen} \psi_1,$$

$$MB = q''\tau = MP \operatorname{sen} \psi_2,$$

o bien

$$\frac{\operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \psi_1} = \frac{c_0}{q'}, \quad \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \psi_2} = \frac{c_0}{q''},$$

es decir, para las normales se conserva también la segunda ley de refracción. Nuestras exposiciones se refieren en el mismo grado tanto a los cristales uniáxicos como a los biáxicos. Si quisiéramos, mediante la construcción de Huygens, hallar la dirección de los *rayos*, sería necesario realizarla mediante modelos espaciales, ya que los puntos de tangencia del frente de onda y la superficie radial, en general, no se hallan en el plano de incidencia. Construyendo de esta manera las direcciones de los *rayos*, nos convenceríamos de que, con respecto a ellos, las leyes de refracción de Descartes—Shellius no son válidas. A pesar de que en el experimento observamos directamente la dirección de los rayos que representan las vías de propagación de la energía radial que influye sobre nuestros dispositivos, sin embargo, la construcción de Huygens, fácilmente realizable para las normales, facilita en una serie de casos la solución correcta del problema. Así, por ejemplo, en un cristal uniáxico negativo, la velocidad de la onda extraordinaria es mayor que la de la ordinaria y, por consiguiente, la primera debe refractarse *menos* que la segunda. Pero esto es justo precisamente para las normales. En cuanto a los *rayos*, su dirección es diferente, y son posibles los casos cuando el *rayo* extraordinario se refracta más que el ordinario en un cristal uniáxico negativo.

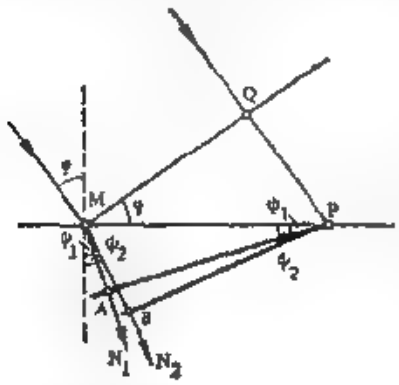


Fig. 26.12. Determinación de la dirección de las normales en un medio anisótropo mediante la construcción de Huygens.

La fig. 26.13 ilustra tal caso. Supongamos que un cristal ha sido cortado de modo que el eje óptico se halla en el plano de una de sus caras, y MK es una de las direcciones principales del elipsoide de Fresnel.

En dicho caso los rayos y las normales de ambas ondas refractadas se hallan en el plano de incidencia, y la normal de la onda extraordinaria refractada N_e está *menos* refractada que la normal de la onda ordinaria N_o, pero el rayo extraordinario S_e se halla *más* refractado que el rayo ordinario S_o. Después de estudiar de esta manera varios casos citados en los ejercicios 202, a, b, c, podemos convencernos de lo provechoso que es este procedimiento.

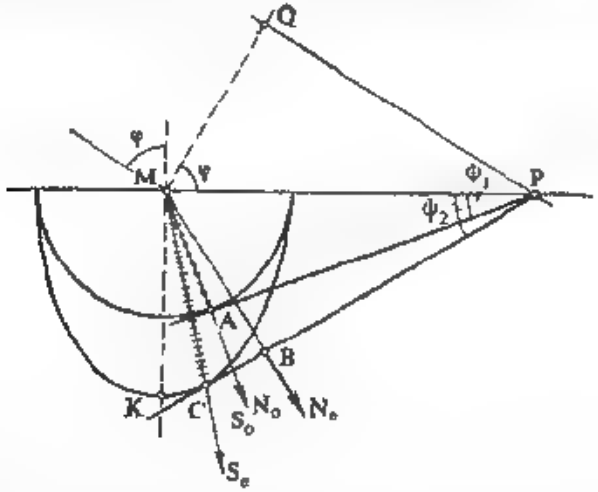


Fig. 26.13. En un cristal uniáxico negativo la normal de la onda extraordinaria se refracta siempre menos que la normal de la onda ordinaria, pero el rayo extraordinario puede refractarse incluso mucho más que el ordinario.

§ 147. Datos experimentales de la propagación de la luz en los cristales uniáxicos

Después de las ideas generales expuestas en los párrafos anteriores, examinemos más detalladamente el carácter de propagación de la luz en un cristal uniáxico, basándonos en los datos de las observaciones. Puesto que nosotros observamos directamente el comportamiento del *rayo* (y no de la normal a la onda), nuestras deducciones se refieren a la superficie radial. Con este fin, haremos que la luz no pase a través de un cristal natural, sino a través de placas de espato de Islandia, cortadas de un modo determinado respecto al eje.

Caso I. La placa está cortada *perpendicularmente* al eje óptico. Examinemos la refracción de la luz en semejante placa, cuando esa luz incide de modo diferente con relación al eje óptico.

a. *El rayo de luz natural se halla dirigido a lo largo del eje óptico.* En este caso no hay birrefringencia y dicho rayo sale de la placa manteniendo la misma dirección. Es fácil ver que la luz, además, debe permanecer natural. Efectivamente, en este caso, la posición del plano principal que pasa por el eje óptico y la normal de onda, se mantiene indeterminada, por consiguiente, también permanece indeterminada la dirección de oscilación en ambos rayos, y éstos no se diferencian uno de otro.

b. *El rayo de luz natural incide oblicuamente respecto al eje óptico* (figs. 26.14 y 26.15) En este caso tiene lugar el fenómeno de birrefringencia, y si el haz incidente es bastante estrecho, y la placa cristalina, bastante ancha, de ésta saldrán dos haces separados, paralelos al haz incidente y polarizados en dos direcciones mutuamente perpendiculares. Si variamos el ángulo de incidencia φ, también cam-

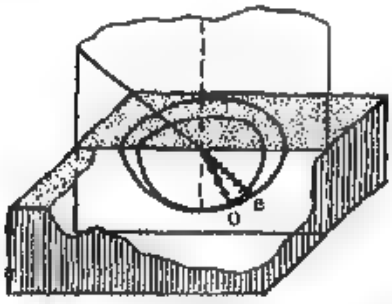


Fig. 26.14. Paso de la luz a través de la placa de un cristal uniáxico, cortada perpendicularmente al eje óptico.

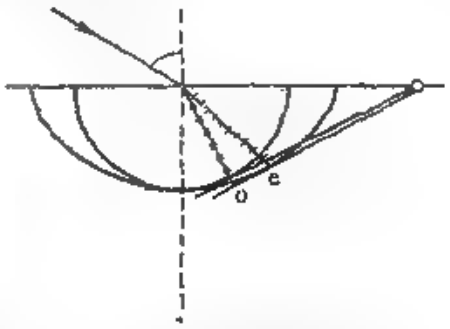


Fig. 26.15. Construcción de Huyghens para el caso mostrado en la fig. 26.14.

bian los ángulos de refracción ψ_o y ψ_e. Las investigaciones efectuadas mediante un prisma de Nicol (o simplemente nicol) o un polaroide, muestran que el rayo con oscilaciones perpendiculares al plano principal que, en nuestro caso, coincide con el plano de incidencia, se refracta bajo un ángulo ψ_o, de modo que la relación sen φ/sen ψ_o no depende del ángulo de incidencia. Sin embargo, la relación sen φ/sen ψ_e para ese mismo rayo, cuya dirección de oscilación se halla en el plano principal, varía en función del ángulo de incidencia. Como ya se ha señalado, el primero de estos rayos recibió el nombre de rayo *ordinario*, y el segundo, de rayo *extraordinario*. Así, pues, para un rayo ordinario, el índice de refracción n_o permanece inalterable en cualquier dirección dentro del cristal, y para un rayo extraordinario, n_e depende de la dirección de propagación de la luz en el cristal. En virtud de esto, también su velocidad depende de la dirección del rayo en el cristal.

Caso II. La placa está cortada *paralelamente* al eje principal. La experiencia en cuanto a la refracción de la luz en tal placa muestra lo siguiente.

a. *El plano de incidencia P coincide con el plano principal* (figs. 26.16 y 26.17).

Ambos rayos *o* y *e* permanecen, junto con el rayo incidente, en un mismo plano (plano de incidencia y refracción). Las oscilaciones en el rayo ordinario son perpendiculares al plano principal (plano de incidencia), o sea, para cualquier dirección del rayo, son perpendiculares al eje óptico. La superficie de ondas *o* es cortada (por el plano de incidencia) en forma de circunferencia. Las oscilaciones en el rayo extraordinario permanecen en el plano principal; o sea, en el plano de incidencia, y forman diversos ángulos con el eje, los cuales dependen de la dirección de dicho rayo. Conforme a esto, el

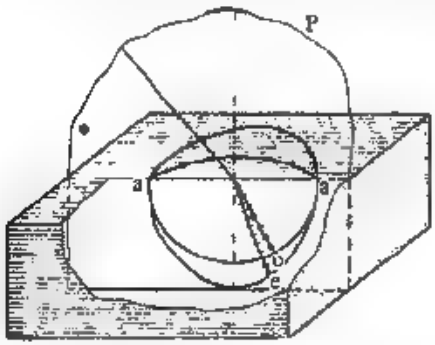


Fig. 26.16. Paso de la luz a través de la placa de un cristal uniáxico, cortada paralelamente al eje óptico; el plano de incidencia coincide con el plano principal del cristal.

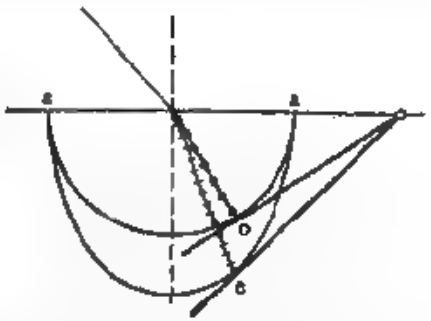


Fig. 26.17. Construcción de Huyghens para el caso mostrado en la fig. 26.16.

índice de refracción del rayo extraordinario es diferente en distintas direcciones, por lo tanto, la superficie de ondas *e* está cortada (por el plano de incidencia) en forma de elipse. A lo largo del eje *aa*, la elipse y el círculo poseen un diámetro común, es decir, ambos rayos se propagan con igual velocidad a lo largo del eje. Para más evidencia, las relaciones entre el círculo y la elipse han sido exageradas: $n_0 = 1{,}658$ y n_e se halla entre 1,658 y 1,486 en función del ángulo de incidencia.

La construcción de los rayos refractados muestra que en este caso, en un cristal negativo, el rayo extraordinario se refracta *más* que el ordinario (en el cristal positivo, al revés).

b. *El plano de incidencia P forma un ángulo con el plano principal.*

El rayo *o* (fig. 26.18), después de refractarse, permanece en el plano de incidencia, mientras que el rayo *e* sale de éste. La velocidad del rayo *o* no depende de la dirección, mientras que la del rayo *e* depende de ésta. En este caso es difícil mostrar en un dibujo plano las direcciones de las oscilaciones y el eje

c. El plano de incidencia P es perpendicular al plano principal.

Ambos rayos *o* y *e* (figs. 26.19 y 26.20) permanecen en el plano de incidencia. Las oscilaciones en el rayo ordinario *o* son perpendiculares al plano principal, o sea, se encuentran en el plano de incidencia y, como siempre, en cualquier dirección de ese rayo resultan *perpendiculares* al eje. Las oscilaciones en el rayo extraordinario *e* se hallan en el plano principal, o sea, son perpendiculares al plano de incidencia Como se deduce de la figura, en este caso, las oscilaciones en el rayo extraordinario, en cualquiera de su dirección, re-

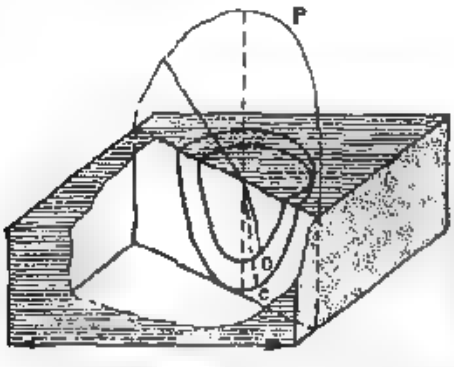


Fig. 26.18. Lo mismo que en la fig. 26.16, pero el plano de incidencia se halla bajo ángulo respecto al plano principal del cristal.

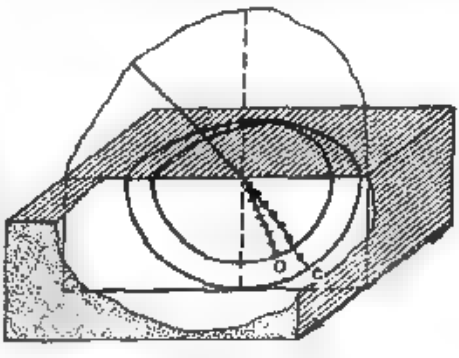


Fig. 26.19. Lo mismo que en la fig 26 16, pero el plano de incidencia es perpendicular al plano principal.

sultan *paralelos* al eje, es decir, en un caso dado, el índice de refracción del rayo *extraordinario* no depende de la dirección y es igual a 1.486. Las dos superficies de ondas son cortadas (por el plano de incidencia) en forma de circunferencia.

Después de examinar los casos particulares (a, b, c) es fácil observar de qué modo transcurrirán los fenómenos al girar la placa (cortada paralelamente al eje óptico) en torno a la línea normal a su superficie. Si *N* es la huella de la normal a la placa en la pantalla, en el caso mostrado en la fig. 26.16, la disposición de los rayos extraordinario y ordinario será ilustrada por los puntos e_a y *o* (fig. 26.21). Al girar la placa alrededor de la normal *N*, la posición del rayo ordinario *o* permanece constante, al igual que al utilizar una placa isótropa. Pero la posición de la huella del rayo extraordinario *e* varía. Al girar la placa hacia la posición correspondiente a la fig. 26.18, el

extremo *e* sale del plano *No*, y su disposición será mostrada por el punto e_b (véase fig. 26.21). Al seguir girando la placa hasta la posición indicada en la fig. 26.19, el rayo *e* resultará otra vez en el plano *No* pero por el otro lado de *o*, es decir, en la posición señalada por el punto e_c; el giro ulterior de nuevo saca *e* del plano *No*, y al girar a 180°, cuando se restablece la posición de la fig. 26.16, otra vez el rayo *e* volverá a la posición e_a describiendo un círculo completo alrededor de *o*. Al seguir girando la placa, los fenómenos se repiten. De esta manera, durante una revolución completa de la placa alrededor de la normal, el rayo *e* describe *dos veces* una circunferencia alrededor del punto *o* pasando cuatro veces por el plano de incidencia (dos veces por un lado del punto *o* y dos veces por el lado opuesto de este punto).

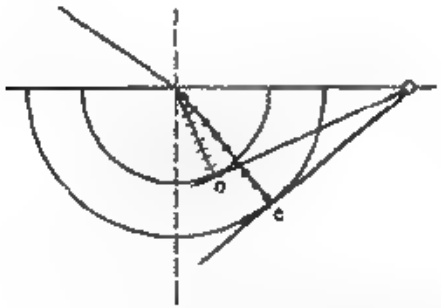


Fig. 26.20. La construcción de Huygens para el caso, mostrado en la fig. 26.19.

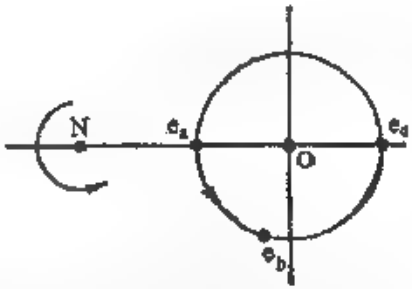


Fig. 26.21. Durante la rotación completa de la placa cristalina, cortada paralelamente al eje óptico, alrededor de la normal el rayo extraordinario pasa dos veces en torno al ordinario.

§ 148. Colores de las placas cristalinas e interferencia de los rayos polarizados

a. *Fenómenos en los rayos paralelos.* Al ubicar la placa cristalina *K* entre dos polarizadores N_1 y N_2 (fig. 26.22), pueden observarse los siguientes fenómenos de interferencia.

Al efectuar observaciones con filtros ópticos, en la superficie de una placa de grosor irregular se revela la distribución de manchas oscuras y claras. Al girar a 90° uno de los polarizadores, los lugares claros se vuelven oscuros y viceversa. En el caso de luz blanca, la placa aparece llena de manchas multicolores; al girar a 90° uno de los polarizadores, los colores son sustituidos por otros complementarios. Si retiramos uno de los polarizadores, desaparecen todas las huellas de la figura de interferencia, y la superficie de la placa resulta uniformemente iluminada.

Es fácil comprender el sentido de los fenómenos observados. La luz planamente polarizada que sale del polarizador N_1, incidiendo sobre la placa cristalina, da origen a dos ondas coherentes que se propagan con distinta velocidad y adquieren cierta diferencia de fase, la cual depende del grosor de la placa y de la desigualdad de los índices de refracción de ambos haces. Puesto que las oscilaciones en estas ondas son mutuamente perpendiculares, las mismas conducirán a la formación de una luz elípticamente polarizada. En los puntos correspondientes a diversos grosores de la placa cristalina, la forma y orientación de las elipses pueden ser diferentes, pero la *intensidad* de la luz resultante en todas las partes es igual, y la placa aparenta iluminada uniformemente. Colocando, después de la placa cristalina, el segundo polarizador N_2, de cada onda podemos dejar pasar sólo aquella componente de las oscilaciones, la cual es paralela al plano

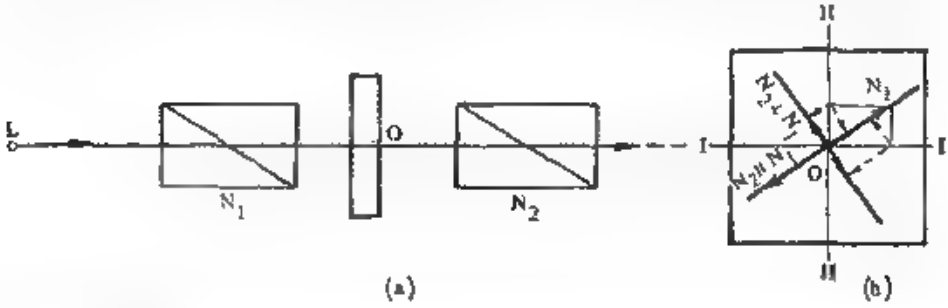


Fig. 26.22. Esquema de disposición para la observación de los colores de una placa cristalina en rayos paralelos (a), y diagrama de descomposición de las oscilaciones según las direcciones principales de la placa (b).

principal del polarizador N_2. Así, pues, en ambas ondas sólo quedan las oscilaciones que se hallan en un plano. De esta forma, el polarizador N_1 crea una luz polarizada, condicionando la *coherencia* de las ondas cuya interacción queremos observar; la placa cristalina K garantiza cierta *diferencia de fase* entre las dos componentes, en las cuales se descompone la onda llegada; el polarizador N_2 deja pasar las ondas sólo de oscilaciones que se hallan en un plano determinado. Es obvio que esta diferencia de fase depende de la longitud de la onda de la luz que se propaga y es diversa para las ondas que pertenecen a distintos sectores del espectro.

Designemos las direcciones, por las cuales se realizan las oscilaciones en ambas ondas en la placa cristalina, por I y II. La fig. 26. muestra con claridad el valor de rotación de uno de los polarizadores. Si $N_2 \parallel N_1$, del segundo polarizador ambos rayos salen con la misma diferencia de fase que adquirieron en la placa K. En cambio, si $N_2 \perp N_1$, al proyectar las oscilaciones I y II sobre el plano principal N_1, se comunica una diferencia de fase complementaria igual a π. Por eso,

para $N_2 \parallel N_1$ y $N_2 \perp N_1$, la distribución de la iluminación en las figuras observadas resulta mutuamente complementaria, o sea, los máximos de la iluminación se alternan con los mínimos, etc.

También es fácil ver que si I y II coinciden con el plano principal N_1 o N_2, del dispositivo sale sólo una onda y la interferencia no tiene lugar. En efecto, la observación muestra que cuando las orientaciones de N_1 y N_2 son constantes, si hacemos girar la placa, la figura de interferencia desaparece cada vez que I o II se sitúa paralelamente a uno de los planos principales N_1 o N_2. De esta manera pueden determinarse fácilmente las direcciones principales I y II en la placa cristalina.

Los fenómenos descritos permiten crear un método muy sensible para determinar las diferencias de los índices de refracción de la sustancia. Estas diferencias fueron descubiertas por Arago en 1811 y recibieron el nombre de «polarización cromática», establecido históricamente, aunque desde el punto de vista físico no es muy acertado.

Si entre los polarizadores cruzados N_1 y N_2 se introduce una capa de sustancia con propiedades, aunque sean débiles, de anisotropía óptica, el campo se hace un poco más claro en caso de ser luz monocromática, o ofrece una coloración más o menos extraña en caso de ser luz blanca. El giro del objeto conduce a la variación de la figura de interferencia. En particular, mediante este procedimiento puede descubrirse una anisotropía débil en trozos de vidrio u otros materiales, generalmente isótropos, pero que fueron sometidos a cualquier tipo de deformaciones provocadas por la compresión o el calentamiento desigual (véase cap. 27).

b. *Fenómenos en los haces convergentes.* Las figuras de interferencia mucho más complicadas se obtienen en haces luminosos convergentes. En este caso la diferencia de fase entre las ondas ordinaria y extraordinaria que se adquiere al pasar a través de la lámina, puede ser aproximadamente escrita de la siguiente manera

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{h}{\cos \psi} (n_1 - n_2) \qquad (148.1)$$

donde h es el grosor de la lámina; ψ, el ángulo entre la normal de la onda y la normal a la superficie de la lámina (es decir, $h/\cos\psi$ es la longitud geométrica del recorrido de la luz en el interior de la lámina), n_1 y n_2 son los índices de refracción para ambas ondas en dicha dirección. Incluso cuando la lámina es planoparalela (h es constante), δ será distinta para las ondas con diferente inclinación de las normales de onda y se determinará por la orientación de la lámina respecto a los haces que la atraviesan, ya que de la orientación depende la diferencia de n_1 y n_2. En la fig. 28.23 se muestra el esquema que realiza la disposición necesaria.

Examinemos el caso más sencillo, cuando el cono de los haces luminosos convergentes de un foco prolongado de luz incide sobre una lámina planoparalela de un cristal uniáxico, cortada perpendicularmente al eje óptico, con la particularidad de que el eje del cono coincide con el eje óptico del cristal. Entonces, para ψ constante, la diferencia de fase δ también será constante, puesto que a causa de la simetría de la orientación de los haces luminosos respecto al eje del cristal, la diferencia de $n_1 - n_2$ es sólo función del valor de ψ. Por lo tanto, la diferencia de fase para las ondas ordinaria y extraordinaria se determinará, como ya se ha señalado anteriormente, por el valor del ángulo ψ, siendo h fijo

Por consiguiente, tropezaremos con el caso de interferencia análogo, hasta cierto grado, al que ofrece bandas de la misma inclinación.

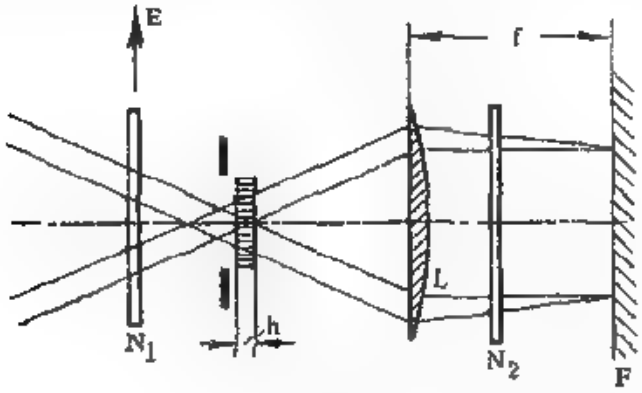


Fig. 26.23. Esquema de disposición para la observación de los colores de una placa cristalina en rayos convergentes.

La figura de interferencia puede observarse en el plano focal F del objetivo L en la pantalla ubicada en dicho plano.

Sin embargo, puesto que el fenómeno transcurre en la luz polarizada, éste tendrá su particularidad. No es difícil predecir que la figura de interferencia deberá poseer una simetría axial, y en el plano focal del objetivo tendrá el aspecto de circunferencias concéntricas claras y oscuras. Las primeras corresponderán a la salida de las ondas de la placa, las cuales están polarizadas de manera que crean una oscilación resultante (véase fig. 26.22, *b*), con una polarización que coincide con la dirección principal del analizador. Las segundas corresponderán a las ondas cuyo vector resultante es normal a la dirección de las oscilaciones que deja pasar el analizador.

No obstante, la figura de interferencia que se ve en la pantalla, no se agota con las circunferencias concéntricas. Como muestra la experiencia, si el polarizador y el analizador están igualmente orien-

tados, el sistema de franjas de interferencia concéntricas se halla atravesado por una cruz de Malta clara, pero si están cruzados, entonces los anillos de interferencia resultan atravesados por una cruz de Malta oscura (fig. 26.24). La cruz representa en sí la zona donde la interferencia está ausente. En dichas direcciones se propaga solo una onda polarizada (ordinaria o extraordinaria).

Si la lámina estuviera cortada bajo cierto ángulo respecto al eje óptico, entonces, para un ángulo ψ dado, la diferencia $n_1 - n_2$ sería distinta para los rayos situados en diferentes acimutes, puesto que formarían diversos ángulos con el eje óptico. La figura de interferencia tendría un aspecto distinto al examinado anteriormente, ya que el conjunto de puntos de la superficie, para los cuales $\delta = \text{const}$, no representaría, en este caso, circunferencias concéntricas.

El lugar geométrico de puntos en la superficie del cristal para los cuales $\delta = \text{const}$, acostumbradamente se denomina curva *isocromática* (curva de color permanente). Si a través del punto O, que representa la cumbre del cono de los rayos (dentro del cristal), se trazan todas las direcciones (rayos) posibles y se hallan en ellas los puntos correspondientes a la diferencia de fase establecida δ, el lugar geométrico de dichos puntos formará una *superficie isocromática*, la cual, para un cristal uniáxico es (aproximadamente) un hiperboloide de rotación cuyo eje coincide con el del cristal (fig. 26.25, *a*). Las secciones de tales superficies por el plano de la lámina son precisamente las líneas *isocromáticas*. Para el caso cuando la lámina ha sido cortada perpendicularmente al eje óptico, esas secciones tienen el aspecto de circunferencias; para la lámina cortada paralelamente al eje, serán (aproximadamente) hipérbolas.

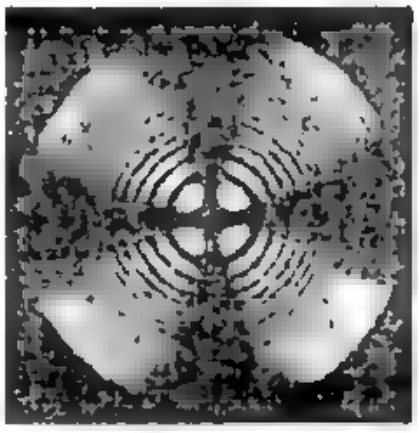


Fig. 26.24. Aspecto de las líneas isocromáticas para la placa de un cristal uniáxico cortado perpendicularmente al eje óptico

La figura en la pantalla F (fig. 26.23) no es la imagen del plano del cristal, la iluminación en cualquier punto de la pantalla caracteriza las ondas que salieron de la lámina en una dirección determinada. En calidad del punto O que figuraba al construir la superficie isocromática, se puede elegir cualquier punto en el primer plano del cristal. Pero las bandas de interferencia en la pantalla F tienen el mismo aspecto común que las secciones de la superficie isocromática por el segundo plano de la lámina, y estas bandas con frecuencia

también se denominan líneas isocromáticas o simplemente isocrómatas.

Las figs. 26.24 y 26.26 se refieren a un cristal uniáxico cortado perpendicular y paralelamente al eje óptico. De acuerdo con lo dicho, referente a las propiedades de la superficie isocromática, las bandas tienen forma de anillos o hipérbolas.

En el caso de un cristal biáxico que se caracteriza por la presencia de dos direcciones a lo largo de las cuales las velocidades de ambos rayos luminosos coinciden, la superficie isocromática es semejante a dos cilindros unidos, cuyos ejes coinciden con los ejes ópticos del cristal (véase fig. 26.25, *b*). Para la lámina cortada paralelamente a los ejes, las líneas isocromáticas tienen forma de hipérbolas; para la lámina cortada perpendicularmente a la bisectriz del ángulo entre los ejes, las líneas isocromáticas tienen aspecto de lemniscatas*), en calidad de cuyos polos sirven los lugares de la salida aparente (a causa de la refracción) de los ejes ópticos. En vez de la cruz oscura (clara), típica de la lámina uniáxica cortada perpendicularmente a la bisectriz del ángulo entre los ejes, obtendremos dos hipérbolas que pasan a través de los polos de la lemniscata (fig. 26.27). Al girar las láminas, éstas cambian y en dos posiciones se unen en una cruz negra (clara). Según la posición de los polos de las lemniscatas, puede juzgarse acerca de la dirección aparente de los ejes ópticos del cristal biáxico, y si además introducimos una corrección correspondiente para la refracción, hallaremos el ángulo verdadero entre los ejes.

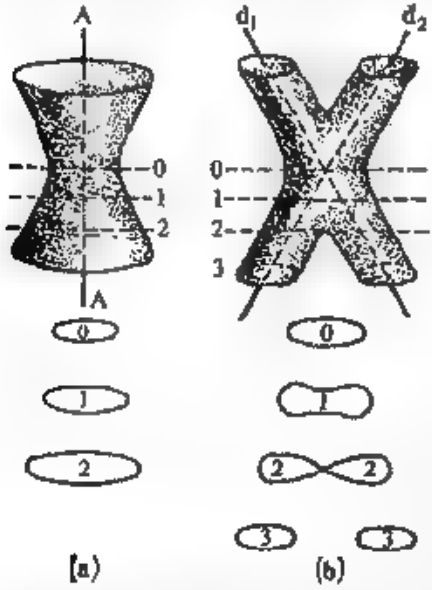


Fig. 26.25. Superficies isocromáticas y sus secciones para los cristales uniáxico (a) y biáxico (b).

§ 149. Efectos de la dispersión especial. Anisotropía óptica de los cristales cúbicos

En el § 142 se señaló que los cristales cúbicos, merced a su alto grado de simetría, deben ser ópticamente isotrópicos. Sin embargo,

*) La lemniscata es una curva, cada punto M de la cual se halla alejado de los puntos P y P' (polos de la lemniscata) a una distancia que satisface la condición $MP \cdot MP' = \text{const}$.

hace muy poco tiempo atrás se ha revelado la variación de la absorción en función de la polarización de la luz en un cristal cúbico de protóxido de cobre Cu_2O (E. F. Gross y A. A. Kaplyanskii, 1960) y la anisotropía del índice de refracción en un cristal cúbico de silicio (Pastemak y Vedam, 1971). Se conocen también otros fenómenos, para cuya descripción la relación común entre la inducción eléctrica $\boldsymbol{D}$ y la intensidad eléctrica $\boldsymbol{E}$ introducida en el § 142, es insuficiente. El ejemplo más importante de estos efectos puede ser la actividad óptica natural (giratropía) de los cristales, la cual se observa con bastante facilidad y que ha sido descrita en el cap. 30.

La causa formal de los fenómenos citados anteriormente, se puede explicar de la siguiente manera. En el § 142 se había supuesto, de forma no evidente, que la inducción $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ en cualquier punto $\boldsymbol{r}$ del

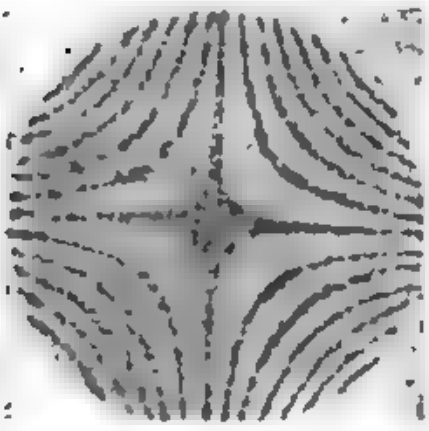


Fig. 24.26. Aspecto de las líneas isocromáticas para la placa de un cristal uniáxico cortado paralelamente al eje óptico.

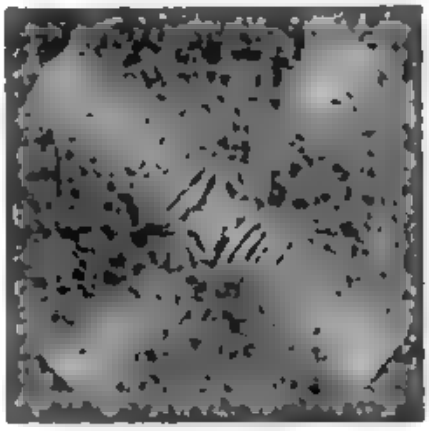


Fig. 24.27. Aspecto de las líneas isocromáticas para la placa de un cristal biáxico cortado perpendicularmente a la bisectriz del ángulo entre los ejes.

cristal se determina unívocamente por el valor de la intensidad del campo eléctrico $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ en el mismo punto:

$$D_i(\boldsymbol{r}) = \sum_j \varepsilon_{ij}(\omega)\, E_j(\boldsymbol{r}), \tag{149.1}$$

donde $D_i(\boldsymbol{r})$, $E_j(\boldsymbol{r})$ son las componentes cartesianas de los vectores $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$, $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$, $\varepsilon_{ij}(\omega)$, las componentes del tensor de la constante dieléctrica, y los índices i, j numeran los ejes de las coordenadas x, y, z. En realidad dicha relación *local* entre $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ y $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ no es siempre suficiente, ya que $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r})$ también depende de los valores de $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$ en otros puntos del cristal $\boldsymbol{r}'$, situados cerca del punto $\boldsymbol{r}$.

La posible relación no local entre $D(r)$ y $E(r)$ es aclarada por el estudio cualitativo basado en el modelo más simple del crista , conforme al cual las partículas integrantes de la red cristalina (átomos, moléculas, iones) realizan oscilaciones alrededor de sus posiciones de equilibrio y, lo que es sobre todo importante para nuestro objetivo, reaccionan recíprocamente entre sí. El campo eléctrico desplaza las cargas de la posición de equilibrio. Como resultado de la interacción de las partículas situadas en diversas células de la red cristalina, el desplazamiento de las cargas en cualquier partícula provoca el desplazamiento complementario de las cargas en las partículas vecinas y en las más alejadas. Por eso, la polarización $P(r)$ y, como consecuencia, la inducción

$$D(r) = E(r) + 4\pi P(r)$$

dependen de los valores de la intensidad no sólo en el punto indicado, sino también en su alrededor. Razonamientos análogos son válidos también para los medios isótropos que constan de moléculas asimétricas (véanse §§ 163, 164).

El tamaño a de la zona de influencia mutua resulta muy pequeño y constituye generalmente un valor del orden de la constante de la red cristalina ($a \sim 10^{-8} \ldots 10^{-7}$ cm). La longitud λ de la onda en la zona óptica del espectro es mucho mayor que a, y en la zona de influencia, el campo no puede variar de manera algo importante. Con este fin, para describir la influencia mutua de las partículas es suficiente representar el campo eléctrico en los puntos vecinos r' en forma de desarrollo en serie de Taylor según los exponentes de los desplazamientos cartesianos respecto al punto r, limitándose sólo al uso de los primeros términos del desarrollo. De acuerdo con lo dicho llegamos a la conclusión de que la relación entre la inducción y la intensidad puede escribirse de la forma siguiente.

$$D_i(r) = \sum_j \varepsilon_{ij}(\omega) E_j(r) + \sum_{j,\ l} \gamma_{ijl}(\omega) \frac{\partial E_j}{\partial x_l} + \\ + \sum_{j,\ l,\ m} \alpha_{ijlm}(\omega) \frac{\partial^2 E_j}{\partial x_l \partial x_m}, \qquad (149.2)$$

donde x_j, x_l, x_m son las componentes cartesianas del vector r, y las derivadas se calculan en el punto r. La primera suma en la expresión (149.2) corresponde a la relación local (véase (149.1)) entre $D(r)$ y $E(r)$, y todos los fenómenos antes estudiados en los capítulos 26 y 27 se describen por esta suma. La segunda y tercera suma en (149.2) toman en consideración los efectos de la influencia mutua, con la particularidad de que los tensores $\gamma_{ijl}(\omega)$ y $\alpha_{ijlm}(\omega)$ de los rangos tercero y cuarto no dependen de la coordenada r debido a la homogeneidad del cristal.

Al investigar las propiedades ópticas de los cristales, por regla general, se emplean ondas luminosas planas. En este caso la relación (149.2) se simplifica considerablemente. Es cómodo usar la escritura compleja de las oscilaciones, de acuerdo con la cual las ondas monocromáticas planas adquieren el siguiente aspecto:

$$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{D}_0 \exp[-i(\omega t - \boldsymbol{kr})]; \quad (149.3)$$
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{E}_0 \exp[-i(\omega t - \boldsymbol{kr})],$$

donde $\boldsymbol{k}$ es el vector de onda; $\boldsymbol{D}_0$ y $\boldsymbol{E}_0$, los vectores complejos constantes. Como de (149.3) se deduce que

$$\frac{\partial E_i}{\partial x_l} = ik_l E_j,$$

la fórmula (149.2) se reduce a la forma

$$D_i(\boldsymbol{r}, t) = \sum_j \varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) E_j(\boldsymbol{r}, t), \quad (149.4)$$

donde el tensor $\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ se da por la relación

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega) + i \sum_l \gamma_{ijl}(\omega) k_l - \sum_{l,m} \alpha_{ijlm}(\omega) k_l k_m. \quad (149.5)$$

De este modo, en el caso de ondas monocromáticas planas, la relación entre $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t)$ y $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$ se realiza mediante un tensor de segundo rango, lo mismo que en la óptica clásica de los cristales (compárese (149.1)). Sin embargo, la no localidad explicada más arriba, conduce a la variación del tensor de la constante dieléctrica $\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ no sólo en función de la frecuencia de la luz, sino también en función del vector de onda $\boldsymbol{k}$, es decir, de la longitud de onda ($k = 2\pi/\lambda$), y de la dirección de propagación de la luz. La dependencia entre $\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ y $\boldsymbol{k}$ se denomina *dispersión espacial del medio**). Con ese mismo término también se designa el hecho de la no localidad de la relación entre la inducción y la intensidad del campo, ya que ésta representa otra descripción verbal de la variación de $\varepsilon_{ij}(\omega, \boldsymbol{k})$ en función de $\boldsymbol{k}$.

Conforme a la causa analizada más arriba, acerca de la dispersión espacial, los valores de los tensores $\gamma_{ijl}(\omega)$ y $\alpha_{ijlm}(\omega)$, según el

*) El origen del término «dispersión espacial» se explica de la siguiente manera. La dispersión corriente o temporal se reduce a la variación de las características ópticas del medio en función de la frecuencia de la luz. Es fácil mostrar que en el lenguaje temporal la dependencia frecuencia de $\varepsilon(\omega)$ significa la existencia de la remanencia de las partículas del medio respecto a la interacción con la luz, a consecuencia de lo cual la polarización del medio en un momento dado de tiempo t depende de los valores del campo en los momentos anteriores $t' \neq t$. Con otras palabras, existe una relación no local en función del tiempo entre $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{r}, t)$ y $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$. Desde este punto de vista la dispersión espacial es el análogo espacial de la dispersión temporal.

orden de su magnitud, son iguales a y a^2, respectivamente (a es el tamaño de la zona de influencia). Si se toma $a = 10^{-7}$ cm, $\lambda = 300$ nm, entonces $a/\lambda \approx 3 \cdot 10^{-3}$, $(a/\lambda)^2 \approx 10^{-5}$. Recordemos que a la birrefringencia relacionada con el primer término en la expresión (149.5), le corresponde una diferencia de índices de refracción de las ondas ordinaria y extraordinaria del orden de 10^{-4}. Por lo tanto, los efectos causados por la dispersión espacial son relativamente débiles y, al examinar muchos problemas, pueden menospreciarse. Con ello precisamente se explica la posible descripción de varios fenómenos ópticos en los cristales mediante las relaciones simplificadas (149.1). No obstante, existen fenómenos que se determinan exclusivamente con arreglo a la dispersión espacial y que representan interés desde puntos de vista diferentes.

Para los cristales cúbicos y los medios isótropos, el tensor $\varepsilon_{ij}(\omega)$ se reduce a un escalar, o sea, a

$$\varepsilon_{ij}(\omega) = \varepsilon(\omega)\,\delta_{ij},$$

donde δ_{ij} es el símbolo de Kronecker ($\delta_{ij} = 1$, si $i = j$; $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$). El tensor $\gamma_{ijl}(\omega)$ en este caso será

$$\gamma_{ijl}(\omega) = \gamma(\omega)\,e_{ijl},$$

donde $\gamma(\omega)$ es un escalar, y e_{ijl}, un tensor completamente antisimétrico de tercer rango (e_{ijl} equivale a cero si entre los índices i, j, l hay iguales, y equivale a $+1$ ó -1 en dependencia de si estos índices se han obtenido de 1, 2, 3 mediante un número par o impar de conmutaciones).

Si se toman en consideración sólo los primeros dos sumandos de la expresión (149.5) para $\varepsilon_{ij}(\omega, k)$, como es fácil de convencerse,

$$D(r, t) = \varepsilon(\omega)\,E(r, t) + i\gamma(\omega)\,[E(r, t), k]. \qquad (149.6)$$

Como se sabe, el vector $[E, k]$ es perpendicular a E y k. Además, el factor i en (149.6) indica el desfasaje del segundo término respecto del primero en $1/2\pi$. Por eso resulta que el segundo término en (149.6) conduce a la diferencia de las velocidades de fase (o índices de refracción) de las ondas de polarización circular derecha e izquierda, o sea, a una actividad óptica natural (véase cap. 30).

Puede demostrarse que en los medios que poseen centro de simetría, la magnitud $\gamma(\omega)$ se convierte idénticamente en cero. En este caso, en la expresión (149.6), para $\varepsilon_{ij}(\omega, k)$, la dispersión espacial se manifiesta sólo merced a los términos que dependen cuadráticamente de las componentes del vector de onda k. Precisamente estos sumandos condicionan la débil anisotropía de los cristales cúbicos. En efecto, como ya hemos dicho anteriormente, en dichos cristales, el tensor $\varepsilon_{ij}(\omega)$ se reduce a un escalar, o sea, sus valores principales son iguales. Si se toma en consideración la tercera suma de la expresión (149.5), los valores principales del tensor completo de la

constante dieléctrica $\varepsilon_{ij}(\omega, k)$ resultan diferentes, por eso el medio debe considerarse anisótropo.

La extraordinaria pequeñez del efecto condiciona la complejidad de observación de la anisotropía de los cristales cúbicos. De acuerdo con las evaluaciones antes citadas, la anisotropía en este caso se determina como el cuadrado de la relación de la constante de la red respecto a la longitud de onda, y según el orden de magnitud es igual a $10^{-8} \ldots 10^{-5}$. Por esta razón, el efecto a discutir fue descubierto sólo en 1960 (de lo que se ha hablado a comienzo del párrafo), aunque ya Lorentz prestó atención en la posibilidad de su existencia en 1878.

Además de los fenómenos mencionados anteriormente, la dispersión espacial provoca otros efectos. En particular, resulta que en el cristal con dispersión espacial en dicha dirección se propagan no dos, sino que tres o cuatro ondas con diversas velocidades de fase (tres ondas en medios girotropos, y cuatro, en medios con centro de inversión). Como muestran los cálculos, las nuevas ondas pueden ser considerables a frecuencias ω próximas a las frecuencias de las bandas de absorción del cristal.

---

27. ANISOTROPIA ARTIFICIAL

§ 150. Introducción

La inmensa mayoría de los cuerpos ópticamente anisótropos poseen isotropía «estática»: la isotropía de tales cuerpos es el resultado de la adoptación de un valor medio, acondicionado por la disposición caótica de los componentes de sus moléculas. Moléculas independientes o grupos de ellas pueden ser anisótropas, pero esta anisotropía microscópica es por término medio reducida a expensas de la disposición mutua arbitraria de ciertos grupos, y el medio permanece macroscópicamente isótropo. Pero si cualquier interacción exterior proporciona una tendencia preponderante bastante bien evidente, entonces es posible la reagrupación de los elementos anisótropos que conduce a la manifestación macroscópica de la anisotropía. Tampoco se excluye la posibilidad de que las interacciones exteriores bastante fuertes puedan deformar incluso al principio los elementos isótropos, creando también una anisotropía microscópica que primeramente no existía. Por lo visto esto tiene lugar durante la compresión unilateral de la sal gema o la silvina (véase § 142). También pueden manifestarse suficientes influencias exteriores durante las deformaciones mecánicas provocadas por presiones corrientes, o que surgen a consecuencia del calentamiento desigual (expansión térmica y temple), o bien por medio de los campos magnéticos y eléctricos que

se imponen desde afuera. Se conocen incluso casos cuando los efectos muy débiles que se manifiestan al fluir los líquidos o los cuerpos plásticos con elementos fuertemente anisótropos, resultan suficientes para crear una anisotropía artificial.

§ 151. Anisotropía que surge durante las deformaciones

El fenómeno de birrefringencia durante la deformación mecánica fue descubierto por Seebeck (1813) y Brewster (1815). En el caso de compresión o distensión unilateral, por ejemplo, a lo largo de MN (fig 27.1), esta dirección se transforma en una dirección *separada* que desempeña el papel de eje óptico. Las propiedades ópticas de un cuerpo deformado de esta manera corresponden a las propiedades de un cristal *uniáxico*. Los índices de refracción n_e y n_0 referentes a las oscilaciones que se realizan a lo largo de MN y perpendicularmente a ésta, se distinguen al máximo el uno del otro.

El esquema del experimento para el estudio de la anisotropía artificial es análogo al que se emplea para observar la birrefringencia en los cristales (vease fig. 27.1). Claro está que los planos principales de los polarizadores N_1 y N_2 deben formar un ángulo (preferentemente de 45°) con el «eje» del cuerpo.

La experiencia muestra que la diferencia $n_0 - n_e$, que representa la medida de la anisotropía, es proporcional al valor de la tensión $P = F/S = F/lh$, es decir, al valor de la fuerza correspondiente a la unidad de superficie:

$$n_0 - n_e = kP, \tag{151.1}$$

donde k es la constante de la sustancia.

La diferencia de recorrido adquirida por los rayos al atravesar una capa de sustancia de grosor l, es

$$\delta = l(n_0 - n_e) = kPl, \tag{151.2}$$

expresando, como se hace a menudo, la diferencia de recorrido en longitudes de ondas, hallaremos

$$\delta_l = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{k}{\lambda} Pl = CPl, \tag{151.3}$$

donde $C = k/\lambda$ es una magnitud que caracteriza la sustancia.

En dependencia del material, la diferencia de los índices de refracción $n_0 - n_e$ puede ser negativa y positiva. Además, n_0 y n_e dependen de la longitud de onda (dispersión de la birrefringencia), debido a lo cual, al observar en la luz blanca, el cuerpo artificialmente anisótropo resulta coloreado de manera abigarrada cuando los polarizadores permanecen cruzados. La distribución del color puede servir de indicio cualitativo de distribución de las tensiones; además, la aparición de campos coloreados resulta un indicio más sen-

sible de manifestación de la anisotropía que la simple aclaración originada en la luz monocromática.

El registro de la anisotropía artificial es un método muy sensible de observación de las tensiones que surgen en los cuerpos transparentes. Se emplea con éxito para registrar las tensiones que aparecen en los objetos de vidrio (soldados y prensados), cuyo enfriamiento se efectuó con poca lentitud. Por desgracia, la inmensa mayoría de los materiales (metales) técnicamente importantes no son transparentes, por lo cual este procedimiento no puede aplicarse a ellos directamente. Sin embargo, en los últimos tiempos obtuvo bastante divulgación el método óptico de investigación de las tensiones en modelos artificiales hechos de materiales transparentes (celuloide, xilolita, etc.) Confeccionando de tal material el modelo (por lo general, reducido) de la pieza sujeta a investigación, se crea una carga

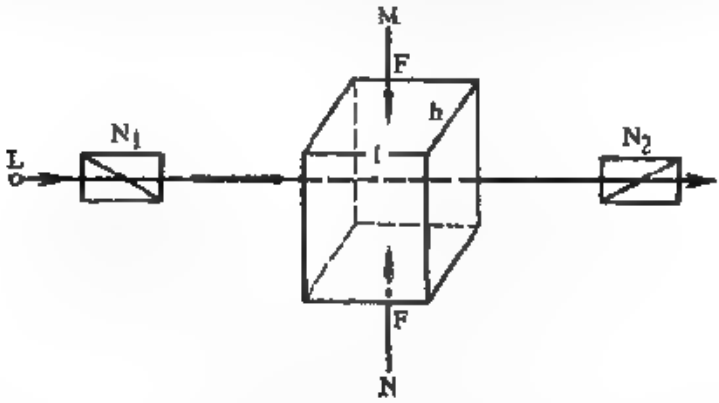


Fig. 27.1. Esquema de disposición de los dispositivos para observar la birrefringencia durante las deformaciones.

que imita (observando el principio de semejanza) la que en realidad existe, y por la figura entre los polarizadores cruzados se estudian las tensiones originadas, su distribución, su dependencia de la relación de las partes del modelo, etc. Aunque las regularidades empíricas antes citadas, que relacionan el valor medido de $n_o - n_e$ y el de la tensión P, permiten en general, a partir de la figura óptica, sacar conclusiones acerca de la distribución numérica de la carga en dicho modelo, no obstante, la realización práctica de tales cálculos numéricos es muy dificultosa. A pesar de una serie de perfeccionamientos tanto en la metodología del cálculo, como en la técnica del experimento, el presente método tiene principalmente sólo un valor cualitativo. Pero en buenas manos, incluso de esta forma aporta mucho, reduciendo en sumo grado el trabajo previo relacionado con el cálculo de nuevas estructuras. Actualmente ya existe una amplia literatura dedicada a la aplicación de este método.

§ 132. Birrefringencia en el campo eléctrico (fenómeno de Kerr)

a *Nociones generales.* El surgimiento de la anisotropía bajo la acción del campo eléctrico exterior representa un fenómeno, desde el punto de vista teórico, elaborado con mas profundidad que los fenómenos estudiados en el párrafo anterior, por eso tienen mucha mayor importancia tanto para la comprensión del mecanismo de la anisotropía en general, como tambien para las cuestiones relacionadas con la investigación de la estructura molecular. La causa de esto radica ante todo en que el fenomeno de Kerr se logró observar en condiciones mucho mas simples para la interpretación teórica, a saber, en los gases, aunque las primeras observaciones se referían a los sólidos y líquidos, en los cuales este efecto se expresa con mayor intensidad. Además, el mecanismo de la acción del campo eléctrico homogeneo exterior sobre las moléculas es mucho más simple y comprensible que los efectos de las deformaciones mecánicas, cuya interpretación exige la investigación de la influencia sobre las moleculas de los campos electromagnéticos intermoleculares que varian como consecuencia de las deformaciones, o sea, se necesitan investigaciones de la influencia de un factor muy complicado y mal estudiado.

Al mismo tiempo el fenomeno de Kerr halló en los ultimos años varios empleos científicos y científico-técnicos extraordinariamente importantes, basados en la capacidad de realizarse practicamente sin inercia, es decir, seguir las variaciones muy rapidas del campo exterior. Por lo tanto, segun el valor práctico y teórico, el fenomeno de birrefringencia en el campo eléctrico pertenece a categorías muy interesantes e importantes. Como ya se ha mencionado (vease § 2), aun Lomonósov escribía acerca de la necesidad de realizar semejantes experimentos (1756), Young (1800) comunicó sobre el fracaso del intento de determinar la influencia de la electrización en la capacidad refractante del líquido, y solo en 1875 fueron realizados los experimentos de Kerr que establecieron con seguridad dicho fenómeno. Kerr demostró que muchos dieléctricos *líquidos* se convierten en anisótropos bajo la influencia del campo eléctrico. Los ensayos con los dieléctricos líquidos tienen importante significado, ya que para las sustancias líquidas la deformacion que puede surgir bajo la acción del campo eléctrico (electrostricción), no provoca la birrefringencia*), de modo que en los experimentos con líquidos tenemos fenómenos puramente electroópticos. El efecto descrito por Kerr ha sido la primera demostración de que las propiedades ópticas de la sustancia pueden variar bajo la influencia del campo eléctrico.

*) Constituyen una excepción sólo los líquidos con gran viscosidad (por ejemplo, la gelatina impregnada de agua), en los cuales se observaban semejantes fenómenos.

A la par con el famoso fenómeno de Faraday (rotación del plano de polarización en el campo magnético, o simplemente, rotación de Faraday, 1846), que ha sido el primer efecto magnetoóptico investigado, el fenómeno de Kerr ha desempeñado un papel importante en la argumentación de la teoría electromagnética de la luz. En los años posteriores (1930 y más tarde) se logró observar la birrefringencia bajo el efecto del campo eléctrico en los vapores y gases. Estas mediciones son mucho más complicadas que en los líquidos a causa de la pequeñez del efecto, sin embargo, la teoría del fenómeno se les aplica con menos reservas

b. *Métodos de observación y datos experimentales.* Bajo la influencia del campo eléctrico la sustancia se convierte, respecto a la óptica, en un análogo al cristal uniáxico con el eje óptico situado a lo

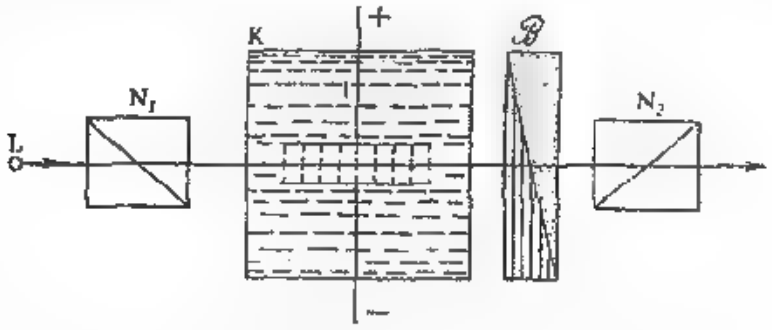


Fig. 27.2. *Esquema de disposición de los dispositivos para observar la birrefringencia en el campo eléctrico.*

largo de la dirección de la intensidad eléctrica que es el eje de simetría.

La fig. 27.2 muestra el esquema de observación de dicho fenómeno. Los planos principales de los polarizadores N_1 y N_2 forman con la dirección del campo un ángulo distinto de cero (el mejor es el de 45°).

Si los polarizadores permanecen cruzados y el campo eléctrico no está superpuesto, la luz no pasa a través de nuestro sistema. Al superponerse el campo eléctrico, el líquido entre las armaduras del condensador se vuelve birrefringente, de modo que la luz que sale de K resulta polarizada elípticamente y puede investigarse mediante el compensador $\mathscr{B}$.

La experiencia muestra que para la luz monocromática de una longitud de onda λ establecida, la diferencia de los índices de refracción $n_e - n_0$ es proporcional al cuadrado de la intensiadd del campo E:

$$n_e - n_0 = kE^2, \qquad (152.1)$$

y, por consiguiente, la diferencia de recorrido adquirida por los rayos en el camino l, es igual a

$$\delta = l(n_e - n_o) = klE^2 \qquad (152.2)$$

(aquí y en adelante se supone que el campo es homogéneo y el rayo es perpendicular a la dirección del campo).

Expresando esta diferencia en longitudes de ondas, obtenemos el desfasaje

$$\varphi = 2\pi\delta/\lambda = 2\pi BlE^2, \qquad (152.3)$$

donde $B = k/\lambda$ es la constante de Kerr.

Como se deduce de la dependencia cuadrática entre δ y E, el desfasaje *no depende de la dirección del campo.*

Para la mayoría de los líquidos $n_e > n_o$, o sea, $B > 0$: su anisotropía corresponde a la de un cristal positivo. En cambio, existen líquidos para los cuales $B < 0$ (por ejemplo, el éter etílico, muchos aceites y alcoholes) Para diversas sustancias los valores numéricos de la constante de Kerr son muy distintos. Entre todas las sustancias conocidas, el valor máximo de B lo posee el nitrobenceno, para el cual B es aproximadamente igual a $2 \cdot 10^{-5}$ CGS*) Así, pues, por ejemplo, si en las armaduras del condensador de longitud $l = 5$ cm, con una distancia entre ellas $d = 1$ mm, se superpone una diferencia de potencial de 1500 V, es decir, la intensidad del campo es igual a 15 000 V/cm = 50 CGS, la diferencia de fase en el nitrobenceno alcanza $^1/_2\pi$, con otras palabras, semejante condensador de Kerr funciona como una placa de cuarto de onda. Está claro que no es difícil hallar una diferencia de fase mucho menor, por lo tanto los experimentos con dicha sustancia no encuentran ninguna dificultad en cuanto se refiere a la sensibilidad. Por eso el nitrobenceno tiene gran aplicación en toda clase de instalaciones técnicas.

Para otros líquidos la constante de Kerr es mucho menor; por ejemplo, para el clorobenceno constituye $10 \cdot 10^{-7}$, para el agua $5 \cdot 10^{-7}$, para el bisulfuro de carbono, $3{,}5\ 10^{-7}$, y para el benceno $0{,}5 \cdot 10^{-7}$ CGS. Para los gases la constante de Kerr es aún mas pequeña. Así, pues, para el bisulfuro de carbono en estado vaporoso (a presión de 900 mm Hg y temperatura de 57°C) $B = 3{,}6\ 10^{-10}$, para el nitrobenceno en el mismo estado, $27 \cdot 10^{-10}$, para un gas como el nitrogeno, la constante sólo constituye $0{,}4 \cdot 10^{-10}$ CGS.

De los datos citados anteriormente, referentes a la longitud de onda $\lambda = 546{,}0$ nm (la línea verde), se deduce lo difícil que es investigar el fenómeno de Kerr en los gases En los primeros experimentos de este género se ha utilizado un condensador cuya longitud

*) Dejamos aparte ciertos materiales (por ejemplo, la solución coloidea de una clase de arcilla denominada bentonita), para los cuales la constante de Kerr puede alcanzar valores 10^4 veces mayores Estos materiales representan cierto interés para la técnica.

de las placas es de 50 cm y cuya distancia entre éstas constituye unos 4 mm, sobre los cuales se superpone una diferencia de potencial de 15 000 . . . 20 000 V. De modo que la intensidad del campo alcanzaba el valor de 40 000 . . 50 000 B/cm, y la diferencia de recorrido obtenida se medía con ayuda de analizadores especiales con una precisión de hasta $5 \cdot 10^{-6}$ de longitud de onda.

La constante de Kerr aumenta al disminuir la longitud de onda (dispersión) y se reduce intensamente al aumentar la temperatura.

En el esquema corriente de observación se determina únicamente la diferencia $n_e \quad n_0$; pero también se pueden determinar los valores de n_e y n_0 por separado. Con este fin se mide la diferencia $n_e - n$ ó $n_0 - n$, o sea, la diferencia entre el índice de refracción del rayo extraordinario (u ordinario) y el índice de refracción de la sustancia *fuera* del campo eléctrico.

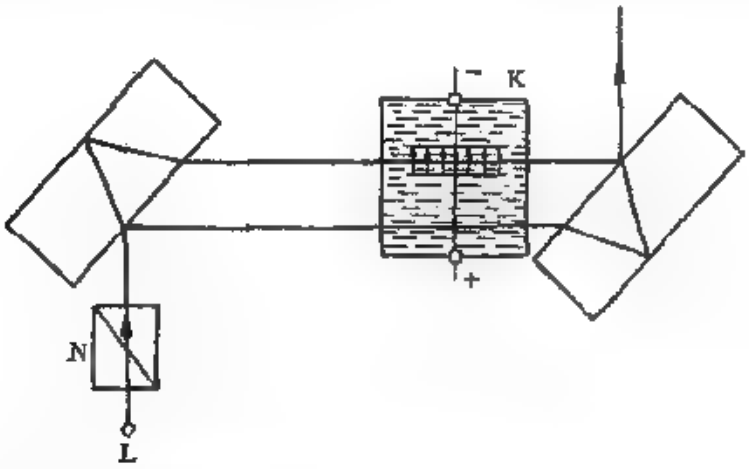


Fig. 27.3. Esquema del método de interferencia de observación de la diferencia $(n_e - n)$ *ó* $(n_0 - n)$ *durante la birrefringencia.*

Según el esquema de la fig. 27.3, pueden realizarse semejantes determinaciones valiéndose del método de interferencia. La esencia de este método, perteneciente al famoso físico soviético L. I. Mandelshtam, consiste en que uno de los rayos en el interferómetro de Jamin pasa a través de líquido ubicado en el campo eléctrico (entre las placas del condensador situado en la cubeta K), y otro rayo se dirige a través del líquido ubicado fuera del campo eléctrico. Midiendo el desplazamiento de las franjas de la figura de interferencia, al conectar el campo eléctrico, determinamos $n_e - n$ ó $n_0 - n$ en dependencia de la instalación inicial del polarizador N. Si éste se pone de manera que las oscilaciones del vector del campo eléctrico de la luz pasen paralelamente al campo exterior (a lo largo del

«eje óptico»), el desplazamiento observado de las franjas determinará el valor de $n_e - n$, y al virar el polarizador a 90°, el de $n_0 - n$.

Los resultados de las mediciones minuciosas de los valores de $n_e - n$ y $n_0 - n$ nos ofrecen (para la mayoría de las sustancias)

$$\frac{(n_e - n)}{(n_0 - n)} = -2. \qquad (152.4)$$

c. *Fenómeno de Kerr provocado por el campo eléctrico de un impulso portante de luz.* En lo expuesto se trataba de la aparición de birrefringencia en un medio isótropo bajo la acción del campo eléctrico continuo. Un fenómeno análogo se observa también en el campo eléctrico alternativo e incluso en el campo de onda luminosa.

El desarrollo de la técnica de laser permitió generar los impulsos de luz con una intensidad del campo eléctrico que alcanza valores

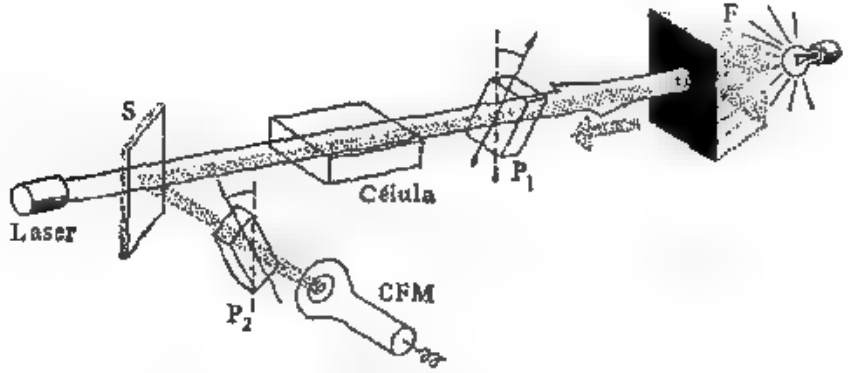


Fig. 27.4. Esquema principal del experimento para la creación de la birrefringencia bajo la acción de un potente impulso luminoso.

muy grandes (véase más abajo el cap. 40). Está demostrado experimentalmente que bajo la acción de un campo de potente impulso de luz, en los líquidos surge birrefringencia. En el primer ensayo de dicho tipo (Mayer y Jirot, 1964), la duración del impulso de luz constituyó $5{,}5 \cdot 10^{-8}$ s; la energía, 0,14 J; y la intensidad media cuadrática, $\sqrt{\overline{E^2}} = 39$ kV/cm. El esquema principal del experimento se da en la fig. 27.4. Después del filtro óptico F, la luz azul ($\lambda \approx$ $\approx$ 500 nm) pasa de derecha a izquierda a través de la célula llena del líquido sometido a estudio, y al reflejarse de la placa S, alcanza el fotomultiplicador FEU. Estando los polarizadores cruzados (como se muestra en la fig. 27.4), la luz azul no puede caer sobre el FEU.

Si en dicha instalación penetra de izquierda a derecha un potente impulso de luz, éste provocará birrefringencia en el líquido, y la luz azul alcanzará el FEU, mientras que el impulso atraviesa la

célula con dicho líquido. Para determinar la constante de Kerr B se mide la diferencia de recorrido δ (véase (152.2)) creada por la acción del campo de un impulso de láser, y luego en la célula de la misma longitud y con la misma sustancia se logra la misma diferencia de recorrido superponiendo un campo continuo. Resultó que las idénticas diferencias de recorrido, en el caso de moléculas no dipolares del líquido se crean prácticamente con idénticas intensidades del campo, lo cual significa la igualdad de las constantes de Kerr en un campo estático y con una frecuencia luminosa.

Sin embargo, para las moléculas dipolares, el resultado es otro por completo. Por ejemplo, para el nitrobenceno, la constante de Kerr en el campo de frecuencia luminosa es aproximadamente 100 veces menor que en un campo estático o casiestático.

d. *Fundamentos de la teoría del fenómeno.* La explicación del fenómeno de Kerr, desde el punto de vista molecular, radica en la anisotropía óptica de las moléculas de líquido o de gas, en las cuales se observa este efecto. Tales moléculas anisótropas, en el campo de onda luminosa revelan mayor o menor polarizabilidad en función de su orientación respecto al vector del campo eléctrico de esa onda. Sin embargo, en condiciones corrientes, las moléculas que componen el medio, se sitúan de modo caótico, por lo cual, al propagarse una onda luminosa con cualquier dirección del vector del campo eléctrico y en cualquier dirección, ésta hallará, en término medio, condiciones iguales: el medio se comporta como macroscópicamente isótropo. Pero si la superposición de un campo eléctrico bastante intenso provoca una orientación preponderante de las moléculas, cierta dirección en el medio resultará la dirección de mayor polarizabilidad que las otras. Por eso precisamente la velocidad de propagación de las ondas luminosas va a depender de la posición del vector del campo eléctrico de la onda dentro del medio, es decir, de la dirección de propagación de las ondas luminosas y el carácter de su polarización: el medio adquiere carácter anisótropo.

Ya que el campo eléctrico exterior es el eje de simetría, las constantes dieléctricas a lo largo de tal campo y en dirección perpendicular serán distintas, pero todas las direcciones perpendiculares a la orientación de ese campo serán equitativas. Al elegir los ejes de coordenadas a lo largo del campo (z) y en dos direcciones mutuamente perpendiculares, por ejemplo, a lo largo del rayo (y) y perpendicularmente a éste (x), obtendremos tres direcciones principales con valores de la constante dieléctrica ε_z y $\varepsilon_y = \varepsilon_x$. De esta manera, el elipsoide de la constante dieléctrica es un elipsoide de rotación, y el medio es análogo a un cristal uniáxico, con la particularidad de que la dirección del campo eléctrico representa el eje óptico.

La orientación de las moléculas anisótropas bajo la acción del campo eléctrico exterior, puede transcurrir de doble manera. La teoría inicial (Langevin, 1910) estudiaba las moléculas que no poseían

momento eléctrico propio, pero lo adquirían con la acción del campo exterior. En la primera aproximación se puede considerar que la magnitud del momento adquirido μ de la molécula es proporcional a la intensidad del campo exterior E, o sea $\mu = kE$. Para las moléculas anisótropas k depende de la orientación dentro de la molécula, y μ no coincide con la dirección del campo que actúa. Por eso surge un par de fuerzas cuyo momento tiende a orientar las moléculas de modo que el eje de mayor polarizabilidad se halle dirigido a lo largo del campo. De este modo, el medio se convierte en anisótropo. La dirección de dicho momento permanece invariable cuando la dirección del campo se vuelve contraria, y por eso, incluso con frecuencias luminosas del campo, tiene lugar la orientación de las moléculas.

Si la luz incide sobre un medio, el mayor índice de refracción lo tendrán las ondas cuyo vector del campo eléctrico está orientado a lo largo de la línea de máxima polarizabilidad, es decir r, a lo largo del campo exterior. Ya que la dirección del campo exterior desempeña el papel de eje óptico respecto al medio, por consiguiente, la onda con mayor índice de refracción es la onda extraordinaria (oscilación a lo largo del eje), o sea, $n_e > n_0$ y $B > 0$.

Así, pues, la teoría de Langevin explica el fenómeno de Kerr, pero deja sin aclarar la existencia (aunque en menor cantidad) de las sustancias para las cuales $n_e < n_0$, o sea, $B < 0$.

Bohr (1916) completó la teoría de Langevin tomando en consideración la posible existencia de moléculas con *gran momento eléctrico constante*, cuya orientación puede no coincidir con la dirección de la mayor polarizabilidad. En este caso la molécula es orientada por el campo exterior de manera que su momento constante tiende a establecerse según la dirección del campo exterior, mientras que la dirección de la mayor polarizabilidad puede formar un ángulo considerable con la dirección del campo exterior (que desempeña el papel de eje óptico). Con arreglo a la posición mutua de estas dos direcciones, la sustancia puede caracterizarse por un valor positivo o negativo de la constante de Kerr B. En particular, si la dirección de la mayor polarizabilidad coincide con la del momento constante, $B > 0$; si esas direcciones son mutuamente perpendiculares, $B < 0$. Para cierta posición promedia, B puede ser nula, es decir, la sustancia no revela el fenómeno de Kerr. De esto queda claro por qué las sustancias con momentos eléctricos próximos y polarizabilidades que no se diferencian mucho (índices de refracción), pueden distinguirse considerablemente respecto al efecto de Kerr. Así, el metilbromido tiene una constante de Kerr centenares de veces mayor que el alcohol metílico, aunque sus momentos eléctricos y las polarizabilidades se diferencian poco.

Con frecuencias luminosas del campo exterior, la molécula dipolar, a causa de su remanencia no tiene tiempo para orientarse al ritmo de las variaciones de la dirección de la intensidad del campo,

por consiguiente, el momento dipolar constante de la molécula deja de aportar su óbolo a la constante de Kerr. Por eso, con frecuencias luminosas del campo exterior, la constante de Kerr del nitrobenceno es, por ejemplo, 100 veces menor que en el campo estático.

El cálculo cinético-molecular de la anisotropía que surge con la acción del campo eléctrico, exige tener en cuenta, desde el punto de vista estático, todas las posibles orientaciones de las moléculas bajo la influencia del campo exterior E y el movimiento térmico. Eso conduce a resultados que concuerdan con el experimento, a saber: la constante de Kerr debe ser proporcional al cuadrado de la intensidad del campo exterior y disminuye al aumentar la temperatura, ya que bajo la acción de las colisiones térmicas se trastorna la orientación de las moléculas, que determina el origen de la anisotropía.

Como se ha mencionado, la teoría de orientación puede pretender a la coincidencia cuantitativa con el experimento sólo en el caso de gases, cuando es posible prescindir de la interacción de las moléculas, típicas de los líquidos. La tabla dada para el cloruro de etilo en estado de vapor muestra lo bien que concuerda la dependencia de la temperatura con el experimento

Tabla. Variación de la constante de Kerr B en función de la temperatura, para el cloruro de etilo

Temperatura absoluta, K	$B \cdot 10^{10}$ para 760 mm Hg	
	observada	calculada
291	0,55	0,55
328,7	7,25	7,30
377	4,42	4,40
452,5	2,56	2,61

Partiendo de consideraciones generales, se puede, hasta cierto grado, explicar por qué la diferencia $n_e - n_0$ en el fenómeno de Kerr es proporcional al *cuadrado* de la intensidad del campo eléctrico. En efecto, la variación del signo del campo corresponde al cambio en 180° de la posición del cristal, a la que se aproxima la sustancia en el campo eléctrico, es decir, al giro del cristal. Pero tal giro no modifica las propiedades ópticas de este último. Por lo tanto, las propiedades ópticas de la sutsancia tampoco deben depender de la dirección del campo eléctrico, o sea, la diferencia $n_e - n_0$ ha de ser proporcional a la potencia par de la intensidad del campo, es decir, precisamente a la segunda potencia, ya que los términos de orden superior desempeñan un papel inferior. La teoría también nos con-

duce a la relación $(n_e - n)/(n_0 - n) = -2$ establecida mediante ensayos.

e. *Tiempo de existencia del fenómeno de Kerr. Algunas aplicaciones de la célula de Kerr.* Para investigar la naturaleza del fenómeno de Kerr es muy importante solucionar la cuestión acerca de la duración de los procesos que conducen al origen o a la desaparición de la birrefringencia en el campo eléctrico.

Abraham y Lemoine (1899) comenzaron la medición del tiempo de existencia del fenómeno de Kerr; este procedimiento se repitió varias veces hasta 1939. En todos estos trabajos no se logró medir el tiempo buscado, con una precisión satisfactoria, pero se pudo tan solo decir que el mismo es inferior a 10^{-9} s, y en algunos casos incluso inferior a 10^{-9} s.

La determinación cuantitativa del tiempo de existencia del fenó-

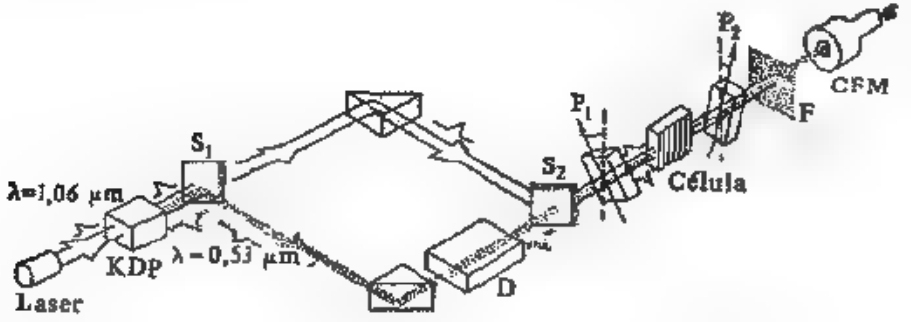


Fig. 27.5. Esquema para determinar el tiempo de desaparición de la birrefringencia.

meno de Kerr se logró únicamente con ayuda de potentes y cortos impulsos de la luz de laser. La fig. 27.5 ofrece el esquema del experimento. Un potente impulso de luz con una longitud de onda $\lambda = 1{,}06$ μm y una duración del orden de 10^{-12} s pasa a través de un cristal de dihidrofosfato de potasio KH_2PO_4 (KDP) en el cual una pequeña parte de dicho impulso se transforma en luz de doble frecuencia, es decir, su longitud de onda $\lambda = 0{,}53$ μm (un informe más detallado acerca de este fenómeno se ofrece en el §-236). El espejo S_1 deja pasar la luz infrarroja y refleja la verde, mientras que el espejo S_2 deja pasar la verde y refleja la infrarroja. Detrás del espejo S_2 se sitúa, entre los polarizadores cruzados P_1 y P_2, una célula con la sustancia sometida a investigación. Después de P_2 se ubica el filtro óptico F que filtra la luz infrarroja y deja pasar al fotomultiplicador *FEU* sólo la luz verde. Las piezas de la instalación pueden situarse de manera que los trayectos ópticos de los rayos verde e infrarrojo sean iguales. Con ayuda de las láminas de vidrio D de diverso

grosor se puede retardar (en distintos intervalos de tiempo) la llegada del rayo verde a la célula. Los dispositivos de diversa estructura que permiten retardar la llegada de una señal respecto a la otra, se denominan *líneas de retardo*. Un potente impulso de emisión infrarroja crea en la célula una birrefringencia, debido a la cual la luz verde también pasa a través de todo el sistema y llega al fotomultiplicador.

Si la luz verde alcanza la célula antes que el potente impulso o mucho más tarde que éste, claro está que esa luz no podrá llegar al fotomultiplicador.

En todos los casos intermedios que se pueden realizar variando el retardo, al fotomultiplicador llegará una cantidad creciente de luz, la cual alcanzará el máximo y luego empezará a disminuir. Como muestran los cálculos, el tiempo de existencia del fenómeno de Kerr, o, con otras palabras, el tiempo de relajamiento de la anisotropía puede ser determinado por el proceso de reducción de la intensidad de la luz del impulso verde en función de la diferencia de los tiempos de llegada de ambos impulsos.

Tales mediciones mostraron que el tiempo de relajamiento de la anisotropía en el bisulfuro de carbono constituye $2 \cdot 10^{-11}$ s, y en el nitrobenceno, $50 \cdot 10^{-10}$ s. Los datos obtenidos mediante este procedimiento se hallan en buena concordancia con los métodos indirectos de la medición de estas magnitudes (véase §.161).

La célula de Kerr, que funciona en un campo eléctrico de potente y corto impulso luminoso, puede servir de obturador fotográfico, el cual permite obtener el tiempo de exposición del orden de 10^{-11}s. Dicha célula se utiliza con éxito para estudiar la duración de la luminiscencia y otros procesos moleculares. La célula de Kerr, análoga a la mostrada en la fig. 27.2, puede servir para modular la intensidad de la luz; de alta frecuencia.

Si a las armaduras del condensador de Kerr se les suministra un impulso de tensión, la célula desempeñará el papel de obturador, cuya duración de funcionamiento se determina por la longitud del impulso eléctrico.

Las células de Kerr en calidad de modulador y obturador se utilizan para dirigir los regímenes de funcionamiento de los generadores ópticos cuánticos (láseres) (véase § 226).

Merced a la extremada rapidez de establecimiento y desaparición del efecto de Kerr, resultó posible utilizarlo para muchos fines científicos y técnicos.

§ 153. Birrefringencia en el campo magnético (fenómeno de Cotton-Mouton)

Análogamente al surgimiento de birrefringencia en el campo eléctrico, es posible crear una anisotropía artificial bajo la acción de un campo magnético. Si las moléculas anisótropas poseen complemen-

tariamente un momento magnético constante (cuerpo paramagnético), del mismo modo que las moléculas, siendo anisótropas, poseen un momento eléctrico constante, su conducta bajo la acción del campo magnético debe parecerse al fenomeno que se observa en el campo eléctrico. Cuando se carece de campo magnético exterior, la disposición caótica de las moléculas asegura la isotropía macrosópica del medio, a pesar de la anisotropía de ciertas moléculas. La superposición de un campo magnético bastante intenso, que influye sobre los momentos magnéticos de las moléculas, orienta estas últimas de un modo determinado respecto a dicho campo exterior. La orientación de las moléculas anisótropas confiere a todo el medio propiedades de anisotropía, las cuales se pueden observar mediante procedimientos corrientes. En efecto, se logró revelar el surgimiento de birrefringencia bajo la acción de un campo magnético intenso, dirigido transversalmente a la línea de propagación de la luz. El esquema de disposición del experimento es análogo al utilizado para observar el fenómeno de Kerr. La ley de birrefringencia en el campo magnético, que puede deducirse a base de estos ensayos, es análoga a la hallada para el fenómeno de Kerr, a saber, tiene la forma

$$n_e - n_0 = DH^2$$

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{l(n_e - n_0)}{\lambda} = ClH^2, \qquad (153.1)$$

donde H es la intensidad del campo magnético, y $C = D/\lambda$, la *constante* que depende de las propiedades del medio. El valor de esta constante es muy pequeño, por eso se logró obtener el resultado sólo gracias al uso de un potente imán que permitió crear intensos campos en grandes volúmenes. Así, pues, para el nitrobenceno se halló $C = 2{,}53 \cdot 10^{-12}$ CGS. Esto significa que, por ejemplo, en un campo de 20 000 oersted para una longitud del trayecto luminoso igual a 8 cm, la diferencia de recorrido de dos componentes era de 0,008 λ, lo que corresponde una a diferencia de fase de sólo unos 3°. Las regularidades y la teoría del fenómeno descrito son absolutamente análogas a las regularidades y la teoría del fenómeno de Kerr.

ÓPTICA MOLECULAR

28. DISPERSIÓN Y ABSORCIÓN DE LA LUZ

§ 154. Dificultades de la teoría electromagnética de Maxwell

La onda luminosa en el vacío es un campo electromagnético alternativo de alta frecuencia que se propaga con una velocidad constante ($c = 2{,}9979 \cdot 10^{10}$ cm/s) la cual no depende de la frecuencia. Esta última circunstancia puede considerarse establecida con alto grado de certeza merced a las observaciones de los fenómenos astronómicos. Así, pues, la investigación del eclipse de las estrellas dobles alejadas no revela ningunas anomalías en la composición espectral de la luz que llega hacia nosotros al comienzo del eclipse y al final de éste. Sin embargo, el eclipse de la estrella o su salida de la sombra de su satélite significa la interrupción o el comienzo de la propagación del impulso luminoso, sin duda no monocromático, y que puede considerarse como resultado de la superposición de muchas radiaciones monocromáticas. Si la velocidad de estas emisiones fuese distinta en el espacio interplanetario, el impulso tendría que llegar hacia nosotros mucho más deformado. Por ejemplo, supongamos, para mayor simplicidad, que este impulso se puede asemejar a dos grupos casi monocromáticos, al «azul» y el «rojo», y consideremos que la velocidad de propagación del grupo «rojo» es mayor que la del «azul». En este caso tendríamos que observar, al comienzo del eclipse, el cambio de color de la estrella del normal al azul, y al terminar el eclipse, del rojo al normal. A causa de las enormes distancias que nos separan de las estrellas dobles, incluso una insignificante diferencia entre las velocidades debería dar un efecto notorio. En realidad, tal efecto no tiene lugar. Así, pues, las observaciones de la estrella Algol de magnitud variable, realizadas por Arago, le llevaron a la conclusión de que la diferencia entre la velocidad de propagación de la radiación violeta y roja

en todo caso será inferior a una cienmilésima del valor de la propia velocidad. Estas observaciones y otras análogas nos hacen reconocer que en el espacio interplanetario *) no existe dispersión de la luz. Pero al penetrar en medios corrientes, la luz experimenta una variación de la velocidad (refracción), con la particularidad de que para diferentes frecuencias, la velocidad en los medios resulta distinta, o sea, el índice de refracción n depende de la frecuencia o la longitud de la onda, $n = f(\lambda)$ (dispersión de la luz).

La existencia de dispersión de la luz es una de las dificultades fundamentales de la teoría electromagnética inicial de la luz de Maxwell. Dicha teoría, que agrupa los fenómenos ópticos y electromagnéticos, ha sido un paso enorme hacia adelante y se ha convertido en una generalización científica de gran escala. La teoría de Maxwell permitió comprender el sentido del fenómeno de Faraday (rotación del plano de polarización en el campo magnético), descubierto casi un cuarto de siglo antes de la mencionada teoría. Esta, sin duda alguna, estimuló las búsquedas ulteriores en el campo de la electro y magnetoóptica que condujeron a dos importantes descubrimientos de Kerr: la birrefringencia en el campo eléctrico y el giro del plano de polarización al reflejarse de un material ferromagnético imantado. Por fin, la teoría de Maxwell eliminó una serie de puntos vagos y contradicciones de la óptica elásticas.

La conclusión más importante de la teoría de Maxwell ha sido el postulado según el cual la velocidad de propagación del campo electromagnético en el vacío es igual a la relación entre las unidades electrostáticas y electromagnéticas de la intensidad de corriente. La segunda conclusión, no menos importante, consiste en que el índice de refracción de las ondas electromagnéticas es igual a $\sqrt{\varepsilon\mu}$, donde ε es la constante dieléctrica, y μ, la permeabilidad magnética del medio. Por lo tanto, la velocidad de propagación de la onda electromagnética y, en particular, de la luz, resultó relacionada con las constantes de la sustancia en la que se propaga esta última. Dichas constantes se introducían al principio en las ecuaciones de Maxwell de modo formal y tenían un carácter puramente fenomenológico. Recordemos que en la teoría mecánica (elástica) no se ha establecido ninguna relación entre las características ópticas del medio (velocidad de la luz) y sus propiedades mecánicas (elasticidad, densidad). Se sabe que para una serie de dieléctricos líquidos y gaseosos, la relación de Maxwell $n = \sqrt{\varepsilon\mu} \approx \sqrt{\varepsilon}$ (ya que μ es próxima a 1) se cumple bas-

*) El espacio interplanetario puede considerarse como la aproximación más completa al vacío. Según los datos astrofísicos, la densidad media de la sustancia en el espacio interplanetario es de un átomo por 1 cm³, mientras que en los mejores dispositivos a vacío constituye no menos de 10^4 átomos por 1 cm³ (y por lo general es mucho mayor).

tante bien; eso es atestiguado por los siguientes datos. Para distintas sustancias:

	n	$\sqrt{\varepsilon}$
Nitrógeno	1,000299	1,000307
Hidrógeno	1,000139	1,000139
Ácido carbónico	1,000449	1,000485
Helio	1,000035	1,000037
Protóxido de nitrógeno	1,000507	1,000547
Tolueno líquido	1,499	1,549
Benceno	1,501	1,511

No obstante, para muchos otros cuerpos, por ejemplo, para el vidrio y tales líquidos como el agua y los alcoholes, ε es mucho mayor que n^2. Así, pues, para el agua $n^2 = 1{,}75$, mientras que $\varepsilon = 81$. Además, como ya se ha mencionado, el índice de refracción depende de la longitud de onda (dispersión) De esta manera, se manifestó la necesidad de complementar las ecuaciones de Maxwell por cierto modelo de un medio que describiese el fenómeno de dispersión. Las dificultades relacionadas con la explicación de la dispersión de la luz dentro de los márgenes de las ideas acerca de la teoría electromagnética, se eliminan por completo mediante la teoría electrónica, la cual permite dar una interpretación molecular de los parámetros fenomenológicos ε y μ y la cual explicó simultáneamente la influencia de la frecuencia del campo electromagnético sobre ε y, por consiguiente, sobre n.

§ 155. Dispersión de la luz. Métodos de observación y resultados

Cualquier método empleado para determinar el índice de refracción (refracción en los prismas, reflexión interna total, dispositivos de interferencia) puede servir para revelar la dispersión.

Las primeras investigaciones experimentales de la dispersión de la luz, pertenecientes a Newton (1672) *), fueron realizadas mediante el procedimiento de la refracción en el prisma; método que hasta la actualidad es bueno para las demostraciones e investigaciones. Al dirigir un haz de luz blanca de un foco lineal (rendija), paralelo a la arista del prisma, y proyectando la imagen de la rendija en la panta-

*) La descomposición espectral de la luz solar en condiciones naturales ocurre en el arco iris, conocido evidentemente, desde los tiempos remotos. Descartes estableció la teoría elemental del arco iris, basada, de hecho, en la hipótesis de la dependencia entre el índice de refracción y la longitud de onda, pero dedicada principalmente al cálculo de los ángulos bajo los cuales se ven los arcos iris de diversos órdenes. Newton en su «Óptica» reproduce los razonamientos de Descartes, pero indica que el origen de los colores para éste quedó sin aclarar

lla, no sólo observaremos la desviación de la imagen (refracción en el prisma), sino que, a causa de la dependencia entre el ángulo de refracción y la longitud de onda, obtenemos la imagen de la rendija en forma de una banda en color (espectro). Al comparar los espectros obtenidos mediante prismas con iguales ángulos refractantes, pero hechos de distinto material, puede observarse que los espectros no sólo se desvían a ángulos diferentes, lo cual está condicionado por diversos valores de n para una misma longitud de onda λ, sino que también permanecen extendidos a mayor o menor longitud, a causa de la diferencia del valor de la dispersión para distintas sustancias. Así, pues, al comparar iguales prismas de agua y de bisulfuro de carbono veremos que en el segundo caso el espectro (desde los rayos rojos hasta los violetas) es 5—6 veces más largo que en el primero.

Al medir el índice de refracción para diferentes longitudes de ondas,

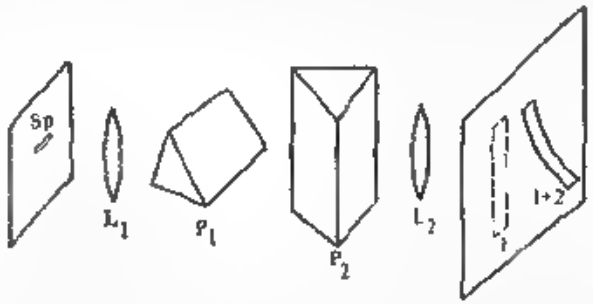


Fig. 28.1. Método de los prismas cruzados de Newton.

puede investigarse la capacidad de dispersión de la sustancia del prisma, es decir, la función $n = f(\lambda)$. Ya en sus primeras investigaciones Newton empleó un método muy evidente que describía el carácter de la dispersión del material del prisma. Dicho método, de prismas cruzadas, el cual consiste en que la luz pasa consecutivamente por dos prismas cuyas aristas refractantes se hallan perpendicularmente la una a la otra (fig. 28.1). La franja de color que se obtiene a causa de la acción de un prisma, es desviada diferentemente (por el segundo prisma) en sus distintas partes según el valor del índice de refracción, así que la forma definitiva y la posición del espectro se determinan por la magnitud de la dispersión de ambos prismas.

Basándose en sus ensayos, relativamente poco numerosos, Newton llegó a la conclusión errónea de que la dispersión relativa (véase § 86) de distintas sustancias transparentes es igual.

Hoy día sabemos que la dependencia entre el índice de refracción y la dispersión puede ser muy compleja, además, el aumento de la dispersión no siempre va acompañado del incremento de la refracción aunque, como regla, este paralelismo se observa. Incluso la marcha gene-

ral de la dispersión (aumento del índice de refracción al disminuir la longitud de onda) no siempre se cumple. Leroux (1862), al observar la refracción en un prisma lleno de vapores de iodo, descubrió que los rayos azules se refractan menos que los rojos (los otros rayos son absorbidos por el iodo y escapan de la observación). Leroux denominó esta peculiaridad *dispersión anómala*, nombre que se ha mantenido hasta nuestros días. También en los líquidos se observa la marcha anómala de la dispersión: investigando el espectro mediante un prisma lleno de solución de fucsina, descubriremos que los rayos violeta se desvían menos que los rojos.

Las investigaciones sistemáticas de Kundt, quien utilizó en sus pruebas el método de prismas cruzados, establecieron una ley importante, conforme a la cual el fenómeno de dispersión anómala está relacionado estrechamente con la absorción de la luz: todos los cuerpos que poseen dispersión anómala en cualquier zona (fig. 28.2), absorben intensamente la luz en dicha zona. El índice de refracción en las proximidades de la banda de absorción varía con tanta rapidez que su valor en la parte de las ondas más largas (punto *M*) es mayor que en la parte de las ondas cortas (punto *N*). La marcha anómala del índice de refracción, es decir, su reducción al disminuir la longitud de onda, tiene lugar dentro de la banda desde el punto *M* hacia el punto *N*, donde las observaciones se dificultan a causa de la absorción de la luz.

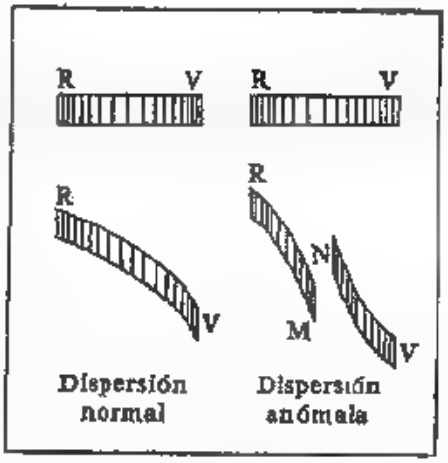


Fig. 28.2. Forma del espectro que se obtiene por el método de prismas cruzados.

La fig. 28.3 reproduce en forma de curva los resultados de observación de la dispersión de la solución de cianina en la zona de la banda de absorción: de *A* a *B* el índice de refracción disminuye, o sea, tiene carácter anómalo. La marcha general del índice de refracción en cierta distancia de las bandas de absorción corresponde a la marcha corriente de la dispersión: el aumento lento del índice de refracción a medida que disminuye la longitud de onda. El mismo aspecto tiene el índice de refracción para los cuerpos transparentes (por ejemplo, el vidrio o el cuarzo) en toda la extensión del espectro visible. Sin embargo, con el avance hacia la parte infrarroja o ultravioleta del espectro, el índice de refracción de estas sustancias comienza a variar bastante rápidamente, lo cual es un indicio de la aproxima-

ción de las bandas de absorción que en efecto están situadas en los correspondientes sectores del espectro.

De este modo, la investigación detallada muestra que cualquier sustancia tiene sus bandas de absorción, y la marcha general del índice de refracción se halla condicionada por la distribución de dichas bandas en el espectro. Por eso la oposición de los conceptos de dispersión anómala y normal pierde el sentido. La figura completa de dispersión de cualquier sustancia consiste en las zonas de dispersión anómala que corresponden a las zonas dentro de las bandas o líneas de absorción, y las zonas de dispersión normal situadas entre las bandas de absorción.

La relación entre la dispersión anómala y la absorción permitió a Kundt expresar la idea de que los gases o vapores que absorben intensamente, también deben poseer dispersión anómala. Unos años después, Kundt, en una de sus conferencias, al demostrar como la luz es absorbida por los vapores de sodio, logró observar el fenómeno esperado. La luz del foco se descompone en un espectro mediante un prisma situado verticalmente, el cual da un espectro en forma de franja horizontal. En el trayecto de los rayos se colocó un mechero en cuya llama se introducían vapores de sodio. En la pantalla apareció no sólo una banda oscura en la parte amarilla del espectro, típica de la absorción de la luz en los vapores de sodio, sino también una *curvatura* de la franja espectral en distintas partes de los flancos de la zona de absorción. En esta figura observada casualmente, Kundt reconoció en seguida el fenómeno de dispersión anómala. La columna coniforme de los vapores de sodio que se levantaba sobre el mechero, desempeñaba el papel de prisma con una arista refringente horizontal (la base se hallaba abajo), cruzado con el primer prisma de vidrio situado verticalmente. Como se observa en la fig. 28.4, la parte de mayor longitud de onda *a* se refracta con más intensidad que la zona de longitud de onda más corta *b*, para la cual el índice de refracción es incluso inferior a la unidad.

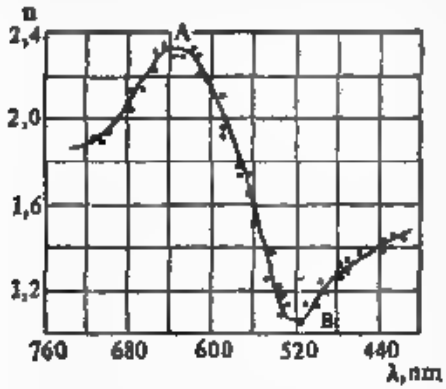


Fig. 28.3. Desarrollo del índice de refracción en la cianina en la zona de la banda de absorción.

Los vapores de sodio tienen en la parte amarilla del espectro no una, sino dos líneas de absorción muy finas e intensas, situadas a la distancia de 0,6 nm una de otra. En el experimento de demostración descrito anteriormente, la densidad de los vapores de sodio era tan grande que ambas líneas de absorción D_1 y D_2 se unían en una fran-

ja *D* y los detalles del fenómeno no se distinguían. Las condiciones mejoradas del ensayo permiten observar el cuadro más claramente: con una densidad considerable del vapor se ve una amplia franja de absorción y las curvaturas en los bordes (fig. 28.5, *a*), y al disminuir la densidad del vapor, se observan dos zonas de dispersión anómala que corresponden a dos líneas de absorción (fig. 28.5, *b*).

Por cuanto la figura más clara del fenómeno se observa en los gases (vapores) que se caracterizan por líneas intensas de absorción, la verificación de las ideas teóricas se realiza lo mejor de todo en los gases, para los cuales, además, también es mucho más fácil construir esa teoría. Por esta razón, adquirieron gran importancia los métodos de investigación de la dependencia entre el índice de refracción y la longitud de onda, que permitieron realizar mediciones precisas en los gases. Debido a que su índice de refracción se diferencia poco de la unidad (sobre todo con densidades pequeñas, indispensable para trabajar cerca de la línea de absorción), es necesario emplear refractómetros interferenciales.

Fig. 28.4. Dispersión anómala en los vapores de sodio (experimento de demostración).

Los mejores resultados son obtenidos por el método de aparatos espectrales «cruzados», con la particularidad de que uno de ellos es, por ejemplo, un interferómetro de Jamin, y el segundo, un espectrógrafo corriente con un prisma o una rejilla de difracción que posee gran dispersión (Wood, D.S. Rozhdéstvenski). Estos deben situarse de modo que las franjas de interferencia permanezcan horizontalmente, y la rendija del espectrógrafo, verticalmente. Si en esta última se representa la figura que da el interferómetro de un foco de luz blanca, es decir, el conjunto de franjas de color, en el plano focal del objetivo de cámara de dicho espectrógrafo veremos un espectro continuo representado longitudinalmente por una serie de líneas oscuras correspondientes a los lugares de la rendija del espectrógrafo donde se observan las imágenes de las franjas oscuras de la figura de interferencia.

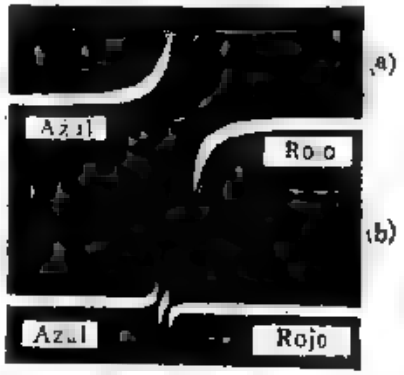


Fig. 28.5. Dispersión anómala en los vapores de sodio:
a cuando la densidad del vapor es grande, ambas rayas de absorción de sodio (doblete de sodio) se unen en una banda; b, cuando la densidad del vapor es pequeña, ambas rayas del doblete están divididas

El período de la figura de interferencia es proporcional a la longitud de onda. Por eso la distancia entre las franjas oscuras será tanto mayor cuanto más grande sea la longitud de onda, y el sistema de franjas oscuras en el espectrógrafo irá estrechándose desde el extremo rojo del espectro al violeta, como se puede ver en la fig. 28.6. Regulemos los dispositivos de modo que la franja nula sea rectilínea y perpendicular a la dirección de la rendija, y supongamos que esa franja es el eje de las abscisas, dirigiendo el eje de las ordenadas y a lo largo de la rendija del espectrógrafo. La diferencia de recorrido $\Delta(y)$ entre los rayos en ambos brazos del interferómetro depende, por regla general, linealmente de y, o sea, $\Delta(y) = by$; donde el coeficiente b se establece con arreglo a los parámetros de los dispositivos utilizados. La ordenada de la n-ésima franja se determinará de la condición

$$\Delta(y_m) = by_m = m\lambda.$$

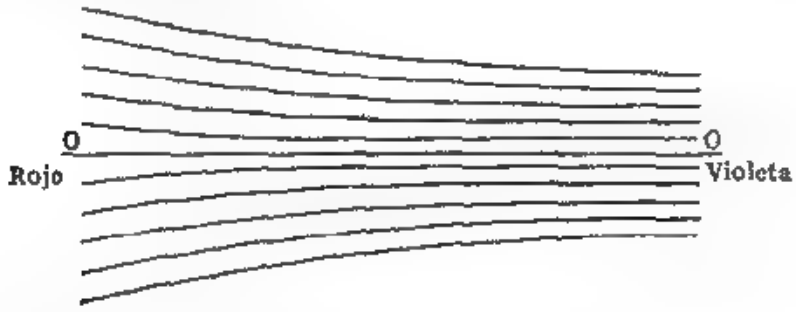


Fig. 28.6. Disposición de las franjas de interferencia al cruzarse el interferómetro de Jamin con un espectrógrafo.

De esta relación se desprende, en particular, el aumento de la pendiente ($dy/d\lambda = m/b$) de las franjas de interferencia a medida que crece m (véase fig. 28.6).

Si en el trayecto de uno de los rayos del interferómetro se introduce una capa de sustancia de grosor h con un índice de refracción $n = f(\lambda)$, será transmitida una diferencia inicial de recorrido igual a $h(n - 1)$, y la condición que determina la ordenada de la m-ésima franja adquirirá el siguiente aspecto:

$$by_m \pm h(n - 1) = m\lambda.$$

Además, el signo depende de un factor: en cuál de los brazos del interferómetro se introdujo la capa de sustancia. Como resultado de esto, las franjas de interferencia experimentan el correspondiente desplazamiento a lo largo de la rendija del espectrógrafo, en tanto que la franja nula $m = 0$, la cual antes satisfacía la condición $y = 0$ (eje de las abscisas), ahora adquirirá la forma correspondiente

a $y = \mp (n - 1) h/b$. Así, pues, la franja nula traza, a escala determinada, la dependencia entre $(n - 1)$ y λ, o sea, proporciona directamente la curva de dispersión. Las franjas de orden nulo tienen una pendiente adicional que aumenta al crecer m.

Si en calidad de capa adicional de sustancia se introduce un tubo lleno, por ejemplo, de vapor de sodio, se podrá investigar con precisión el desarrollo del índice de refracción incluso cerca de las líneas de absorción. Además, cuanto más cerca de ellas, tanto menor será la absorción en el vapor de sodio. La fig. 28.7 ilustra la fotografía del cuadro observado, tomada del trabajo de D. S. Rozhdestvenski.

A este científico también le pertenece un método importante que permitió elevar en sumo grado la precisión de medición de la dispersión muy cerca de la banda de absorción. Utilizando la posibilidad de variar la pendiente de la franja de interferencia a base de introducir

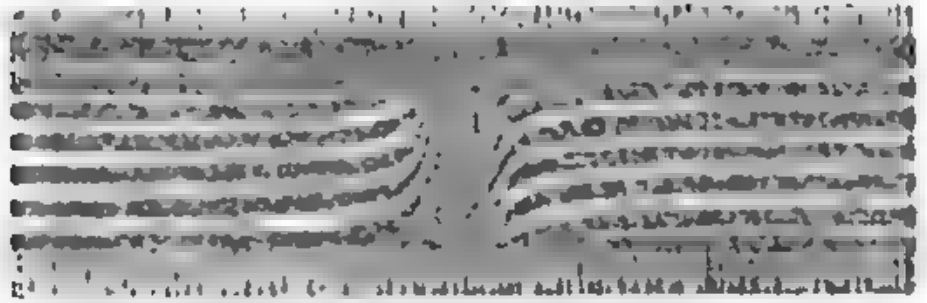


Fig. 28.7. Dispersión anómala en los vapores de sodio (foto de D. S. Rozhdéstvenski).

una capa de sustancia en cualquier brazo, D. S. Rozhdéstvenski introdujo en un brazo la capa de la sustancia sometida a investigación, y en el otro, una lámina de vidrio. Como en la referida sustancia, la dispersión varía mucho cerca de la banda de absorción, existirá una longitud de onda para la cual la acción de tal sustancia será compensada *exactamente* por la acción de la lámina de vidrio, así que en este lugar la pendiente de la curva de interferencia pasará por el cero; a la izquierda de este valor de la longitud de onda, las curvas descienden, y a la derecha, ascienden (o al revés), formando un *gancho*, la posición de cuyo vértice se puede medir con precisión por medio de la escala de longitudes de ondas (fig. 28.8).

En este caso las franjas de interferencia se establece según la condición

$$by_m - h(n - 1) + h'(n' - 1) = m\lambda.$$

Los términos segundo y tercero del primer miembro de esta relación son en realidad las diferencias de recorrido introducidas por la capa

de la sustancia que se investiga y la lámina de vidrio, mientras que h, h' y n, n' son sus grosores y los índices de refracción. Lejos de las bandas de absorción el índice de refracción de los vapores es prácticamente igual a la unidad, y la forma de las franjas se determina sólo por la acción de la lámina de vidrio: la franja nula se pierde de vista en el interferómetro y se observan franjas muy pendientes de alto orden (véase fig. 28.9). Por ejemplo, para $h = 1$ cm, $n' - 1 \approx$ $\approx 0{,}5\,\lambda = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ cm, hallamos

$$m \approx h' (n' - 1)/\lambda \approx 10^4$$

La longitud de onda que corresponde al vértice del gancho se determina por la condición $d\gamma_m/d\lambda = 0$, la cual conduce a la relación

$$m - h' \frac{dn'}{d\lambda} = -h \frac{dn}{d\lambda},$$

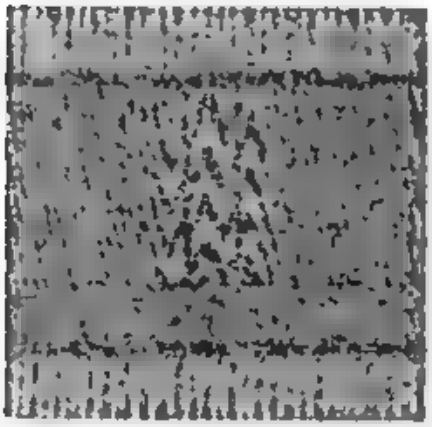


Fig. 28.8. Dispersión anómala en los vapores de sodio (método de ganchos de D. S. Rozhdéstvenski).

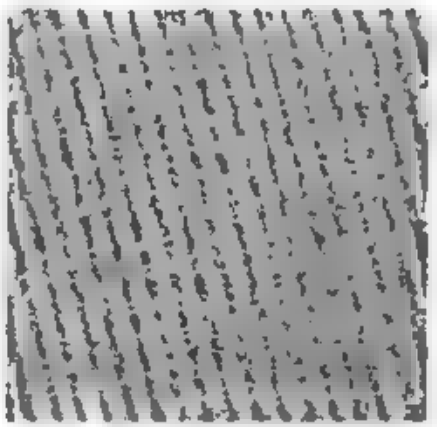


Fig. 28.9. Figura de interferencia lejos de las bandas de absorción

que significa la igualdad de los valores absolutos de las pendientes de las franjas, dadas separadamente por la lámina de vidrio y la capa de la sustancia que se investiga. A causa de la insignificante dispersión del cristal, el valor de $|h' dn'/d\lambda|$ solo constituye un pequeño por ciento de m, o sea, la compensación de la pendiente de la franjas, debido a la intensa dispersión de la sustancia sujeta a investigación, tiene lugar principalmente merced al gran valor del orden de interferencia m. D.S. Rozhdéstvenski indicó un procedimiento muy ingenioso, mediante el cual se puede determinar directamente la combinación $m - h' dn'/d\lambda$ a partir de la figura de interferencia.

Por lo tanto, según la posición del vértice del gancho puede determinarse $dn/d\lambda$, o sea, la dispersión de la sustancia radiante para el valor de λ que corresponde al punto de curvatura de la franja de interferencia. Variando el grosor h' de la lámina de vidrio se puede desplazar la posición del vértice del gancho a lo largo de la escala de las longitudes de ondas, pasando a los lugares de distintos valores de $dn/d\lambda$ e investigando de este modo la dispersión en el intervalo deseable de longitudes de ondas.

El «método de ganchos» de Rozhdéstvenski se utiliza ampliamente en las investigaciones precisas de la dispersión para medir una serie de características atómicas, así como para otros fines. En la actualidad se desarrolló hasta tal punto que puede servir de experimento de demostración.

§ 156. Fundamentos de la teoría de dispersión

El intento fructífero de interpretar el abundante material obtenido experimentalmente fue hecho aún en la teoría «elástica» de la luz. Aunque esta teoría no pudo enlazar el valor del índice de refracción del medio con ningún parámetro conocido, sin embargo, la interpretación de los fenómenos de refracción y dispersión en la sustancia fue emprendida ya hace mucho.

De acuerdo con las ideas de Fresnel, la luz se propaga en un medio singular—éter luminoso que posee propiedades de un sólido elástico muy rarificado y capaz de penetrar en todos los medios corrientes. La velocidad de la luz luminosa se determina principalmente por las propiedades del éter, pero en los medios materiales, las moléculas modifican las propiedades del éter contenido en ellas, y de esta manera influyen sobre la velocidad de propagación de la luz. Desarrollando la idea de Fresnel acerca de la consideración de la influencia de las moléculas de la sustancia sobre las partículas del éter, Cauchy (1829—1835) llegó a la fórmula que expresa la dependencia entre el índice de refracción y la longitud de onda

$$n = a + b/\lambda_0^2 + c/\lambda_0^4 + \ldots, \qquad (156.1)$$

donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío, y a, b, c, ... son las constantes cuyos valores para cada sustancia deben determinarse experimentalmente. En la mayoría de los casos es posible limitarse a los dos primeros términos de la fórmula (156.1). Esta última reproduce muy bien el desarrollo normal de la dispersión. Como muestra la tabla 28.1, la fórmula de Cauchy puede interpretar muy bien las mediciones muy minuciosas del índice de refracción del hidrógeno mediante los coeficientes a, b y c elegidos correspondientemente.

La teoría de Cauchy fue creada mucho antes de descubrir la dispersión anómala. Su valor histórico es enorme, ya que fue la primera

Tabla 28.1. Comparación de los resultados experimentales con los datos obtenidos mediante la fórmula de Cauchy

λ, Å	$(n-1)\ 10^7$ observado	$(n-1)\cdot 10^7$ calculado
5462,260	1396,50	1396,50
4078,991	1426,32	1426,33
3342,439	1461,33	1461,18
2894,452	1498,59	1498,65
2535,560	1546,90	1547,01
2302,870	1594,18	1594,18
1935,946	1718,24	1718,37
1854,637	1759,26	1759,96

obra que mostró que la teoría ondulatoria es capaz de explicar la dispersión de la luz.

Después de descubrir la dispersión anómala y de establecer su relación con la absorción, Sellmeyer (año 1871) *) expuso la teoría completa del fenómeno, basándose en la idea acerca de la interacción de las moléculas del medio ponderable y el éter. La peculiaridad de la teoría de Sellmeyer ha sido la suposición de que las moléculas poseen propias frecuencias de vibración, típicas de cada sustancia, merced a lo cual obtuvo explicación la presencia de determinadas bandas (líneas) de absorción. De los razonamientos de Sellmeyer se deducía que la presencia de semejantes períodos propios conduce a la dependencia entre el índice de refracción y la frecuencia; esta dependencia transmite muy bien todo el desarrollo de la dispersión tanto en las proximidades de las bandas de absorción, como lejos de éstas. Los principios de la teoría de Sellmeyer se han conservado también en las teorías sucesivas de la dispersión, incluida la teoría electrónica moderna. Las mediciones muy precisas de la dependencia entre n y λ, realizadas mucho más tarde por D.S. Rozhdéstvenski (1912) para el vapor de sodio, han demostrado que la diferencia entre la teoría de Sellmeyer y el experimento no supera el 2... 3%. Además, se logró realizar las mediciones incluso hasta zonas que se diferenciaban no más de 0,5 Å de la longitud de onda correspondiente a las propias oscilaciones del átomo. En 1945, los discípulos de D.S. Rozh-

*) Rayleigh escribe: «Yo comprobé más tarde que Maxwell (antes que Sellmeyer) estudió el problema de la dispersión anómala. Sus resultados están contenidos en las preguntas de examen de matemáticas del 21.I.1869 (Cambrige Calendar, 1869). En dichas preguntas ya hay términos que tienen en cuenta la viscosidad y que luego fueron introducidos por Helmholtz» (Rayleigh, Sci. Papers, v IV, p. 413).

déstvenski lograron perfeccionar los métodos de su maestro y aproximarse aún más al centro de la línea de absorción, elevando al mismo tiempo la precisión de las medidas.

En la teoría de Sellmeyer resultó posible enlazar la constante óptica (velocidad de la luz en la sustancia) con otros parámetros de la sustancia y con los propios períodos de oscilación de sus moléculas, cuya determinación debería, de veras, efectuarse también mediante procedimientos ópticos. La interpretación electrónica de la dispersión, utilizando el concepto de oscilaciones propias de los átomos, permitió establecer la naturaleza de las partículas oscilantes (electrones e iones) y profundizar en sumo grado nuestras nociones sobre la sustancia y la luz.

En la actualidad, a causa del cambio radical de nuestros conceptos acerca de las leyes que rigen el comportamiento de los átomos y moléculas (cambio introducido por la teoría cuántica), nos vimos obligados a revisar también la teoría de dispersión. Sin embargo, a pesar de la transformación radical de estas nociones, los rasgos esenciales de la teoría de dispersión se conservaron en su interpretación cuántica *). No obstante, ha variado no sólo el punto de vista en cuanto al fenómeno de dispersión, sino que también han sido descubiertos nuevos aspectos de éste, no previstos por las variantes más simples de la teoría clásica y que han sido comprobados en lo sucesivo mediante experimentos (absorción negativa, difusión incoherente de la luz).

Trabaremos conocimientos más detallados con los fundamentos de la teoría electrónica de la dispersión. Más tarde diremos algo de la teoría cuántica.

Como ya se ha señalado, la esencia de la interacción de la luz y la sustancia se reduce a la interferencia de la onda incidente (primaria) con las ondas secundarias que han surgido a causa de las oscilaciones de los electrones (e iones) de dicha sustancia, condicionadas por la acción del campo de la onda primaria.

En el presente apartado examinaremos el problema más formalmente, investigando la variación de la constante dieléctrica del medio en función de la frecuencia de las ondas luminosas que provocan el desplazamiento de las cargas eléctricas de la sustancia. Como muestra el fenómeno de Zeeman (véase cap. 31), el papel principal en la vida óptica del átomo lo desempeña el electrón; por lo tanto en lo sucesivo, para mayor comodidad, hablaremos precisamente del electrón. Sin embargo, nuestros razonamientos quedan en vigor también para otras partículas con carga que entran en la composición del áto-

*) Esto se halla relacionado con el hecho de que la acción entre el átomo y la onda luminosa se puede considerar en buena concordancia con el experimento si el átomo es estimado como un conjunto de osciladores armónicos, ya que para un oscilador armónico la interpretación clásica y cuántica del problema conduce a los mismos resultados.

mo. En particular, al investigar el índice de refracción en la zona de ondas largas, es indispensable tomar en consideracion la influencia de los iones capaces de realizar oscilaciones relativamente lentas (infrarrojas).

Así, pues, para deducir la dependencia entre el índice de refracción y la longitud de onda, hallaremos de qué modo depende la constante dieléctrica de la frecuencia del campo eléctrico alternativo; después, basándonos en la relación $n = \sqrt{\varepsilon}$, pasaremos, al índice de refracción n. De acuerdo con la teoría de los electrones, consideraremos las moléculas o los átomos del dieléctrico a título de sistema, cuya composición cuenta con electrones que se encuentran dentro de las moléculas en posición de equilibrio. Bajo la influencia del campo exterior, estas cargas se desplazan de la posición de equilibrio a una distancia r, transformando de esta manera el átomo en un sistema eléctrico con el valor del momento de $p = re$, dirigido a lo largo del campo (dípolo). Si en la unidad de volumen de nuestro medio se halla N átomos que sufren la polarización, el momento eléctrico de la unidad de volumen, o la polarización del medio, será igual a $P = Np = Ner$. En este caso, para abreviar, suponíamos que en el medio existe sólo una especie de átomos y en cada uno de ellos puede desplazarse sólo un electrón. Por lo contrario, la polarización del medio se escribiría de modo

$$P = \sum N_i e_i r_i, \qquad (156.2)$$

donde el índice i se refiere a la i-ésima especie de cargas. Conociendo la polarización eléctrica del medio, no es difícil calcular su constante dieléctrica ε, ya que $D = \varepsilon E = E + 4\pi P$, donde D es la inducción eléctrica del medio. Así, pues,

$$D = \varepsilon E = E + 4\pi Ner,$$

donde r se determina por el campo E

Por lo tanto, el problema se reduce a la determinación del desplazamiento del electrón r bajo la acción de un campo *exterior* que varía periódicamente, teniendo en cuenta las fuerzas que actúan sobre el electrón que entra en la composición del átomo, por parte de las secciones de este átomo y de los átomos que lo rodean, es decir, representa un problema acerca de las oscilaciones forzadas de los electrones. Pero hay que tener en cuenta que se trata de los electrones cuyas frecuencias de movimiento en el átomo tienen el mismo orden de magnitud que la frecuencia de la onda luminosa. Como se demostrará a continuación, sólo los referidos electrones experimentan un desplazamiento bastante grande y por eso participan en los procesos aquí examinados. Tales electrones han recibido el nombre de electrones *ópticos*.

a. *Fuerzas que actúan sobre el electrón.* 1) *Fuerza de retención.* Para comprender el carácter de las fuerzas que retienen el electrón óptico cerca de la posición de equilibrio, es necesario referirnos al estudio de las propiedades ópticas del átomo. La experiencia muestra que los átomos aislados de todas las sustancias son capaces de emitir ondas prácticamente monocromáticas con frecuencias típicas de cada sustancia. Estas frecuencias no varían al calentar la sustancia, o sea, al aumentar la energía media correspondiente a un átomo. Por consiguiente, la fuerza que retiene el electrón en posición de equilibrio, debe tener el carácter de una fuerza elástica (por eso la denominan fuerza cuasielástica), y la dependencia entre ésta y el desplazamiento del electrón se determina por la ley

$$F = -br, \tag{156.3}$$

donde b es la constante correspondiente de la relación elástica. Esta ley para una fuerza se realizaría si, por ejemplo, un electrón negativo se hallase en el centro de una esfera llena uniformemente de cargas positivas que interacciones según la ley de Coulomb. Al desplazarse el electrón, la fuerza que tratase de volverlo al centro sería igual a $-br$; donde r es la distancia desde el centro.

En cambio, la investigación de la estructura atómica mostró que el modelo indicado no es válido y que el átomo consta de una carga positiva (núcleo) de un diámetro muy diminuto (inferior a 10^{-12} cm), fuera del cual se mueve el número correspondiente de electrones. Claro está que la fuerza que retiene cada electrón no será $-br$, sino que resultará mucho más complicada. Por ahora no examinaremos la cuestión acerca de qué manera es posible, para tal disposición, una radiación casi monocromática. La causa radica en que ni la radiación atómica, ni el comportamiento de las cargas dentro del sistema atómico no obedecen las leyes de la mecánica clásica y electrodinámica establecidas al estudiar los objetos macroscópicos. Para describir correctamente los procesos microscópicos e intraatómicos, es necesario recurrir a las leyes establecidas por la mecánica cuántica, respecto a las cuales, las leyes macroscópicas son sólo la primera aproximación suficiente para el estudio de los procesos macroscópicos, pero que necesitan ser precisados al estudiar los procesos atómicos.

Sin embargo, la investigación muestra que muchas propiedades del átomo pueden interpretarse mediante las leyes clásicas aplicadas respectivamente. En particular, la interacción del átomo con la onda luminosa, que conduce a la dispersión de la luz, se puede describir bastante bien si el átomo se considera como un conjunto de *osciladores armónicos* de frecuencia correspondiente, es decir, si se considera que el electrón es retenido en el átomo por una fuerza *cuasielástica* igual a $-br$. De este modo, la ecuación del movimiento del electrón (de masa m) desplazado de la posición de equilibrio y sometido al efec-

to de dicha fuerza intratómica, es

$$m\ddot{r} = -br \tag{156.4}$$

De aquí

$$r = r_0 \cos \omega_0 t, \tag{156.5}$$

donde r_0 es la amplitud, y $\omega_0 = \sqrt{b/m}$, la frecuencia angular de las propias oscilaciones del electrón, con la particularidad de que ω_0 depende de la naturaleza del átomo que determina el valor de la constante b. La interpretación de la fuerza de retención en forma de fuerza casielástica (véase (156.3)) es válida, al igual que en otros problemas mecánicos, sólo cuando las desviaciones de las cargas respecto a sus posiciones de equilibrio son bastante pequeñas, o sea, cuando los valores de r son bastante pequeños. La magnitud del desplazamiento r se determina por la fuerza que actúa sobre el electrón óptico por parte del campo eléctrico, y con grandes valores de la intensidad de éste último, la expresión (156.3) puede resultar errónea. Se sabe, por ejemplo, que tanto el campo estático como el electromagnético alternativo son capaces de separar el electrón del átomo (ionización), en este caso límite es evidente la inaplicabilidad de la relación (156.3).

La diferencia entre la fuerza de retención y la casielástica, físicamente resulta considerable para una luz muy potente, la cual se puede obtener mediante generadores ópticos cuánticos (láseres). Esta diferencia condiciona las peculiaridades de los llamados fenómenos no lineales ópticos que se examinan en el cap. 41. En los fenómenos que hemos estudiado hasta ahora y en muchos otros casos, la relación (156.3) se cumple con una aproximación muy buena.

2) *Fuerza del frenado.* La suposición acerca de la oscilación armónica del electrón en el átomo tiene sólo un carácter aproximado. Pues en realidad, el electrón, al empezar a oscilar, transmite paulatinamente su energía, y, como consecuencia, la amplitud de oscilación se reduce con el tiempo. Así, pues, la oscilación no tiene un carácter rigurosamente armónico y debe considerarse como *amortiguada*. Incluso en el caso de un átomo aislado, las oscilaciones serán amortiguadas, ya que la energía abandonará poco a poco el átomo, emitiéndose en todas las direcciones. Además de este amortiguamiento, relacionado inevitablemente con la emisión, también pueden haber otras causas de consumo de la energía oscilatoria, relacionadas con la interacción de los átomos. Además, en estos casos, esa energía puede pasar a otras formas, por ejemplo, a calor, incrementándose la energía cinética media de los átomos del medio.

Más tarde volveremos al análisis de las diversas causas físicas que condicionan el amortiguamiento de las oscilaciones en el átomo. En todo caso, todas ellas conducen a la disminución de la amplitud de

oscilación y, por lo tanto, influyen sobre el movimiento del electrón como cierta fuerza de frenado (de disipación). Según muestra el experimento, dicha fuerza en muchos casos altera poco las propias oscilaciones del átomo, de modo que la energía consumida durante un período constituye sólo una parte insignificante (del orden de una cienmillonésima) de la energía oscilatoria del átomo. En tales condiciones esa fuerza puede ser registrada suponiendo que ella es proporcional a la velocidad del electrón $\frac{dr}{dt}$, lo mismo que en muchos problemas de la mecánica, la fuerza de rozamiento puede considerarse proporcional a la velocidad de la partícula. La investigación de diversas causas físicas del amortiguamiento muestran que éstas se hallan en buena concordancia con la expresión semejante para la fuerza de frenado. Así, pues, a título de la segunda fuerza que actúa sobre el electon, introducimos la fuerza de *resistencia* o *frenado*

$$G = -g\frac{dr}{dt} = -g\dot{r},$$

donde el coeficiente g depende de la naturaleza del medio.

3) *Fuerza impulsiva*. Las oscilaciones forzadas del electrón surgen bajo la acción de la onda luminosa que se propaga en el medio. La componente magnética de este campo ejerce una pequeña influencia, ya que el campo magnético actúa sólo sobre una carga en movimiento (véase ejercicio 211). Por eso, en todos los problemas prácticos es posible limitarse a la consideración del efecto tan solo del campo eléctrico de la onda *). De este modo suponemos que la acción de la onda luminosa es determinada por la intensidad del campo eléctrico, o sea, sobre el electrón actua la fuerza eE; donde $E = E_0 \cos \omega t$ es el campo de la onda. Esto es válido solo cuando se puede menospreciar la influencia de las moléculas circundantes que también permanecen polarisadas por la onda luminosa transmisible. Tal suposición es justa para los gases *rarificados*, donde la distancia entre las moléculas del medio es muy grande. Para los gases que se encuentran bajo una presión considerable, así como para los líquidos y sólidos es necesario tener en cuenta dicha influencia, lo cual conducirá a la variación de la expresión de la fuerza que *actua* sobre el electrón (véase más abajo).

b. *Ecuación de dispersión*. Haciendo las suposiciones indicadas anteriormente, respecto a las fuerzas activas, podemos escribir, para el electrón, la ecuación de movimiento de Newton:

$$m\ddot{r} = eE - br - g\dot{r}, \qquad (156.6)$$

*) Una excepción es sólo el fenómeno de rotación del plano de polarización de la luz en las sustancias naturales activas (compárese con el cap. 30).

que es la ecuación de movimiento para las oscilaciones forzadas. Al resolver esta ecuación determinaremos r y, por consiguiente, también $P = Np - Ner$, y hallaremos así $\varepsilon = n^2$ en dependencia de las constantes del átomo (e, m, ω_0, g) y la frecuencia ω del campo exterior, es decir, resolveremos el problema de la dispersión. La solución de la ecuación (156.6) no representa dificultad, aunque es algo larga (véase ejercicio 208). Las peculiaridades principales del movimiento de los electrones bajo la acción de la fuerza impulsiva es fácil obtenerlas de una forma mucho más simple si se supone que la fuerza de resistencia puede ser menospreciada, o sea, $g = 0$.

El campo de la onda luminosa E puede considerarse como una simple función sinusoidal de frecuencia ω, es decir, $E = E_0 \operatorname{sen} \omega t$, ya que, según el teorema de Fourier, el campo de otro tipo siempre puede representarse en forma de la superposición de tales funciones, y la solución de un problema más general se reduce a la solución de problemas más simples de dicho tipo. Suponiendo $g = 0$ y dividiendo ambos miembros de la ecuación (156.6) entre m, ésta adquirirá el aspecto

$$\ddot{r} + \omega_0^2 r = \frac{e}{m} E_0 \operatorname{sen} \omega t, \tag{156.7}$$

donde $\omega_0 = \sqrt{b/m}$ es la frecuencia de la propia oscilación del electrón. La solución de la ecuación (156.7) se puede escribir de la siguiente manera:

$$r = A \operatorname{sen} \omega t, \tag{156.8}$$

donde $A = \frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$, de lo que es fácil convencerse mediante la sustitución (véase ejercicio 207). Tras determinar r hallaremos

$$P = Ner = N\frac{e^2}{m} E_0 \frac{\operatorname{sen} \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

y de aquí, a base de la relación $D = \varepsilon E = E + 4\pi P$, como la solución definitiva de nuestro problema simplificado, obtenemos:

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \tag{156.9}$$

Conforme a esta fórmula, el índice de refracción depende de la frecuencia ω del campo exterior, o sea, la fórmula hallada transmite el fenómeno de dispersión de la luz, pero para suposiciones un poco simplificadas, las cuales en adelante deberán ser eliminadas.

Como se deduce de (156.9), en la zona desde $\omega = 0$ hasta $\omega = \omega_0$, el índice de refracción n es mayor que la unidad y aumenta al crecer ω (dispersión normal); para $\omega = \omega_0$ tenemos $n^2 = \pm\infty$. En la zona desde $\omega = \omega_0$ hasta $\omega = \infty$ n^2 es inferior a la unidad y también crece desde $-\infty$ hasta 1 (dispersión normal).

La inversión del índice de refracción al infinito no tiene sentido físico y se obtuvo como resultado de la suposición simplificada sobre la ausencia de resistencia al movimiento ($g = 0$), la cual condiciona el amortiguamiento. Si se toma en consideración esta resistencia,[1] el desarrollo de la curva será distinto (fig. 28.10), curva continua (véase el ejercicio 208). La zona MN es la de dispersión anómala, donde n decrece al aumentar la frecuencia ω.

La fórmula (156.9) puede transformarse. Trasladando 1 al primer miembro, la escribiremos en la forma siguiente $n^2 - 1 = (n + 1) \times (n - 1)$. Por cuanto n, generalmente, no varía mucho de la unidad, el factor $(n - 1)$ cambia mucho más que $(n + 1)$ en dependencia de n. La experiencia muestra que con buena aproximación se puede considerar la magnitud $(n - 1)$ proporcional a la densidad de la sustancia. Por lo tanto, en la fórmula (156.9) también se puede considerar que N es proporcional a la densidad o al número de átomos N_0 en la unidad de volumen. Así, pues, pondremos $N = fN_0$; el coeficiente adimensional f generalmente se denomina *fuerza del oscilador*, queriendo subrayar la participación de estos osciladores o su eficacia en los fenómenos de dispersión. De esta manera la fórmula (156.9) toma el siguiente aspecto.

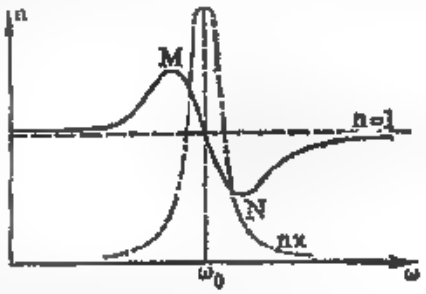


Fig. 28.10. Curvas de dispersión y absorción cerca de la banda unitaria de absorción.

$$n^2 = 1 + 4\pi N_0 \frac{e^2}{m} \frac{f}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (156.10)$$

Si se toma en consideración que en la sustancia pueden existir distintas clases de cargas capaces de oscilar con distintas frecuencias propias ω_{0i} y, puede ser, que con distintas cargas e_i y masas m_i, la fórmula (156.9) se sustituirá por la expresión

$$n^2 = 1 + 4\pi N_0 \sum \frac{f_i e_i^2}{m_i} \frac{1}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)}, \qquad (156.11)$$

donde f_i son las fuerzas o las eficacias de ciertas clases de osciladores, correspondientes a diversas frecuencias ω_{0i}.

En este caso la curva de dispersión se descompone en una serie de ramas, con la particularidad de que no habiendo amortiguamiento, los valores de n^2, correspondientes a cada $\omega = \omega_{0i}$, son iguales a $\pm \infty$. Si se tiene en cuenta el amortiguamiento, la curva tendrá el aspecto mostrado en la fig. 28.11.

Es fácil ver que la mayor aportación en (156.11) la dan precisamente los electrones ópticos, para los cuales las frecuencias ω_{0i} son

aproximadamente las mismas que las frecuencias de la luz visible ω. Los términos de la suma, para los cuales ω_{0i} superan en grado considerable a ω, son pequeños.

La fig. 28.12 nos ofrece el desarrollo de la curva de dispersión obtenida según el método de Rozhdéstvenski, para los vapores de titanio en la zona de la luz visible y ultravioleta. En la foto se pueden notar varias zonas de absorción propia del titanio con un número correspondiente de frecuencias propias ω_{0i} y clases de osciladores de distinta fuerza f_i.

Conociendo, según el desarrollo de la curva de dispersión, los valores de n en las proximidades de diferentes ω_{0i}, se puede valorar qué cargas e_i y masas m_i figuran en nuestra fórmula, es decir, determinar cuáles elementos eléctricos del átomo participan en el fenómeno de dispersión. Pero no resulta posible determinar con exactitud la relación e_i/m_i, ya que quedan indeterminadas las magnitudes f_i. Aunque, si hacemos una suposición arbitraria de que f_i, teniendo para distintos osciladores diferentes valores, no varía miles de veces, sino que mucho menos, se puede llegar a conclusiones muy importantes. Resultará que los valores de e_i/m_i se dividen en dos *grupos grandes*. en la zona de altas frecuencias (visible y ultravioleta) las magnitudes de e_i/m_i corresponden a los datos del electrón ($\approx 1{,}77 \times 10^7$ CGS) y en la zona de frecuencias bajas (radiación infrarroja) esta relación es miles de veces menor y corresponde más bien a los iones de la sustancia (para los iones del hidrógeno es $0{,}965 \cdot 10^4$ CGS, y para los iones más pesados es aún menor). Como ya se ha mencionado, el fenómeno de Zeeman demostró con evidencia que la emisión de la luz visible y ultravioleta está relacionada con las oscilaciones de los electrones. Entonces, la objeción anterior, a pesar de cierta arbitrariedad de la suposición respecto a f_i, adquiere un profundo sentido y ya no parece una coincidencia casual: algunos osciladores, sin duda alguna, son en sí oscilaciones de los electrones. Por eso, es natural reconocer que otros osciladores de baja frecuencia, que desempeñan un papel importante en la parte infrarroja del espectro, son oscilaciones de los iones cargados de la sustancia.

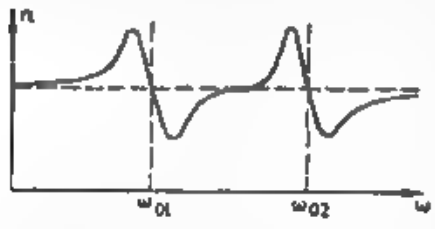


Fig. 28.11. Curva de dispersión al haber varias bandas de absorción.

Por lo tanto, considerando establecidos los valores de e_i/m_i para distintos osciladores, por la fórmula (156.10) se pueden determinar las fuerzas de los osciladores. Tales evaluaciones muestran que para los osciladores de tipo electrónico, los valores de f_i pueden ser bastante distintos, es decir, no todos los osciladores electrónicos participan en el fenómeno de dispersión con la misma eficacia.

Hasta ahora nos hemos limitado a la teoría simplificada sin tener en cuenta el amortiguamiento de los osciladores. Pero como en la teoría de dispersión los mismos osciladores determinan no sólo el desarrollo del índice de refracción, sino también la absorción en la cercanía de cada una de las frecuencias propias, debemos esperar que el valor de la fuerza del oscilador f_i tienen que estar relacionado con la magnitud de absorción de la radiación de la frecuencia correspondiente Esto lo podremos ver en el siguiente apartado, al deducir las fórmulas, tomando en consideración el amortiguamiento.

c. *Consideración del amortiguamiento.* La ecuación (156.6) asegura la solución completa del problema y ofrece tanto la dependencia entre el índice de refracción y la longitud de onda (dispersión), como también la absorción en las proximidades de las propias frecuencias

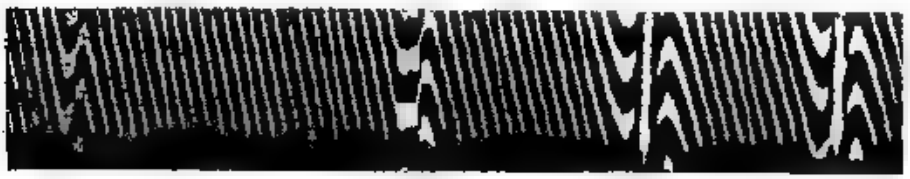


Fig. 28.12. Dispersión en los vapores de titanio en las zonas ultravioleta y visible: En la foto se ven varias zonas de absorción de titanio.

de ésta, la cual se introduce, a decir verdad, de modo puramente formal con ayuda del coeficiente g.

Sin detenernos en la solución de dicha ecuación (véase el ejercicio 208), señalaremos sólo que lo mismo que en el caso de propagación de la luz en los metales, aquí es necesario introducir la constante dieléctrica compleja y el índice de refracción complejo $\tilde{n} = n(1 - i\varkappa)$ Aquí n es la parte real del índice de refracción que determina la velocidad de fase de la onda, $\varkappa$ (o $n\varkappa$) es el índice de refracción que caracteriza la disminución de la amplitud de la onda plana que se propaga a lo largo de z:

$$s' = A_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right) \cos\left(\omega t - 2\pi z \frac{n}{\lambda_0}\right) \qquad (156.12)$$

Dividiendo las partes real e imaginaria en la expresión para el índice de refracción (véanse los ejercicios 209 y 210), hallaremos:

$$n^2(1-\varkappa^2) = 1 + 4\pi \frac{e}{m} N_0 \frac{f(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (g/m)^2}, \qquad (156.13)$$

$$2n^2\varkappa = 4\pi \frac{e}{m} N_0 \frac{f(g/m)\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 (g/m)^2} \qquad (156.14)$$

En este caso, para mayor simplicidad nos limitaremos a las fórmulas referentes a *una banda* de absorción que se caracteriza por el amorti-

guamiento g y la fuerza del oscilador f. Para toda la curva de dispersión habría que escribir de nuevo las sumas con arreglo a diferentes osciladores, correspondientes a las diversas propias frecuencias de la sustancia.

En la fórmula (156.14) vemos que el índice de absorción de cada banda $\varkappa$ en efecto es proporcional a la fuerza del correspondiente oscilador f, como se había indicado en el apartado anterior.

Para $g = 0$, de estas fórmulas hallamos $n^2\varkappa = 0$, o sea, la ausencia de amortiguamiento, y

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi Ne^2 f}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2};$$

ton otras palabras, hemos obtenido el caso particular examinado anteriormente.

La fig. 28.10 ilustra al mismo tiempo las curvas que expresan la dependencia de n y $n\varkappa$ en función de ω en las proximidades de la línea de absorción en el gas a presión baja. Conforme a las observaciones de Kundt, la zona de absorción y la de dispersión anómala coinciden la una con la otra.

d. *Consideración de la influencia de las moléculas circundantes del medio.* Nos queda por eliminar la identificación admitida en la anterior exposición del campo exterior E (campo de la onda) y el campo *activo* E' que desplaza el electrón. Para los líquidos, los gases comprimidos y los sólidos semejante identificación es de antemano errónea, puesto que es necesario tomar en consideración la influencia de las moléculas circundantes, polarizadas por la acción de la luz. En general, es difícil tener en cuenta esta influencia. Para el caso más simple del medio isótropo *) Lorentz demostró que dicha consideración ofrece para la relación entre el campo activo E', el campo exterior E y la polarización P la siguiente dependencia:

$$E' = E + \frac{4\pi}{3} P. \tag{156.15}$$

Así, pues, en lugar de la ecuación

$$\ddot{mr} + br = eE$$

obtenemos

$$\ddot{mr} + br = eE' = eE + \frac{4\pi e}{3} P. \tag{156.16}$$

Multiplicando la última ecuación por eN y sustituyendo eNr por P, hallamos

$$m\ddot{P} + bP = Ne^2 E + \frac{4\pi Ne^2}{3} P \tag{156.17}$$

*) Mejor dicho, para un cristal cúbico isótropo.

o, como $b = m\omega_0^2$,

$$m\ddot{P} + \left(n\omega_0^2 - \frac{4\pi Ne^2}{3}\right) P = Ne^2E \qquad (156.18)$$

Al igual que antes, tras determinar P de esta expresión, hallamos $n^2 = \varepsilon$ de la fórmula

$$\varepsilon E = E + 4\pi P.$$

Los cálculos análogos a los citados anteriormente (sin tener en cuenta la absorción y para una frecuencia de las propias oscilaciones), nos dan

$$n^2 - 1 = \frac{(4\pi N_0 e^2/m)\, f}{(\omega_0^2 - \omega^2) - (4\pi N_0 e^2 f)\, 3m}$$

Al transformar esta ecuación tenemos

$$(n^2 - 1)(\omega_0^2 - \omega^2) = \frac{4\pi N_0 e^2 f}{3m}(n^2 - 1 + 3),$$

o bien

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = N_0 \frac{4\pi e^2 f}{3m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \qquad (156.19)$$

Esta fórmula fue obtenida simultáneamente (1880) por H. A. Lorentz, a base de las representaciones electromagnéticas de la luz, y por L. Lorenz, quien desarrolló la teoría de la luz, siendo en cierta medida la antecedente de la teoría de Maxwell. Hasta hoy día la expresión (156.19) se conoce bajo el nombre de la fórmula de Lorenz—Lorentz. Tomando en consideración que para una sustancia dada y una longitud prefijada de onda, las magnitudes e, m, ω_0, ω son constantes, la fórmula de Lorentz—Lorentz puede tomar el siguiente aspecto:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}\,\frac{1}{N_0} = \text{const},$$

o bien

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\,\frac{1}{\rho} = \text{const}, \qquad (156.20)$$

ya que N_0 significa el número de átomos en un cm^3, y por lo tanto es proporcional a la densidad ρ. La tabla 28.2, tomada por las mediciones de Magry y referente al aire, muestra qué bien se cumple la fórmula de Lorenz—Lorentz en ciertos casos. Sin embargo, existen muchos casos cuando se observan desviaciones considerables de ésta. Esto además es tan natural que los fundamentos teóricos de la fór-

Tabla 28. 2. Datos que confirman la validez de la fórmula de Lorenz—Lorentz

Densidad ρ	n	$\frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{1}{\rho}$
1	1,00029	$1953\cdot10^{-4}$
14,8	1,00434	$1947\ 10^{-4}$
42,1	1,0124	$1959\ 10^{-4}$
69,2	1,0204	$1961\cdot10^{-4}$
96,2	1,0284	$1961\cdot10^{-4}$
112,0	1,0363	$1956\cdot10^{-4}$
149,5	1,0442	$1956\cdot10^{-4}$
176,3	1,052	$1959\cdot10^{-4}$

mula están lejos de ser irreprochables *) En cambio, ésta tiene importante aplicación.

La expresión

$$\frac{n^2-1}{n^2+1}\frac{1}{\rho}=r$$

se denomina *refracción específica* de la sustancia De acuerdo con la fórmula de Lorenz—Lorentz la refracción específica no debe depender de la densidad. En efecto, dicha refracción permanece con una frecuencia prácticamente constante incluso al pasar la sustancia del estado vaporoso al líquido, es decir, al variar la densidad varias centenares de veces. Por ejemplo, al pasar del oxígeno vaporoso al líquido (la densidad varía 800 veces) o bien de los vapores de agua al agua líquida (variación de la densidad en 1200 veces), la refracción permanecerá constante con una precisión del 2—3%.

La experiencia muestra también que la refracción de la mezcla de varias sustancias R puede calcularse si se conocen las refracciones $r_1, r_2, \ldots$ de algunos de sus componentes y su porcentaje $c_1, c_2, \ldots$ ... en la mezcla:

$$100R = c_1r_1 + c_2r_2 + \ldots$$

Este resultado significa que el comportamiento óptico de las moléculas de cada componente permanece el mismo, independientemente de

*) En particular, la expresión (156.15), deducida para un cristal cúbico isótropo, puede emplearse para el gas y el líquido (en suposición de que los medios indicados, en virtud del desorden estadístico en la orientación de las moléculas, también son isótropos) Claro está que estos razonamientos no son muy convincentes y la veracidad de la fórmula de Lorenz—Lorentz en algunos casos provoca mayor sorpresa que el hecho de que se revelan con frecuencia divergencias considerables de ella.

si dicho componente fue tomado por separado o mezclado con otros. Aún mayor significado tiene la regla, según la cual la refracción de un compuesto química complicado se puede hallar sumando las refracciones de los elementos que lo componen. Para cada uno de los elementos es cómodo introducir el concepto de *refracción atómica* que es en sí el producto del peso atómico del elemento a_1 por su refracción específica r_1. Si el peso molecular de la composición es M y su refracción específica es igual a R, MR se denomina *refracción molecular*. El experimento muestra que la refracción molecular con frecuencia puede calcularse aditivamente de las refracciones atómicas, empleando la fórmula química *). Con otras palabras,

$$MR = q_1a_1r_1 + q_2a_2r_2 + q_3a_3r_3 + \ldots, \qquad (156.21)$$

donde $q_1, q_2, \ldots$ son los números de los átomos que forman la molécula. Esta regla muy importante casi siempre se observa perfectamente. Por ejemplo, para el agua (H_2O) la refracción molecular medida es igual a 3,71 y la calculada, a 3,73; para $CHCl_3$, la medida es 21,36, la calculada 21,42, etc. Esta regla significa que la influencia de algunos átomos sobre la refracción de la luz no se infringe bajo la influencia de otros átomos que entran en la composición de la misma molécula. Al contrario, la infracción de la regla de la aditividad permite juzgar acerca de la influencia mutua de los átomos uno sobre otro, y puede emplearse para concluir la estructura de la molécula.

Por lo tanto, el estudio de la refracción (índice de refracción) puede servir de procedimiento valioso al investigar la naturaleza química de las moléculas y para fines analíticos. El primero que prestó atención a esto fue *M. V.* Lomonósov, quien ya hacia el año 1750 expreso la idea acerca de la posibilidad de definir el compuesto químico de la sustancia líquida transparente según su índice de refracción y construyó un refractómetro para semejantes investigaciones. En la actualidad los métodos de refracción hallan gran empleo en la química.

En la refractometría práctica con frecuencia en lugar de la refracción específica de Lorenz—Lorentz es preferible utilizar otras expresiones puramente empíricas que no tienen argumentación teórica pero que satisfacen mejor la demanda de aditividad. Así es, por ejemplo, la expresión de refracción propuesta por Aikman (1895), $r = \frac{n^2-1}{n^2+0,4}\frac{1}{\rho}$.

*) En este caso hay que tener en cuenta la existencia de enlaces químicos múltiples y otras singularidades de la estructura de la molécula, de las cuales dependen ciertos sumandos integrantes de la suma que determina la refracción molecular.

Para los gases rarificados n se aproxima a la unidad, o sea, $n^2 + 2 \approx 3$. La fórmula de Lorenz—Lorentz se transforma en la fórmula

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi N e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \qquad (156.22)$$

es decir, coincide con la fórmula deducida anteriormente sin tener en cuenta la corrección de Lorentz para la diferencia entre E y E', lo cual realmente ha de ser así, ya que para los gases rarificados $E = E'$.

e. *Concepto de la teoría cuántica de dispersión.* En la teoría cuántica no podemos utilizar las interpretaciones de modelo semejantes a las de los osciladores atómicos que oscilan con una frecuencia característica para las cargas integrantes de dichos átomos. En vez de la frecuencia de la vibración del oscilador atómico, la teoría cuántica introduce la frecuencia de las transiciones atómicas, es decir, la frecuencia que se determina por la demanda:

$$\omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar},$$

donde E_m es la energía del átomo en cierto m-ésimo estado; E_n, la energía del átomo en el n-ésimo estado; y $\hbar$, la constante de Planck. Esta llamada condición de la frecuencia, significa que la energía que se libera al pasar el átomo del n-ésimo estado al m-ésimo, se emite en forma de cuantos de radiación de una frecuencia ω_{nm}, cuya energía es $\hbar\omega_{nm}$, de acuerdo con la principal tesis de la teoría de los cuantos. Para cada átomo existen determinados valores rigurosos de energía E_m, E_n, . . ., denominados niveles energéticos. Por lo tanto el átomo es capaz de emitir y absorber sólo determinados cuantos. Claro está que la emisión de un cuanto de frecuencia ω_{nm} corresponde al caso cuando $E_n > E_m$. Por lo contrario, si al pasar del m-ésimo estado al n-ésimo, la energía del átomo no se reduce, sino que aumenta, o sea, la luz no se emite, sino que es *absorbida* por el átomo.

El concepto de fuerza del oscilador, en la teoría cuántica adquiere un sentido físico claro: la fuerza del oscilador resulta proporcional a la probabilidad de la transición del átomo del estado n-ésimo al m-ésimo. Cuanto mayor sea esta probabilidad, tanto mayor parte de los átomos que se encuentran en el n-ésimo estado pasará al m-ésimo, es decir, tanto más eficaz será la participación de dicha transición en el fenómeno.

La curva de dispersión y absorción, prefijada en la teoría clásica por el conjunto de átomos del oscilador, propios para dicho grupo, en la teoría cuántica se determina mediante todo el conjunto de los posibles valores de la energía para un átomo dado E_1, E_2, ..., E_m, . . ., E_n, etc. los cuales, en virtud de la tesis principal de la teoría de los cuantos, no adquieren cualesquiera valores imaginarios,

sino sólo determinados valores discretos. El estado inicial en el cual se hallan los átomos (mejor dicho, en el cual se encuentra la mayoría considerable de los átomos), por lo general es el estado correspondiente al mínimo de los posibles valores de la energía del átomo E_1. Si a través del gas pasa corriente eléctrica, mediante algún otro procedimiento, a ese gas se le suministra continuamente energía, parte de los átomos puede pasar a estados energéticos más elevados. Así, por ejemplo, la luz en los focos de descarga de gases está condicionada por los átomos excitados a estados energéticos elevados; al abandonar estos estados precisamente es cuando los átomos emiten la luz.

De esta manera, en un caso general, a la dispersión contribuyen tanto los átomos no excitados (en el nivel energético E_1) como los excitados (en los niveles energéticos $E_n > E_1$). Los átomos no excitados sólo pueden participar en las transiciones del nivel E_1 a los niveles situados más arriba $E_n > E_1$, o sea, en las transiciones que son acompañadas por la absorción de la luz. Los átomos excitados pueden participar en transiciones de dos tipos: son posibles las transiciones del nivel E_m a los niveles que se encuentran más arriba E_n $(E_n > E_m)$, y las transiciones a niveles situados más abajo $E_{m'}$ $(E_{m'} < E_m)$.

Las transiciones del último tipo, como ya se ha señalado, van acompañadas de emisión de luz y modifican el índice de refracción en dirección contraria en comparación con la absorción. Esta circunstancia hallaría su reflejo en las fórmulas si las fuerzas de los osciladores, relacionadas con las transiciones de emisión, tuvieran signo contrario, o sea, negativo.

Por lo tanto, a diferencia de la teoría clásica, donde las fuerzas de los osciladores f son siempre positivas, en la teoría cuántica es necesario tomar en consideración tanto los valores positivos como los negativos de las magnitudes f. Estos últimos corresponden a los términos negativos (*dispersión negativa*) en la suma que determina la dispersión en total. Los términos correspondientes en muchos casos desempeñan un papel poco importante en el fenómeno, sin embargo, Ladenburg quien estudió la dispersión en un gas a través del cual pasaba una fuerte descarga eléctrica, logró observar (1930) la influencia de los términos negativos, aunque la dispersión en total permanecía positiva en sus ensayos. Pero pueden crearse tales condiciones cuando se halla excitado un número bastante grande de átomos, y en una amplia zona del espectro predominan los términos negativos. En particular, esto tiene lugar en los generadores ópticos cuánticos (láseres).

El fenómeno de dispersión negativa está relacionada estrechamente con la emisión de luz (mejor dicho, con el fenómeno de emisión forzada; véanse §§ 222 y 223) y ha sido investigado detalladamente en relación con el estudio de las propiedades de los láseres en los que ese fenómeno desempeña un papel importante.

f. Dispersión en los metales. Una propiedad característica de los metales es la presencia de electrones libres, o sea, electrones cuya frecuencia propia ha de ser considerada igual a cero. Suponiendo que $\omega_0 = 0$ en las fórmulas (156.13) y (156.14), hallamos *)

$$\left.\begin{aligned} n^2(1-\varkappa^2) &= 1 - \frac{4\pi N e^2}{m}\,\frac{1}{\omega^2+(g_0/m)^2}\,, \\ 2n^2\varkappa &= \frac{4\pi N e^2}{m}\,\frac{(g_0/m)}{\omega\,[\omega^2+(g_0/m)^2]}\,. \end{aligned}\right\} \tag{156.23}$$

La experiencia muestra que estas fórmulas transmiten verdaderamente la dependencia de la longitud de onda sólo en la zona de pequeñas frecuencias (rayos infrarrojos). En las zonas visible y ultravioleta para todos los metales (a excepción del mercurio) se revelan desviaciones notorias. Así, pues, para frecuencias más altas, las propiedades ópticas de los metales no sólo es motivada por las propiedades de los electrones *libres*, también es necesario tomar en consideración la influencia de los electrones ligados (electrones de polarizabilidad), cuyo papel es sobre todo notorio para frecuencias próximas a las propias frecuencias de los átomos. La consideración de los electrones de polarizabilidad proporciona términos adicionales correspondientes a las propias frecuencias ω_k. Definitivamente obtenemos

$$\left.\begin{aligned} n^2(1-\varkappa^2) &= 1 - \frac{4\pi N e^2}{m}\,\frac{1}{\omega^2+(g_0/m)^2} + \\ &\quad + \sum_k \frac{4\pi N_k e^2}{m}\,\frac{\omega_k^2-\omega^2}{(\omega_k^2-\omega^2)^2+(g_k/m)^2\,\omega^2}\,, \\ 2n^2\varkappa &= \frac{4\pi N e^2}{m}\,\frac{(g_0/m)}{\omega\,[\omega^2+(g_0/m)^2]} + \\ &\quad + \sum_k \frac{4\pi N_k e^2}{m}\,\frac{\omega\,(g_k/m)}{(\omega_k^2-\omega^2)^2+(g_k/m)^2\,\omega^2}\,. \end{aligned}\right\} \tag{156.24}$$

Estas fórmulas se hallan en concordancia satisfactoria con el experimento en una amplia gama de frecuencias.

g. Dispersión de los rayos X. En el caso de la radiación X, su frecuencia por lo general es bastante mayor que la de las propias oscilaciones del átomo. Por eso se puede prescindir de la magnitud ω_0 en comparación con ω, y la fórmula de dispersión adquirirá el aspecto (sin tener en cuenta el amortiguamiento)

$$n^2 = 1 - \sum_k \frac{4\pi N_k e^2}{m\omega^2}\,. \tag{156.25}$$

*) Para simplificar, en las fórmulas no introducimos las fuerzas de los osciladores y escribimos N en lugar de $N_k f$.

Por lo tanto, el índice de refracción n para los rayos X resulta inferior a la unidad, aunque se diferencia muy poco de ésta, ya que ω^2 es muy grande. Se logró medir este índice observando la desviación de los rayos X en un prisma de distintos materiales. Para el vidrio con longitud de onda de unos 0,1 nm, se obtuvo $n = 0{,}999999 = 1 - 1 \cdot 10^{-6}$.

La circunstancia de que $n < 1$ permitió realizar en la zona de rayos X el fenómeno de reflexión interna total en la superficie de separación aire—vidrio. Más tarde, las observaciones se extendieron a otros materiales, y este método incluso se empleó para efectuar mediciones precisas del índice de refracción de los rayos X.

Variando la longitud de onda de la radiación X también puede observarse la dispersión anómala de los rayos X en las proximidades de las frecuencias características de la sustancia, las cuales se interpretan, por lo tanto, como las propias frecuencias de los electrones enlazados con el átomo más rígidamente que los electrones ópticos.

§ 157. Absorción de la luz

El paso de la luz a través de la sustancia conduce a la oscilación de los electrones del medio bajo la influencia del campo electromagnético de la onda y va acompañado de la pérdida de energía de esta onda, la cual se invierte en la excitación de las oscilaciones de los electrones. Esta energía regresa de nuevo parcialmente a la radiación en forma de ondas secundarias emitidas por los electrones, y parte de dicha energía puede pasar a otras formas de ésta. Si sobre la superficie de la sustancia incide un haz paralelo (onda plana) de intensidad I, los procesos descritos deben conducir a la reducción de I a medida que la onda penetra en la sustancia. En efecto, el experimento muestra que la intensidad de la onda plana manifiesta tal disminución sistemática según la ley

$$I = I_0 e^{-\alpha d}, \tag{157.1}$$

donde I_0 es la intensidad de la onda que penetra en la sustacia; d, el grosor de la capa; y α, el coeficiente (o factor) de absorción, dependiente, en general, de la longitud de onda (compárese con el § 141).

Al medir α es necesario, naturalmente, tener en cuenta que una parte de luz se refleja en la superficie de separación de la sustancia sometida a investigación, introduciendo las correcciones correspondientes, por ejemplo, mediante las fórmulas de Fresnel. Aún es más cómodo medir las intensidades I_1, I_2 de la luz que pasó a través de las capas de grosor d_1 y d_2, respectivamente. Calculando el coeficiente de absorción a partir de la relación $I_1/I_2 = \exp[\alpha (d_2 - d_1)]$, hallamos el valor verdadero de α, libre de las correcciones debidas a la reflexión.

El valor numérico de este coeficiente α muestra el grosor de la capa d, igual a $1/\alpha$, después de cuyo paso la intensidad de la onda plana disminuye en $e = 2{,}72$ veces. Por cuanto α es función de la longitud de onda, por lo general sus valores se ofrecen en forma de tabla o gráfica que tiene el aspecto semejante al representado en la fig. 28.13. A veces la dependencia entre α y λ tiene una forma extraña, manifestando la existencia de zonas bastante estrechas de intensa absorción (grandes valores de α), mientras que las longitudes de las ondas situadas cerca una de otra pasan sin un debilitamiento perceptible.

Es interesante, sobre todo, la absorción que se manifiesta a baja presión en los vapores de la mayoría de los metales que son un conjunto de átomos situados a grandes distancias uno de otro, es decir, prácticamente aislados. El coeficiente de absorción de estos vapores en todo el espectro es pequeño (próximo a cero) y sólo para zonas espectrales muy estrechas (de varias centésimas de Angström) manifiesta máximos bruscos. Así, para los vapores de sodio el coeficiente de absorción puede representarse en forma de la curva mostrada en la fig. 28.14. En condiciones controladas minuciosamente del experimento se lograba observar en el espectro de absorción de los vapores de Na hasta 50 de tales pares (dobletes) que se hallaban tanto más cerca cuanto más corta era la longitud de onda.

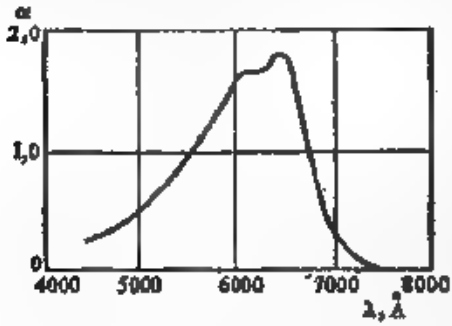


Fig. 28.13. Ilustración esquemática de la banda ancha de absorción.

Las zonas indicadas de absorción intensa de los átomos corresponden a las frecuencias de las *propias* oscilaciones de los *electrones* dentro de los átomos. En el caso de gases cuyas moléculas están constituidas por varios átomos, también se observan frecuencias *propias*, correspondientes a las oscilaciones de los *átomos* dentro de la molécula. Como las masas de los átomos superan decenas de miles de veces las masas de los electrones, estas frecuencias moleculares propias poseen períodos mucho mayores, o sea, corresponde a la zona infrarroja del espectro.

Una noción cualitativa de la dependencia entre el coeficiente de absorción y la longitud de onda puede obtenerse fotografiando el espectro contínuo de cualquier foco a través de la capa de sustancia absorbente. Cuanto mayor es el coeficiente de absorción para una longitud de onda dada, tanto con más evidencia se observa el debilitamiento de los respectivos sectores del espectro. La fig. 28.15 nos ofrece varias características semejantes de los espectros de absorción.

Por regla general, los espectros de absorción de los sólidos y líquidos (incluyendo también las soluciones de pinturas) nos dan amplias bandas de absorción (desarrollo suave del coeficiente α), aunque se encuentran sustancias con bandas de absorción relativamente estrechas (sales de tierras raras), las cuales, sin embrago, son centenares y miles de veces más anchas que las líneas de absorción de los gases elementales. El espectro de absorción de los gases multiatómicos representa una serie de bandas más o menos complicadas, y los gases monoatómicos (vapores de metales) se caracterizan por líneas de absorción bien marcadas, cuya anchura constituye con frecuencia centésimas de Angström. A medida que aumenta la presión de los gases, sus espectros de absorción se hacen cada vez más confusos, y a altas presiones se aproximan a los espectros de absorción de los líquidos. Estas observaciones muestran con evidencia que la ampliación de las bandas estrechas de absorción es el resultado de la interacción de los átomos uno con otro.

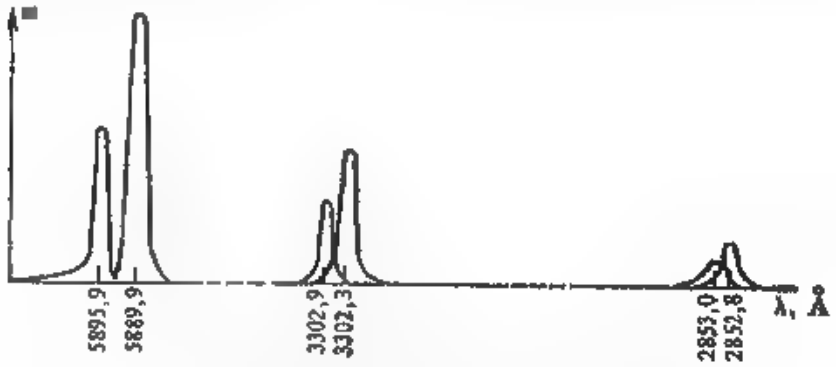


Fig. 28.14. Ilustración esquemática de varios dobletes de absorción en los vapores de sodio.

A causa de que los máximos de absorción son extremadamente estrechos, la escala está muy deformada.

La regularidad general $I = I_0 \exp(-\alpha d)$, que introduce el concepto de coeficiente (factor) de absorción α y la cual muestra que la intensidad de la luz disminuye en progresión geométrica cuando el grosor de la capa aumenta en progresión aritmética, ha sido establecida experimentalmente y argumentada teóricamente por Bouguer (1729) y se denomina *ley de Bouguer*. El sentido físico de esta ley consiste en que el índice de refracción no depende de la intensidad de la luz y, por consiguiente, del grosor de la capa absorbente (véase el ejercicio 212). S. I. Vavílov estableció que la ley de Bouguer se cumple dentro de amplísimos límites de variación de la intensidad de la luz (aproximadamente 10^{20} veces).

Pero hay que tener en cuenta que, al absorber la luz, la molécula pasa a un estado nuevo, excitado, acumulando la energía absorbida. Mientras esta molecula permanece en tal estado, su capacidad de absorber la luz se halla modificada. La circunstancia de que en los experimentos de Vavilov la ley de Bouguer se obedecía con las intensidades mas grandes, demuestra que el numero de tales moleculas excitadas en cada momento permanece insignificante, es decir, éstas se encuentran muy poco tiempo en estado excitado En efecto, para las sustancias con las que se realizaron los referidos experimentos, su duración no superaba 10^{-8} s A este tipo pertenece la inmensa mayoría de las sustancias, para las cuales, por lo tanto, es justa la ley de Bouguer. Eligiendo especialmente sustancias con un tiempo de estado excitado mucho mayor, Vavilov pudo observar que, con una intensidad de la luz bastante grande, el coeficiente de absorcion

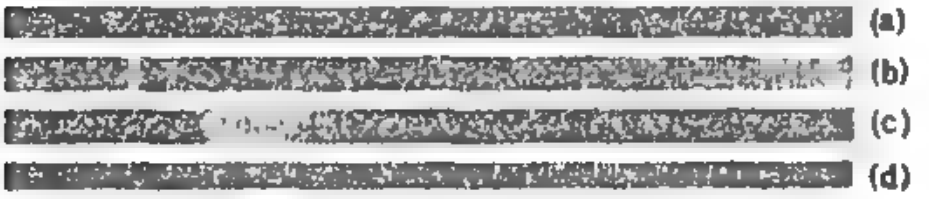


Fig. 28.15. Espectros de absorción de las soluciones de diversas sustancias (negativos):

a, espectro continuo de la fuente, b, espectro de absorción de neodimio nítrico, c, espectro de absorción de rodamina B, d, espectro de absorción de permanganato de potasio

disminuye, ya que una parte considerable de moléculas se halla en estado excitado. Estas divergencias de la ley de Bouguer representan un interés peculiar, puesto que históricamente son las primeras indicaciones acerca de la existencia de fenómenos ópticos no lineales, o sea, fenómenos para los cuales no es válido el principio de superposición Las ulteriores investigaciones condujeron al descubrimiento de una clase grande de fenómenos afines, cuyo contenido se expone en los capítulos 40 y 41. Por lo tanto, la ley de Bouguer tiene un campo de aplicación limitado. Pero en un gran número de casos en que la intensidad de la luz no es muy elevada y el tiempo de permanencia de los átomos y moléculas en estado excitado es bastante pequeño, la ley de Bouguer se cumple con alto grado de precisión.

Bouguer estudió la cuestión de la absorción de la luz por un medio cuya densidad no es la misma en todos los puntos, expresó la convicción de que «la luz puede experimentar iguales variaciones sólo al encontrar igual número de partículas capaces de retener los rayos o dispersarlos», y que, por lo tanto, para la absorción tienen importancia «no los grosores, sino las masas de la sustancia, conteni-

das en dichos grosores». Esta *segunda ley de Bouguer* adquiere gran importancia práctica, ya que el ensayo realmente demostró que en muchos casos cuando la luz es absorbida por las moléculas de los gases y las moléculas de la sustancia disuelta en un solvente prácticamente no absorbente, el factor de absorción resulta proporcional al número de moléculas absorbentes por unidad de longitud del recorrido de la onda luminosa o, que es lo mismo, por unidad de volumen, o sea, es proporcional a la concentración c. Con otras palabras, el factor de absorción α se expresa por la relación

$$\alpha = Ac,$$

y la ley generalizada de Bouguer toma el aspecto

$$I = I_0 \exp(-Acd), \tag{157.2}$$

donde A es un nuevo coeficiente que no depende de la concentración y el cual es característico para la molécula de la sustancia absorbente.

La afirmación de que A es una magnitud constante, independiente de la concentración, se denomina con frecuencia *ley de Beer*, quien también llegó a esta conclusión (1852) a base de medir la absorción de la luz, provocada por los líquidos coloreados. El sentido físico de dicha ley consiste en que la capacidad absorbente de las moléculas no depende de la influencia de las moléculas circundantes. Esta ley ha de ser considerada más bien como una *regla*, puesto que se observan numerosas divergencias de la misma, sobre todo al aumentar considerablemente la concentración, o sea, al disminuir en sumo grado la distancia mutua entre las moléculas de la sustancia absorbente. Del mismo modo, para las sustancias disueltas a menudo se puede observar la dependencia entre A y la naturaleza del disolvente, lo cual también atestigua la influencia de las moléculas circundantes sobre la capacidad absorbente de la molécula sujeta a estudio.

En los casos cuando A puede considerarse independiente de la concentración, la ley generalizada de Bouguer (157.2) resulta muy útil para determinar la concentración de la sustancia absorbente a base de medir la absorción, lo cual puede efectuarse con mucha precisión mediante fotómetros de estructura más o menos complicada. Con frecuencia este procedimiento se emplea en los laboratorios y en la práctica industrial para determinar con rapidez la concentración de las sustancias cuyo análisis químico es muy complicado (colorimetría, espectrofotometría y análisis espectral de absorción).

En los últimos años obtuvo un desarrollo peculiar el análisis de la composición molecular de las mezclas complejas, basado en la medición de la absorción en las zonas del espectro ultravioleta y particularmente en la zona infrarroja. Los espectros de absorción de muchas moléculas orgánicas resultan muy característicos, merced a lo cual se logra con seguridad verificar tanto la composición molecu-

lar, como también el contenido cuantitativo de ciertos componentes de la mezcla.

Este método se distingue por una gran sensibilidad, ya que para pequeñas concentraciones c de la sustancia sometida a investigación, puede incrementarse la absorción a expensas del aumento del grosor de la capa d. Al investigar mezclas de composición muy compleja surgen dificultades, debido a la superposición de las bandas de absorción de distintas sustancias. Estas dificultades se manifiestan más en la zona ultravioleta que en la infrarroja, puesto que, por regla general, las bandas de absorción en la parte ultravioleta (y visible) del espectro son más anchas que en la infrarroja. En el análisis presta gran ayuda la preparación previa de la prueba (la dispersión y algunas otras operaciones físico-químicas que permiten dividir la mezcla compleja en una serie de fracciones de composición más simple). Resulta a veces muy útil el paso de los líquidos a los vapores, así como el estudio de la absorción a temperaturas, en la medida de lo posible, muy bajas.

Las regularidades expuestas más arriba, establecidas experimentalmente, indican que las leyes de absorción de la luz se determinan principalmente por las propiedades de los átomos o moléculas que absorben la luz, aunque la influencia de las moléculas circundantes puede en sumo grado alterar el resultado. Sobre todo en el caso de líquidos o sólidos, la influencia del medio ambiente a veces cambia de un modo radical la capacidad absorbente del átomo, a causa de que, bajo la acción de los campos de las moléculas circundantes, el comportamiento de los electrones que determinan las propiedades ópticas de los átomos cambian hasta no ser conocido. Sobre todo sorprende en este caso la conducta de los metales. En efecto, es bien conocido que los vapores de los metales, incluso de tales como, por ejemplo, la plata o el sodio, son buenos aislantes, lo mismo que los vapores (gases) de otras sustancias, mientras que la plata o el sodio metálicos son los mejores conductores de electricidad. Por lo tanto, la conducta de los electrones poco enlazados en los átomos aislados de los metales y en el metal condensado se diferencia bruscamente. De acuerdo con esto, el sodio metálico no manifiesta ningún indicio de espectro de absorción típico de los vapores de sodio y representado en la fig. 28.14.

Para los átomos de algunas sustancias, por ejemplo, de las tierras raras, a las que pertenece el neodimio (Nd) y el praseodimio (Pr), puede considerarse como un hecho establecido que el electrón óptico pertenece no a un grupo situado en la parte más periférica del átomo, como para la mayoría de las sustancias, en particular, para los metales alcalinos, sino que a uno de los grupos interiores. Tal posición «protegida» del electrón óptico de las tierras raras explica, por lo visto, el hecho de que las sales de estas sustancias, incluso introducidas en la sustancia sólida (vidrio), producen bandas de absorción

muy estrechas, las cuales se aproximan a las bandas en el espectro de absorción de los átomos aislados. De los hechos y razonamientos citados se desprende que la cuestión acerca de la naturaleza de la absorción de la luz es mejor aclararla investigando el poder absorbente de los átomos aislados, es decir, de los gases rarificados.

El coeficiente g, introducido por nosotros en el § 156 y que caracteriza el amortiguamiento de la oscilación electrónica en el átomo, explica el fenómeno de absorción. Realmente hemos obtenido (véase (156.12)) que la amplitud de la onda plana propagada en un medio absorbente a la profundidad z, se expresa mediante la relación

$$A = A_0 \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right]. \qquad (157.3)$$

Claro está que dicha ley es equivalente a la de Bouguer, ya que en este caso $z = d$ y el coeficiente de absorción α se expresará a través de $\frac{4\pi}{\lambda_0} n\varkappa$, puesto que la intensidad de la onda es proporcional al *cuadrado* de la amplitud. Como hemos visto, para $g = 0$ el coeficiente $n\varkappa$ (y, por lo tanto, también α) se anula, o sea, el medio para el cual $g = 0$ no absorbe la luz.

Sin embargo, el coeficiente g introducido en nuestro examen tenía un sentido puramente formal y ocultaba en sí una serie de procesos diferentes, los cuales conducían al gasto de la energía que el electrón adoptaba de la onda incidente.

a) Uno de los procesos relacionados con el gasto de la energía adoptada por el oscilador, es el proceso de emisión de ondas secundarias. Dicha emisión es el motivo de la disipación de la energía acumulada por el oscilador, a consecuencia de lo cual la amplitud de sus vibraciones alcanza cierto límite y no tiende a valores infinitos, como se deduce de la teoría simplificada (oscilaciones forzadas sin amortiguamiento). Tal causa del amortiguamiento fue indicada por Planck y se denomina *amortiguamiento debido a la emisión*; esta última no provoca la transformación de la energía radiante de la onda primaria en otras formas de energía, sino que sólo condiciona su *disipación en todas las direcciones*. De esta manera, la energía de la onda plana que se propaga por la dirección inicial, disminuye y, por consiguiente, los procedimientos de investigación descritos más arriba ostentan el debilitamiento de la luz

Sin embargo, como demostró L. I. Mandelshtam, el amortiguamiento provocado por la disipación se manifiesta plenamente sólo para un oscilador aislado. A consecuencia de la interferencia de las ondas secundarias, disipadas por diversos osciladores del medio, el debilitamiento de la onda incidente puede ser compensado en sumo grado.

Este fenómeno se halla estrechamente enlazado con el fenómeno

de dispersión de la luz y será examinado mas adelante de una forma algo más detallada (véase cap. 29).

La referida causa de amortiguamiento puede desempeñar el principal papel para los gases muy rarificados y en menor grado para los líquidos y los cuerpos cristalinos, sobre todo a bajas temperaturas, cuando los osciladores de estos cuerpos estan situados de modo que forman un medio bastante homogeneo

El amortiguamiento debido a la emisión es tanto mayor cuanto más considerable es ésta, o sea, cuanto más grande es la amplitud de la oscilación forzada. Por cuanto en el denominador de la expresión de dicha amplitud figura $(\omega_0^2 - \omega^2)$, ésta alcanzará el máximo cuando $\omega = \omega_0$, es decir, la absorción maxima corresponde a la frecuencia ω_0 que coincide con la frecuencia de la propia oscilación del átomo. La última deducción corresponde enteramente a la observacion de Kundt, de acuerdo con la cual la zona de dispersión anómala coincide con la zona de absorción máxima.

b) También pueden tener lugar otros procesos que conducen a la absorción verdaderas de la luz, o sea, que van acompañados del paso de la energía radiante a otra forma de energía, por ejemplo, a calor Para la fase gaseosa, Lorentz indicó un proceso que consiste en la colisión de un átomo excitado, o sea, oscilante, con otro átomo. En este caso la energia vibratoria puede transformarse en energía de movimiento de traslación de los átomos que chocaron, es decir, en calor. Este proceso puede absorber sobre todo mucha energia cuando $\omega = \omega_0$. En el caso de medios condensados (líquidos, sólidos), la trasmision de la energía del átomo o molécula excitados es aún más fácil a consecuencia de la posición mas apretada de las partículas del medio y su interacción más intensa. Por ejemplo, en el caso de los liquidos, la energia de oscilación de los núcleos se transmite a las moléculas vecinas durante un tiempo igual al orden de la magnitud 10^{-12} s.

Al analizar los ensayos de Vavilov, hemos prestado atención a la variación del número de partículas absorbentes bajo la influencia de una potente radiación incidente. Pero este no es el único efecto que tiene lugar con grandes intensidades de la luz. En el § 156 se subrayaba la estrecha relación entre las leyes de absorción y dispersión, y la noción acerca del átomo como un oscilador armónico cuyas cargas vuelven a la posición de equilibrio mediante una fuerza casi elástica. Si la intensidad de la luz y, por consiguiente, la amplitud de las oscilaciones de las cargas es bastante grande, la fuerza de restitución ya no poseerá un carácter casielástico, y el átomo puede representarse como un *oscilador anarmónico*. Del curso de mecánica se sabe que al balancear tal oscilador mediante una fuerza externa sinusoidal (con frecuencia ω), en su movimiento aparecen componentes que varían con frecuencias múltiples a ω: dobles, triples, etc. Supongamos que la propia frecuencia del oscilador ω_0, calculada en

una aproximación armónica, coincida, por ejemplo, con la frecuencia 2ω. En este caso la energía de vibración de las cargas es particularmente grande, ella se transmite al medio circundante, es decir, surge una absorción selectiva de la luz con una frecuencia igual a $\omega = {}^1/_2\omega_0$. Así, pués, el espectro de absorción de la sustancia debe contener, además de la línea con frecuencia ω_0, líneas que poseen frecuencias iguales a ${}^1/_2\omega_0$, así como ${}^1/_3\omega_0$, etc. El factor de absorción de estas líneas, como es fácil de comprender, aumentará al crecer la intensidad de la luz.

Dentro de los márgenes de las nociones cuánticas, a la propia frecuencia ω_0 le corresponde la frecuencia de transmisión $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$ entre los estados m y n que poseen energías E_m y E_n, respectivamente (véase § 156). Por lo tanto, la línea de absorción con una frecuencia de ${}^1/_2\omega_0$ corresponde a la transición del átomo del estado n al estado m con una *absorción* simultánea *de dos fotones*, ya que

$$E_m - E_n = \hbar\omega_{mn} = 2\hbar\omega.$$

La línea de ${}^1/_3\omega_0$ corresponde a la transición que va acompañado de una absorción de tres fotones, etc. De lo dicho se comprende el nombre que recibió el fenómeno descrito: *absorción de multifotones*.

Esta absorción fue pronosticada teóricamente en 1931 por M. Golppert-Mayer, pero experimentalmente fue revelada sólo en 1962 (Kaiser y Garret) al irradiar, mediante la luz de laser a rubí, un cristal de CaF_2 activado por europio. En las investigaciones posteriores se ha estudiado detalladamente la absorción de multifotones en los vapores de metales, las soluciones de colorantes orgánicos, los semiconductores, los cristales orgánicos e inorgánicos y en los gases.

Esta clase de absorción puede manifestarse de varios modos. Por ejemplo, si la sustancia es irradiada por una luz en cuya composición hay componentes espectrales con frecuencias ω_1 y ω_2, entonces puede ocurrir la absorción de dos fotones $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_2$ a condición de que $\omega_1 + \omega_2 = \omega_{mn}$. Señalemos también que, como resultado de la absorción de muchos fotones, el electrón óptico puede separarse del átomo (*ionización de muchos fotones*, G. S. Vóronov, N. B. Delone, 1965). Así, por ejemplo, se observó la ionización del átomo de helio (el potencial de ionización era de 24,58 eV) a consecuencia de la absorción de 21 fotones de irradiación de un laser a neodimio ($\lambda = 1{,}06$ μm). En los experimentos de esta especie se emplea la radiación enfocada de impulso de láseres potentes; la luminosidad alcanza valores de $10^8 \ldots 10^{13}$ W/cm^2, y la intensidad del campo eléctrico es de $10^5 \ldots 10^8$ V/cm.

§ 136. Anchura de las líneas espectrales y amortiguamiento de la radiación

Ya se ha indicado reiteradas veces que la radiación monocromática ideal es una ficción y que en realidad la radiación siempre corresponde a cierto intervalo de longitudes de ondas. Es verdad que la radiación de los gases rarificados, en condiciones muy beneficiosas, se aproxima mucho al caso imaginario. Así, se observan líneas espectrales cuya radiación se forma de una intensidad poco mensurable de la longitud de las ondas pertenecientes a un intervalo que no pasa de varias milésimas de Angström. Aún más monocromática es la radiación de los generadores ópticos cuánticos, pero también en este caso la energía está concentrada en un intervalo espectral finito, aunque muy pequeño (véase § 228). No obstante, en la mayoría de los casos la radiación atómica se diferencia mucho más de la monocromática y representa un conjunto de radiaciones cuyas longitudes de ondas varían dentro de los límites de varias centésimas e incluso décimas de Angstrom. Al aumentar la presión del vapor, las líneas de radiación se ampliían cada vez más, y la radiación pierde poco a poco incluso el carácter monocromático aproximado, convirtiéndose en una radiación continua parecida a la de los sólidos incandescentes.

Para caracterizar el grado de monocromaticidad de las rayas espectrales, o sea, de la radiación de los átomos prácticamente aislados, es necesario investigar la distribución de la intensidad de radiación según las frecuencias, mediante algún dispositivo de alto poder resolutivo, como por ejemplo, el interferómetro de Michelson o de Fabry—Perot. El resultado de esta investigación puede presentarse en forma de diagrama (fig. 28.16), donde por el eje de las abscisas se trazan las longitudes de ondas, y por el eje de las ordenadas, las intensidades correspondientes. Claro está que las partes inferiores de las curvas obtenidas son muy poco seguras, y puede suponerse que en condiciones ideales las curvas se reducirían a cero asintóticamente. En distintas condiciones de ensayo (diversa naturaleza del vapor, diferencia de su temperatura y presión, del grado de ionización, etc.), la forma de la raya espectral mostrada en la fig. 28.16 puede ser diferente. A título de característica de la anchura de una raya se adopta convencionalmente la distancia (en Angström) entre dos puntos A y B donde la ordenada alcanza la mitad de su máximo. Esta característica convencional suele denominarse *anchura* de raya espectral. Como ya se ha dicho, en casos muy favorables ésta puede constituir 0,001 Å y menos, pero por lo general resulta mucho más ancha; además, la forma de la raya puede desviarse en sumo grado de la representada en la figura, siendo a veces bastante asimétrica.

Cualquier causa que condiciona el amortiguamiento de las oscilaciones electrónicas en el átomo influye, claro está, en la anchura de la raya espectral, puesto que, debido al amortiguamiento, la

oscilación cesa de ser sinusoidal y la radiación correspondiente se diferenciará más o menos de la monocromática. Por eso también el amortiguamiento debido a la radiación, y el amortiguamiento condicionado por las colisiones, conducen a una ampliación de las rayas espectrales tanto mayor, cuanto más grande es el valor de estos factores. El amortiguamiento a causa de la radiación debe caracterizar el átomo que se halla en condiciones más favorables, es decir, que está completamente aislado de la acción de cualesquiera agentes exteriores. Por lo tanto, la anchura motivada por esta causa se denomina anchura *natural* o *de radiación* de la raya espectral. Su valor se determina por el mecanismo de radiación del átomo. Considerando este último como un dipolo eléctrico que oscila según las leyes de la electrodinámica clásica, podemos calcular la pérdida de energía de dicho dipolo en el transcurso del tiempo, es decir, buscar la ley eventual del amortiguamiento natural de la luminiscencia. El cálculo nos ofrece una ley exponencial simple

$$I = I_0 \exp(-t/\tau), \qquad (158.1)$$

donde τ es la magnitud que se expresa mediante la carga y la masa del electrón y la cual muestra durante cuanto tiempo la intensidad de radiación disminuirá e veces. En τ también entra la frecuencia de oscilación del electrón, por eso τ para distintas rayas ha de ser diferente. Para la luz visible τ tiene el orden de la magnitud 10^{-8} s.

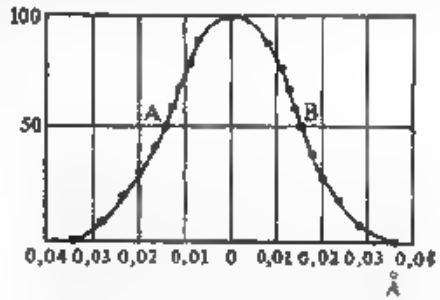


Fig. 28.16. Contorno de la línea de emisión obtenida mediante un dispositivo de gran poder de resolución.

W. Wien (1919) logró observar en un experimento este amortiguamiento natural de la luminiscencia provocada por la radiación, creando condiciones en las que el efecto de otras causas, las cuales podrían influir en el proceso de radiación, fue abolido. En sus ensayos, de foco de luz servían los átomos formadores de un haz de rayos positivos que pasaban dentro de un tubo bien vaciado, lo cual excluía las colisiones de los átomos luminosos con los circundantes.

La fig. 28.17 muestra el esquema del experimento. Con ayuda de bombas muy potentes, en el espacio A se mantiene la rarificación suficiente ($\leq$0,001 mm Hg), a pesar de que en la parte B, unida con A mediante un diafragma estrecho (0,1 $\times$ 3 mm^2), hay una presión de unos 0,05 mm Hg, indispensable para crear un haz positivo. Los átomos luminiscentes, al penetrar en el espacio A, se mueven sin colisiones, emiten luz, y sus oscilaciones se amortiguan poco a poco. Por eso la intensidad de la luminiscencia disminuye con el aleja-

miento del orificio de entrada, y su reducción puede servir de medida del amortiguamiento *natural* y, por lo tanto, de anchura natural de la raya.

La disminución de la intensidad observada por Wien satisface aproximadamente la ley exponencial, así que, según sus fotografías (fig. 28.18), puede determinarse directamente la distancia en la que la intensidad de luminiscencia se reduce e veces. Para pasar a los tiempos correspondientes se determinaba la velocidad de la partícula (unos $5 \cdot 10^7$ cm/s) según la variación Doppler de la longitud de la onda emitida por ella al moverse a lo largo de su trayectoria. Wien, en sus experimentos obtuvo para τ el valor de unos 10^{-8} s, el cual varía algo al pasar de una sustancia a otra y de una raya espectral a otra. Así, pues, durante un tiempo de cerca de una cienmillonésima de segundo la intensidad de la luz debida a la radiación dismi-

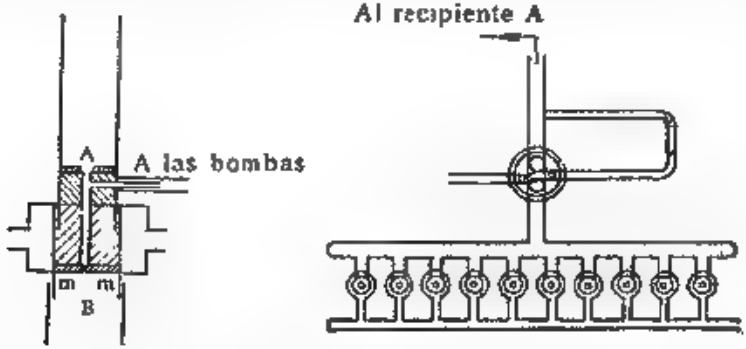


Fig. 28.17. Esquema del experimento de Wien para observar el amortiguamiento de la luminosidad de los átomos.

nuye unas tres veces. El valor obtenido concuerda en general con el pronóstico de la teoría mencionada anteriormente, aunque no confirma todas sus conclusiones.

Las colisiones entre los átomos condiciona el ensanchamiento «por choque» de la raya espectral. Con densidades muy bajas, cuando las colisiones son raras, o en el flujo de partículas de canal que se mueven libremente y las cuales prácticamente no chocan, la influencia de esta causa de ensanchamiento es posible reducirla tanto que la misma puede ser menospreciada. Pero en condiciones corrientes de luz gaseosa, por ejemplo, en un tubo de descarga o en una lámpara de vapor de mercurio, ésta puede ser una de las causas importantísimas o incluso la causa más seria del ensanchamiento de las rayas. Así, en las actuales lámparas de mercurio de presión superalta, donde la presión de los vapores de mercurio alcanza 20—30 atmósferas, las «rayas» de radiación de mercurio están tan ensanchadas que la propia expresión «rayas espectrales» pierde el sentido. También

se ha observado el ensanchamiento considerable de las rayas espectrales al añadir al gas luminoso gran cantidad de gas extraño

Puesto que en los tubos ordinarios de descarga, las moléculas luminosas del gas son trasladadas en todas las direcciones a causa del movimiento térmico, para el observador que mide la anchura de la raya espectral surge una causa más de ensanchamiento, la cual ya fue señalada en el § 22: la luz es emitida por los átomos *en movimiento*, por eso su frecuencia cambia debido al efecto Doppler (véase § 128) Por cuanto el movimiento de los átomos ocurre en todas las direcciones que forman numerosos ángulos con la dirección de observación, la variación de la frecuencia corresponderá a la expresión $\Delta\nu = \nu \frac{v}{c} \cos\theta$; donde v es la velocidad del átomo; y θ, el ángulo entre la dirección de la trayectoria y la de observación. θ posee todos

Fig. 28.18. Amortiguamiento de la luminosidad de los átomos.

los valores desde 0 hasta 180°, y v está distribuida según la ley de Maxwell. A temperaturas de varios centenares e incluso miles de grados, que corresponde con frecuencia a la descarga gaseosa, este ensanchamiento puede tener un valor muy grande, sobre todo para los átomos ligeros. En condiciones del experimento de Wien todos los átomos radiantes tenían prácticamente la velocidad de una dirección, a saber, de la del haz positivo; mientras que la dirección de observación fue elegida perpendicularmente a la línea de movimiento. Por lo tanto, en los ensayos de Wien la influencia de esta causa también se redujo al mínimo

Por fin, es necesario tomar en consideración el hecho de que los átomos luminosos puede hallarse bajo el influjo de los campos eléctricos y magnéticos de los átomos circundantes, los cuales provocan la variación de la frecuencia radiante debido al efecto Zeeman y el efecto Stark. Como la variación de la frecuencia de distintos átomos es diferente, dicha causa también conduce a diverso ensanchamiento de las rayas espectrales. Tal influencia (sobre todo del efecto Stark) puede ser bastante grande al haber una ionización intensa y, por consiguiente, intensos campos eléctricos Por lo visto, durante la luminiscencia provocada por la descarga de una chispa eléctrica, la acción de este factor es muy considerable y conduce al ensanchamiento enorme (décimas de Angström y más) de algunas líneas.

29. DIFUSION DE LA LUZ

§ 158. Paso de la luz a través de un medio ópticamente heterogéneo

Como ya fue señalado en el § 157, las ondas secundarias originadas por las oscilaciones forzadas de los electrones disipan en todas las direcciones parte de la energía suministrada por la onda luminosa. Con otras palabras, la propagación de la luz en la sustancia debe ir acompañada de *su difusión*. Como condición suficiente para el surgimiento de este fenómeno, por lo visto, serviría la presencia de electrones capaces de oscilar bajo el influjo del campo alternativo de la onda luminosa, y tales electrones existen en bastante cantidad en cualquier medio material. Sin embargo, es necesario recordar que estas ondas secundarias son coherentes entre sí, por eso, al calcular la intensidad de la luz disipada en todas direcciones, hay que tomar en consideración su interferencia mutua.

En efecto, si el medio es ópticamente homogéneo o, con otras palabras, si su índice de refracción no varía de punto a punto, en iguales volúmenes pequeños la onda luminosa induce iguales momentos eléctricos, cuya variación en función del tiempo es la que precisamente conduce a la radiación de ondas secundarias coherentes de igual amplitud. La fig. 29.1 ilustra el caso de propagación de una onda monocromática plana en un medio homogéneo. En el frente de onda AA' separemos un volumen V_1' de pequeñas dimensiones lineales en comparación con la longitud de onda λ de la luz incidente, pero que contiene bastantes moléculas para que el medio pueda considerarse continuo. En la dirección caracterizada por el ángulo θ, el volumen V_1' emite una onda secundaria de determinada amplitud y fase. En el frente de onda AA' (véase fig. 29.1) siempre se puede separar otro volumen V_2' que emita en esa misma dirección una onda secundaria con la misma amplitud y la cual llegue al punto de observación en oposición de fase con la onda de V_1' a causa de la diferencia de trayectoria. Tales ondas se amortiguan por completo. De la fig. 29.1 se deduce que la distancia l entre los volúmenes separados debe ser igual a

$$l = \lambda/2 \operatorname{sen} \theta.$$

Si el medio es bastante *homogéneo*, el amortiguamiento mutuo ocurrirá para las ondas secundarias emitidas por *cualquier par* de volúmenes isométricos situados en el frente de onda y que se encuentran a la distancia l uno del otro. Con esto se demuestra la afirmación acerca de que en un medio homogéneo la luz se propagará sólo en la dirección inicial y que no tendrá lugar su difusión. El amortigua-

miento completo de las ondas secundarias ocurre con cualquier valor del ángulo θ, menos con θ = 0, ya que en esta dirección de propagación de la onda incidente, todas las ondas secundarias se suman cofásicamente y forman una onda transmisible.

De esta manera, la homogeneidad del medio y la coherencia de las ondas secundarias son las condiciones necesarias y suficientes para que no pueda surgir la difusión de la luz. Pero en realidad no existen medios idealmente homogéneos. En los medios reales siempre hay heterogeneidades ópticas de diverso origen, lo cual significa que siempre existe luz difusa muy intensa en unos casos y extremadamente débil en otros.

Los razonamientos expuestos más arriba, acerca de la interferencia de las ondas secundarias, son semejantes a los utilizados en la teoría de Fresnel acerca de la propagación lineal de la luz. Mientras las ondas secundarias de Fresnel son emitidas por focos ficticios, al ser dispersadas, los emisores son reales y representan los átomos y las moléculas del medio. Pero para la homogeneidad de este último es necesario que en pequeños volúmenes iguales haya igual número de emisores de la misma clase. Pero es irreal confeccionar tal cuadro «inmóvil», y por eso siempre surgen alteraciones de la homogeneidad, de naturaleza diferente.

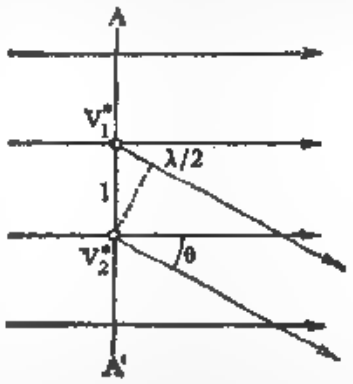


Fig. 29.1. Acerca del papel de la heterogeneidad óptica durante la difusión de la luz.

Los razonamientos de Fresnel (véanse capítulos 8—10) demuestran que la alteración de la homogeneidad conduce a fenómenos de difracción en dichas heterogeneidades espaciales. Si las dimensiones de las heterogeneidades son pequeñas (en comparación con la longitud de onda), la figura de difracción se caracterizará por una distribución bastante uniforme de la luz en todas las direcciones. Como ya se ha señalado, tal difracción en pequeñas heterogeneidades con frecuencia se denomina *difusión de la luz*.

Si las heterogeneidades del medio son bruscas, es decir, los pequeños sectores del medio cercanos entre sí y de igual volumen son focos de ondas secundarias de intensidad muy diferente, la difusión de la luz se manifiesta de manera muy evidente. Con débiles alteraciones de la homogeneidad, la luz difundida en todas direcciones constituye sólo una parte muy pequeña del haz primario, y su observación puede requerir condiciones especiales. La experiencia muestra que para el fenómeno de difusión de la luz es importante precisa-

mente la *alteración de la homogeneidad* del medio y no su propia capacidad de emitir ondas secundarias.

Supongamos que un haz de rayos casi paralelos del foco pasa por una cubeta de agua. Si esta última ha sido bien purificada, el haz casi no se verá al ser observado de lado, o sea, hacia los lados del haz inicial la luz prácticamente no se difunde. Pero si a la cubeta se agrega una gota de agua de Colonia, surgirá una intensa difusión: el haz de luz se verá claramente de todas partes, y si el grosor de la cubeta es suficiente, prácticamente toda la luz se difundirá en todas direcciones, y detrás de la cubeta ya no veremos el haz inicial claramente trazado, sino que un campo difuso de luz difusa. Claro está que la introducción de una gota de agua de Colonia no modifica de modo sustancial las propiedades de la inmensa masa de moléculas de agua contenidas en la cubeta, pero las sustancias contenidas en el agua de Colonia en forma de solución se precipitan en la solución acuosa formando una emulsión, es decir, gotas diminutas suspendidas en el agua. La presencia de tales heterogeneidades crea condiciones completamente distintas para la interferencia mutua de las ondas secundarias. Como resultado, el haz primario comienza a refractarse en estas heterogeneidades y ofrece un cuadro de difusión característico de un medio turbio.

Volvamos otra vez a la cuestión acerca de la homogeneidad óptica del medio cuya alteración, como hemos visto, es la causa física del fenómeno de difusión de la luz. Como se ha dicho, en caso de un medio ópticamente homogéneo, los pequeños sectores de éste, próximos entre sí y de igual volumen, se convierten en focos de radiaciones secundarias de igual intensidad bajo el influjo de la onda luminosa. Esto significa que bajo el efecto del campo alternativo de la onda luminosa, los sectores correspondientes adquieren momentos eléctricos iguales entre sí, cuya variación en función de tiempo provoca precisamente la radiación secundaria. La condición de homogeneidad óptica significa que el índice de refracción tiene el mismo valor para distintos sectores de nuestro medio. De aquí se desprende que, siendo el índice de refracción constante en todo el volumen del medio, no se deben esperar los efectos de difusión de la luz.

Así, pues, para alterar la homogeneidad óptica es necesario alterar la constancia del índice de refracción. Este último está ligado a la constante dieléctrica ε del medio, conforme a la relación (véase § 156)

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad \varepsilon E = E + 4\pi P.$$

Por fin, la polarización del medio, o sea, el momento eléctrico adquirido por la unidad de volumen del medio, bajo el influjo del campo exterior E, es $P = Np$, donde N es el número de moléculas en la unidad de volumen; y p, el momento eléctrico que adquiere

cada molécula al influir el campo E*). La magnitud de este momento puede representarse en forma de $p = \alpha E$, donde el coeficiente α se denomina *coeficiente de polarizabilidad* y caracteriza la estructura de la molécula. Así,

$$P = N\alpha E,$$

o sea,

$$D = \varepsilon E = E + 4\pi N\alpha E, \tag{159.1}$$

o bien,

$$\varepsilon = 1 + 4\pi N\alpha. \tag{159.2}$$

De este modo la constancia del índice de refracción significa que para iguales volúmenes (que no sean muy pequeños según sus dimensiones lineales, en comparación con la longitud de onda) el producto $N\alpha$ en distintos lugares del medio es el mismo. Esto indica que si un medio ópticamente homogéneo está compuesto de moléculas completamente iguales (α es constante), N también debe ser constante, o sea, la densidad del medio en todas las partes es constante. Si el medio consta de diversas moléculas o grupos, la constancia del índice de refracción puede asegurarse mediante la elección correspondiente de N y α. Por ejemplo, la mezcla (elegida de modo correspondiente) de benceno y bisulfuro de carbono con trozos de vidrio sumergidos en ella, puede representar un medio homogéneo: la superficie de separación entre el vidrio y el líquido desaparece.

Para determinar el índice de refracción de pequeños trozos transparentes de forma indeterminada puede emplearse el fenómeno señalado; tras elegir la mezcla de líquidos en la que los límites del trozo desaparecen (al alumbrar, en la medida de lo posible, con una luz monocromática), sólo queda determinar el índice de refracción de esa mezcla para la correspondiente longitud de onda, lo que se realiza fácilmente echando por ejemplo, una gota en el refractómetro de Abbe. Dicho procedimiento se utiliza mucho en la mineralogía; a base de este principio se ha elaborado un método técnico cómodo para determinar rápidamente no solo el índice de refracción del vidrio, sino también su dispersión, lo cual ayuda mucho al control del proceso tecnológico de la fusión del vidrio con determinados datos ópticos (I. V. Obreímov).

Si en lugar de un gránulo de vidrio se toma polvo menudo de vidrio homogéneo (por ejemplo, vidrio óptico de una clase determinada, reducido a polvo, con gránulos de cerca de $^1/_2$ mm de dimensión) y, tras colocarlo en una cubeta de paredes planas, verter en ésta cualquier líquido hasta cubrir el polvo, entonces hablando en

*) Para simplificar no hacemos diferencia entre el campo exterior y el que actúa, por eso nuestras deducciones tienen un carácter cualitativo si no nos limitamos al examen de los fenómenos en los gases.

general, tal cubeta se convertirá en un cuerpo cuya homogeneidad óptica será muy imperfecta: el haz luminoso que pasa a través de la misma se difundirá intensamente por todas partes, mientras que en dirección del haz primario pasará relativamente poca luz. Pero si elegimos el líquido como fue indicado anteriormente, entonces, a pesar de su heterogeneidad *física* intensa, dicha cubeta será un cuerpo *ópticamente* homogéneo a través del cual el haz luminoso pasará sin debilitarse. En condiciones reales es imposible efectuar ese experimento de una forma tan sencilla, ya que el vidrio y el líquido poseen distinta dispersión, así que el medio resulta ópticamente homogéneo sólo para un intervalo relativamente estrecho de longitudes de ondas. La luz precisamente de esta zona espectral pasará a través de la cubeta sin debilitarse, mientras que otra radiación sufrirá una difusión considerable en todas direcciones. Con un grosor suficiente de la cubeta se puede lograr que la luz transmitida sea limitada por un intervalo muy estrecho de longitudes de ondas (cerca de 3,0 . . . 5,0 nm), y esta cubeta servirá de filtro óptico de buena calidad. Al calentar un poco la cubeta, puede observarse cómo cambia el color de la luz transmitida, lo que se determina por la distinta dependencia térmica del índice de refracción del vidrio y el líquido elegido.

Tyndall fue el primero en observar, en condiciones de laboratorio, la difusión de la luz en partículas pequeñas en comparación con longitud de onda de la luz visible (1869). El prestó atención al hecho de que la luz difundida bajo distintos ángulos, se diferencia del color blanco inicial por un tono azul, mientras que la luz difundida bajo un ángulo $\pi/2$ respecto a la dirección de la luz incidente, es polarizada linealmente por completo o casi por completo.

Tyndall expresó la idea de que el color azul del cielo posiblemente se debe a la difusión de la luz solar en el polvo suspendido en la atmósfera de la Tierra.

En numerosos casos se observa la difusión intensa de la luz a causa de la heterogeneidad óptica originada naturalmente. Los medios que poseen una heterogeneidad óptica claramente expresada, se denominan medios turbios. Tales son el humo (partículas sólidas en el gas) o la niebla (gotas de líquido, por ejemplo de agua, en el aire), las suspensiones, que son un conjunto de partículas sólidas suspendidas en el líquido, las emulsiones, o sea, las suspensiones de gotas de líquido en otro líquido que no los disuelve (por ejemplo, la leche es una emulsión de grasa en agua), los sólidos como el nácar, el ópalo o el vidrio opalino, etc. En todos estos casos se observa una difusión de la luz más o menos intensa en el medio turbio, la cual se denomina, por lo general, *fenómeno* de Tyndall.

El estudio de la difusión en medios turbios, donde las dimensiones de las partículas son pequeñas en comparación con la longitud de onda, condujo al descubrimiento de algunas regularidades generales

reveladas experimentalmente por Tyndall y, más tarde, por una serie de otros investigadores, y teóricamente explicadas por Rayleigh. Una idea acerca de estas regularidades puede obtenerse mediante el siguiente experimento simple.

Un haz de luz intensa es dirigido hacia una cubeta rectangular llena de un agua que se puso turbia añadiéndole gotas de leche. La traza del haz luminoso se verá claramente en tal agua.

Al observar ésto de costado (en la dirección *A*, fig. 29.2), la luz difusa tendrá un matiz más azul que la luz del foco *S*; por el contrario, la luz que pasó a través de la cubeta (en la dirección *B*) resultará enriquecida por una emisión de ondas largas y, siendo suficiente el grosor de la cubeta, esa luz tendrá un matiz rojizo.

Al observar la luz difusa bajo un ángulo recto ($\theta = 90°$) respecto al haz inicial, a través del polarizador *N*, se pone de manifiesto que

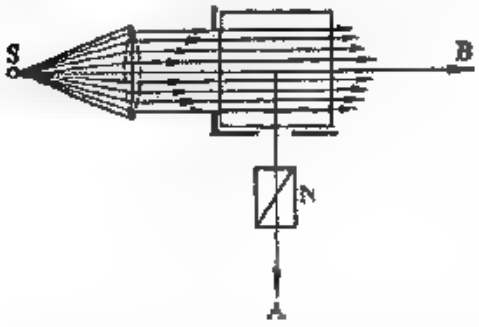


Fig. 29.2. Esquema de observación de la difusión de la luz en los medios turbios.

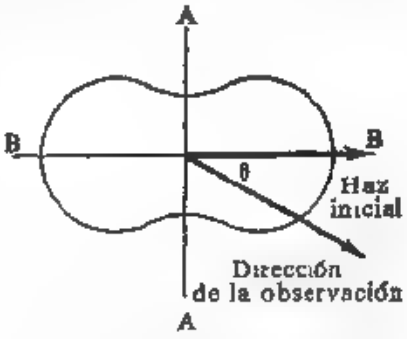


Fig. 29.3. Indicatriz de dispersión por partículas pequeñas en comparación con λ.

la luz difusa es polarizada linealmente, aunque la luz inicial emitida por *S* es natural. La dirección del vector del campo eléctrico en la luz difusa es perpendicular al plano que pasa por la dirección del haz primario y la dirección de observación.

Si se aprecia la intensidad de la luz difundida en distintas direcciones, ésta resultará simétrica respecto al eje del haz primario y a la línea perpendicular a dicho eje (fig. 29.3). La curva que muestra gráficamente la distribución de la intensidad de la luz difusa en distintas direcciones, se llama *indicatriz* de difusión. En una luz incidente natural, la indicatriz de difusión tiene el aspecto mostrado en la fig. 29 3 y se expresa por la fórmula:

$$I \sim 1 + \cos^2 \theta.$$

La indicatriz espacial se obtiene girando la curva (véase fig. 29.3) respecto al eje *BB*.

Rayleigh calculó la intensidad de la luz difundida en partículas esféricas cuyas dimensiones son pequeñas en comparación con la longitud de onda de la luz incidente (1899) y halló que para la luz natural inicial la intensidad de la luz difusa es igual a

$$I = I_0 \frac{9\pi^2 \nu^2 N (V')^2}{2\lambda^4 L^2} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + \varepsilon_0} \right)^2 (1 + \cos^2 \theta).$$

Aquí N es el número de partículas en el volumen difusor; V' y ν, respectivamente, el volumen y la constante dieléctrica de la partícula; ε_0, la constante dieléctrica del medio en el que están suspendidas las partículas, θ, el ángulo de difusión, I_0, la intensidad de la luz incidente; y L, la distancia desde el volumen difusor hasta el punto de observación.

La fórmula de Rayleigh (159.3) describe las regularidades citadas. La intensidad de la luz difusa resulta inversamente proporcional al cuarto grado de la longitud de onda, lo que se encuentra en buena concordancia con las mediciones y puede explicar el color azul del cielo. La ley $I \sim 1/\lambda^4$ lleva el nombre de ley de Rayleigh. Pero, como se demostrará más adelante, el color azul del cielo no está relacionado con la presencia de polvo en la atmósfera.

De la fórmula (159.3) también se deduce que la intensidad de la luz difusa es proporcional al cuadrado del volumen de la partícula difusora o al sexto grado del radio de la partícula esférica.

La fórmula de Rayleigh contiene el factor $(\varepsilon - \varepsilon_0)^2/(\varepsilon + \varepsilon_0)^2$ que puede servir de medida de la heterogeneidad óptica. Si $\varepsilon = \varepsilon_0$, la heterogeneidad óptica desaparece y al mismo tiempo desaparece la luz difusa ($I = 0$). Dicha medida de la heterogeneidad óptica no sólo corresponde a las partículas pequeñas, sino que puede utilizarse para caracterizar la heterogeneidad óptica también en otros casos.

Más arriba ya hemos visto como un trozo de vidrio sumergido en un líquido dotado de un índice de refracción conveniente, se vuelve prácticamente invisible.

Las regularidades examinadas de difusión de la luz dejan de ser válidas en caso de que las dimensiones de las partículas difusoras sean comparables con la longitud de onda, lo que se observa con frecuencia en las soluciones coloidales.

La variación de la intensidad de la luz difusa en función de la longitud de onda para tales partículas grandes resulta menos perceptible, es decir, la luz difusa es menos azul que en el caso de partículas menudas. Esa luz resulta polarizada sólo parcialmente, con la particularidad de que el grado de polarización depende del tamaño y la forma de las partículas. La distribución de la intensidad de la luz difusa con relación a los ángulos también adquiere un carácter más complejo, el diagrama de difusión es asimétrico respecto a la línea AA (véase fig. 29.3), y en función del tamaño, la forma y la naturaleza de las partículas y el medio circundante puede tomar un aspecto

muy complicado, conservando la simetría sólo con relación a la dirección del haz primario.

Estas regularidades más complejas dificultan en sumo grado la interpretación teórica de la difusión en los medios turbios con partículas gruesas. Sin embargo, estos casos presentan gran interés, ya que tienen lugar, por lo general, al investigar las soluciones coloidales y los medios turbios que son productos de muchas reacciones químicas. Por eso, semejantes mediciones se emplean en la química coloidal y la química analítica, así como en la biología, formando el objeto de los métodos *nefelométricos* de investigación.

Parecía que el color azul del cielo se podía explicar mediante el fenómeno de difusión de la luz en el polvo de la atmósfera, no obstante, las pruebas mostraron que eso no es así, ya que en la atmósfera pura, desprovista de polvo (observatorios de alta montaña), se observa un azul celeste más saturado y la polarización de su luz. Las investigaciones experimentales y teóricas ulteriores demostraron que todos estos efectos se deben a la difusión *molecular* de la luz en el aire.

§ 160. Difusión molecular de la luz

Un interés peculiar representan los casos cuando no podemos hablar del medio turbio en el sentido antes mencionado, es decir, cuando el medio es un líquido (o gas) del cual fueron eliminadas minuciosamente las impurezas y contaminaciones.

En dichos medios también se observa la difusión de la luz, por lo tanto, existe una causa física que conduce al origen de la heterogeneidad óptica (L. I. Mandelshtám, 1907). La causa física provocante del surgimiento de la heterogeneidad óptica en medios idealmente puros, no se ha encontrado de repente.

a *Opalescencia crítica.* M. Smoluchowski (1908) indicó la causa que conduce a la alteración de la homogeneidad en un caso particular pero muy importante. Desde hace mucho se sabía que a temperatura crítica del gas o el líquido se observa una intensa difusión de la luz (la denominada *opalescencia crítica*). Smoluchowski prestó atención al hecho de que a temperatura crítica, la compresibilidad del medio es muy elevada (en el punto crítico $\left(\frac{dV}{dp}\right)_T$ tiende teóricamente al infinito). En estas condiciones pueden surgir con facilidad, en pequeños volúmenes, desviaciones considerables de la densidad media, ya que la gran compresibilidad significa que el movimiento térmico es suficiente para formar sensibles variaciones de dicha densidad en pequeños volúmenes (*fluctuaciones de la densidad*). La alteración de la homogeneidad óptica relacionada con ese fenómeno es precisamente lo que condiciona la intensa difusión de la luz. Así, pues,

Smoluchowski explicó el fenómeno de opalescencia crítica, señalando asimismo donde es preciso buscar la causa de la alteración de la homogeneidad del medio que conduce en general a la difusión de la luz.

Otro caso de difusión molecular de la luz, fácilmente realizable, se observa al investigar ciertas soluciones. En las soluciones choca mos con una mezcla de dos (o más) clases de moléculas que se caracterizan por sus valores de polarizabilidad α. En condiciones normales la distribucion de una sustancia en otra transcurre tan uniformemente que también las soluciones representan un medio ópticamente no menos homogeneo que los líquidos corrientes. Podemos decir que la concentracion de la sustancia disuelta en todo el volumen es igual, y la desviacion del valor medio (*fluctuación de dicha concentración*) es muy pequeña. Pero se conocen numerosas combinaciones de sustancias que a temperatura ambiente se disuelven una en la otra sólo parcialmente, pero, al aumentar la temperatura, adquieren la posibilidad de mezclarse en cualesquiera relaciones. La temperatura por encima de la cual se observa tal *mezcla* se denomina *temperatura crítica de la mezcla*. A esta temperatura dos líquidos se mezclan si sus proporciones de peso se han elegido de un modo muy bien determinado. Así, por ejemplo, el bisulfuro de carbono y el alcohol metílico a 40°C dan una mezcla bastante homogénea si se han tomado 20 partes (segun el peso) de bisulfuro de carbono y 80 partes de alcohol metílico. A una temperatura mas baja la disolucion transcurre sólo parcialmente por eso tendremos dos líquidos que se distinguen claramente: la solucion del bisulfuro de carbono en el alcohol y la solución del alcohol en el bisulfuro de carbono. A temperaturas mayores de 40°C se puede obtener una mezcla homogénea para cualquier proporción de peso de los componentes. Desde el punto de vista que nos interesa, la temperatura crítica de la mezcla caracteriza el estado de la mezcla con el cual se realiza sobre todo fácilmente la desviación local de la distribución uniforme. Por lo tanto, a temperatura crítica de la mezcla han de esperarse fluctuaciones considerables de la concentración y alteraciones de la homogeneidad óptica relacionadas con esas fluctuaciones. En efecto, a temperatura crítica de la mezcla, en estas combinaciones tiene lugar una intensa difusión de la luz, la cual se observa con facilidad en el experimento.

b. *Difusión de la luz en la superficie del líquido*. Los fenómenos semejantes a la difusión voluminosa pueden observarse en la superficie de los líquidos. La superficie de un líquido en calma representa un espejo, y la luz, al incidir en éste, experimenta una reflexión correcta en una dirección determinada. Pero si la superficie del líquido se ha hecho rugosa, por ejemplo, debido a una sacudida, entonces una parte mayor o menor de la luz sufre difusión en todas las direcciones. La superficie correcta del líquido (hablando en general) debe estropearse continuamente a causa del movimiento molecular, y cuando estas irregularidades se hacen comparables con la longitud

de onda, la reflexión del espejo se hace imposible por completo y la superficie se vuelve opaca.

En condiciones corrientes la matidez de la superficie del líquido libre se manifiesta muy débilmente, ya que el efecto de alteración del movimiento térmico es obstaculizado por las fuerzas de atracción molecular que tienden a conservar la superficie libre mínima (tensión superficial).

En la superficie de separación de dos líquidos estas fuerzas capilares son, por lo general, menores que en la superficie líquido—gas, siendo particularmente pequeñas en la proximidad de la temperatura crítica de la mezcla. En efecto, en este caso la luz no sólo se refleja de la superficie de separación según las leyes de Fresnel, sino que se difunde intensamente en todas direcciones (L. I. Mandelshtám, 1913). En casos favorables la rugosidad molecular es tan grande que la reflexión correcta no se observa incluso con ángulos de incidencia grandes, además, la desaparición de la reflexión correcta se observa con mayor facilidad para las ondas de menor longitud, como precisamente tiene que ser para las superficies opacas (compárese el ejercicio 55).

Es mucho más difícil observar la luz difundida por una superficie libre, pero sin embargo, esto también se logró para el mercurio, líquido con una constante capilar muy grande (Raman, 1926).

Las leyes de difusión superficial se diferencian de las de difusión volumétrica. Así, la intensidad de la luz difundida superficialmente es inversamente proporcional a la segunda potencia de la longitud de onda (y no a la cuarta); las condiciones de polarización de la luz difusa en este caso también son singulares. La completa teoría molecular de estos fenómenos, para rugosidades moleculares aún pequeñas en comparación con la longitud de onda, se encuentra en concordancia con las regularidades observadas en el experimento (F. S. Barishánskaya, 1938).

c. *Difusión molecular de la luz en una sustancia pura.* La causa física que conduce a la difusión de la luz en una sustancia pura fue señalada por M. Smoluchowsk. y, como se ha dicho, consiste en que, debido a la naturaleza estadística del movimiento térmico de las moléculas del medio, en éste surgen fluctuaciones de la densidad, que son considerables sobre todo en la zona del punto crítico. Las fluctuaciones de la densidad $\Delta\rho$ a su vez conducen a la fluctuación del índice de refracción Δn o a la fluctuación de la constante dieléctrica $\Delta\varepsilon$ ($\varepsilon = n^2$), y estas últimas magnitudes son precisamente la heterogeneidad óptica.

Lejos del punto crítico las fluctuaciones no son tan grandes como en la zona de este punto, pero existen y, merced a esto, se puede explicar la difusión molecular de la luz en una sustancia pura.

En 1910 A. Einstein estableció la teoría cuantitativa de la difusión molecular de la luz lejos del punto crítico, basada en la idea de

surgimiento de heterogeneidades ópticas del medio debido a las fluctuaciones de la constante dieléctrica $\Delta\varepsilon$.

La intensidad de la luz difusa en este caso se determinará por la heterogeneidad óptica de origen fluctuante. Como la intensidad de la luz difusa no depende del signo de $\overline{\Delta\varepsilon}$, la misma será proporcional a $\overline{(\Delta\varepsilon)^2}$. Un simple cálculo electrodinámico nos llevará al siguiente resultado:

$$I = I_0 \frac{\pi^2}{2\lambda^4 L^2} V^* V \overline{(\Delta\varepsilon)^2} (1 + \cos^2\theta). \qquad (160.1)$$

Aquí V^* es el volumen de la fluctuación, pequeño en comparación con la longitud de onda de la luz, pero que contiene muchas moléculas. Las demás designaciones son las mismas que en la fórmula (159.3).

Ahora, en el caso de difusión molecular de la luz, la magnitud $\overline{(\Delta\varepsilon)^2}$ sirve de medida de la heterogeneidad óptica. Si consideramos que las fluctuaciones $\Delta\varepsilon$ son determinadas sólo por dos variables termodinámicas independientes: la densidad y la temperatura o la presión p y la entropía S, entonces podemos escribir:

$$\Delta\varepsilon = \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\right)_S \Delta p + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial S}\right)_p \Delta S; \quad \overline{(\Delta\varepsilon)^2} =$$
$$= \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\right)_S^2 \overline{(\Delta p)^2} + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial S}\right)_p^2 \overline{(\Delta S)^2},$$

donde Δp, ΔS son las variaciones fluctuantes de la presión y la entropía, y el índice de las derivadas señala qué magnitud se mantiene constante al diferenciar. También se tiene en cuenta que las fluctuaciones Δp y ΔS son estadísticamente independientes y, por lo tanto, $\overline{\Delta p\, \Delta S} = 0$. La teoría de las fluctuaciones permite expresar las magnitudes $\overline{(\Delta p)^2}$ y $\overline{(\Delta S)^2}$ a través de las características termodinámicas de la sustancia, presentando la relación (160.1) de la forma (véase el ejercicio 206)

$$I = I_0 \frac{\pi^2}{2\lambda^4} \frac{V}{L^2} \left\{ \left(\rho \frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_S^2 \beta_S k T + \left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_p^2 \frac{\sigma^2 k T^2}{c_p \rho} \right\} (1 + \cos^2\theta). \qquad (160.2)$$

Aquí ρ es la densidad del medio (g/cm³); T, la temperatura absoluta, β_S, la compresibilidad adiabática; σ, el coeficiente de expansión térmica; c_p, la capacidad calorífica a una presión constante de 1 g de sustancia; y V, el volumen difusor.

El primer término entre llaves de la fórmula (160.2) determina la intensidad de la luz difundida a causa de las fluctuaciones adiabáticas de la densidad (fluctuaciones de la presión), y el segundo, debido

a las fluctuaciones isobáricas de la densidad (fluctuaciones de la entropía). Con cierta aproximación se puede considerar que

$$\left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_S^2 \approx \left(\frac{1}{n}\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_p^2 \approx \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T^2.$$

Si empleamos la relación termodinámica conocida $\beta_T = \beta_S + \frac{f\alpha^2}{\rho c_p}$ (aquí β_T es la compresibilidad isotérmica), entonces la fórmula (160 2) se convierte en la fórmula obtenida por primera vez por Einstein y que lleva su nombre

$$I = I_0 \frac{\pi V}{2\lambda^4 L^2}\left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T^2 \beta_T kT (1 + \cos^2\theta). \qquad (160.3)$$

De las fórmulas (160.2) y (160.3) se desprende la ley de Rayleigh $I \sim 1/\lambda^4$. De esta manera, la difusión molecular de la luz es capaz de explicar el color azul del cielo y el color rojo de la puesta del Sol. Tomando en consideración la ecuación del estado del gas ideal y la relación entre ε y ρ, de la fórmula (160.3) se puede obtener la expresión de la intensidad de la luz difundida en un gas, es decir, la fórmula inicial de Rayleigh (véase el ejercicio 206).

Einstein examinó también el caso cuando la heterogeneidad óptica es provocada por las fluctuaciones de la concentración de la sustancia disuelta si, claro está, la constante dieléctrica varía en función de la concentración. En este caso

$$\Delta\varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial c}\right)_{p,S} \Delta c; \quad \overline{(\Delta\varepsilon)^2} = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial c}\right)_{p,S}^2 \overline{(\Delta c)^2},$$

donde c es la concentración, y Δc, la fluctuación de dicha concentración.

Un cálculo fácil muestra que la intensidad de la luz difundida a causa de las fluctuaciones de la concentración, se determina mediante la expresión

$$I_{\text{conc}} = I_0 \frac{\pi^2 V}{2\lambda^4 L^2}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial c}\right)_{p,S}^2 \frac{cM}{N_A}(1 + \cos^2\theta), \qquad (160\ 3a)$$

donde M es el peso molecular de la sustancia disuelta, y N_A, el número de Avogadro. La fórmula citada es válida para pequeñas concentraciones.

El desarrollo de la teoría de Einstein para el caso de difusión en diversos polímeros y albúminas (Debye) dio uno de los mejores métodos de determinación de las masas moleculares y la estructura

de las moléculas poliméricas con unas dimensiones del orden de la longitud de las ondas de la luz incidente (o mayor).

La luz difundida a causa de las fluctuaciones de la densidad y las fluctuaciones de la concentración es polarizada linealmente por completo.

1) *Intensidad de la luz difusa.* Puesto que en la fórmula de Einstein entra la constante de Boltzmann $k = R/N_A$, donde R es la constante de los gases, y N_A, el número de Avogadro, mediante la intensidad de la luz difusa se puede determinar N_A, o sea, el número de moléculas en 1 mol, midiendo los demás parámetros que entran en la fórmula. Para el gas, esto resulta más fácil. Por eso, al investigar experimentalmente la luz difundida por un gas, como criterio del carácter molecular del fenómeno podría servir el cálculo posible de esta constante tan importante.

Las mediciones de la intensidad de la luz difundida por la atmósfera, realizadas en las montañas en los días de cielo despejado, cuando es posible estimar que la atmósfera no contiene polvo eventual, dieron para el número de Avogadro una cifra que concuerda satisfactoriamente con el valor usual: según los datos corregidos, obtenidos entre los años 1938 y 1951, estas mediciones ofrecen el valor de $(61{,}0 \pm 0{,}8)\cdot 10^{22}$ mol^{-1} que se halla en perfecta concordancia con el valor adoptado $(60.2 \pm 0{,}3)\ 10^{22}$ mol^{-1} *). También se han obtenido buenos resultados de los experimentos de la difusión de la luz en los gases en condiciones de laboratorio (Kabann y sus colaboradores: según sus últimos datos $N_A = (61{,}0 \pm 0.8)\cdot 10^{22}$ mol^{-1}).

En el transcurso de los años 1913—1925 una serie de trabajos establecieron con seguridad el carácter molecular de la difusión en los líquidos, con la particularidad de que fueron investigadas diversas partes de este fenómeno. Nuevas investigaciones minuciosas de la difusión de la luz en el líquido fueron necesarias para explicar las divergencias entre la teoría y los experimentos que conducían a un valor no satisfactorio del número de Avogadro. En la actualidad puede considerarse que las dificultades están eliminadas: la determinación experimental de todas las magnitudes que entran en la fórmula de la intensidad de la luz difusa, incluida la magnitud $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}$ que anteriormente se establecía a base de consideraciones poco argumentadas, nos ofrece para el número de Avogadro el valor de $(59 \pm 2)\cdot 10^{22}$ mol^{-1} (G. P. Matulévich, I. L. Fabelinski, 1951).

Las mediciones de la intensidad absoluta de la luz difusa chocan con dificultades experimentales serias, las cuales, no obstante, pueden ser superadas. Cierta idea de los resultados de tales medi-

---

*) Según los datos publicados en 1974, $N_A = 60{,}220943(61) \times 10^{22}$ mol^{-1}.

ciones se puede obtener de los siguientes datos:

Aire	difunde $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ partes del flujo luminoso que penetra en una capa de 1 cm de grosor (a temperatura y presión normal)		
Hidrógeno	difunde	43	veces menos que el aire
Argón	»	1,2	» » » » »
Acido carbónico	»	2,6	veces más que el aire
Agua (líquida)	»	185	» » » » »
Benceno (líquido)	»	1700	» » » » »
Cuarzo cristalino	»	7	» » » » »
Sal gema (crist.)	»	5	» » » » »

La difusión molecular en los cristales también fue revelada con evidencia (G. S. Ländsberg y colaboradores, 1927—1930). De los

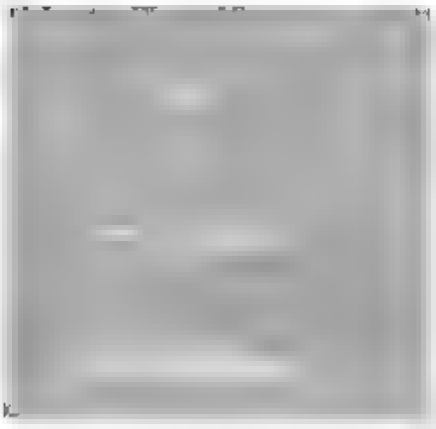


Fig. 29.4. Intensidad comparativa de dispersión molecular en el hidrógeno, el aire y el dióxido de carbono.

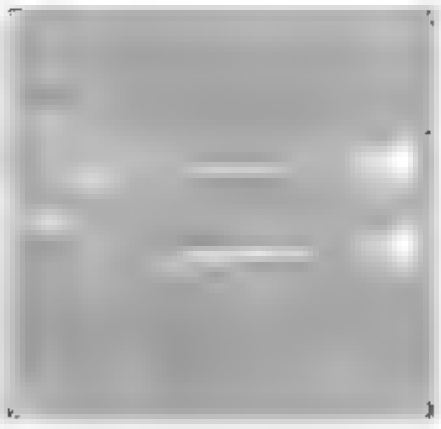


Fig. 29.5. Intensidad comparativa de dispersión molecular en el tetracloruro de carbono (CCl_4) y el benceno (C_6H_6).

cristales es imposible eleminar las inclusiones eventuales, por eso el número de objetos estudiados aquí es pequeño. El método que permitió distinguir la luz molecular difusa de la luz difundida por inclusiones eventuales, consistía en investigar la variación de la intensidad en función de la temperatura: la intensidad en el primer caso crece proporcionalmente a la temperatura absoluta, mientras que la intensidad de la luz parásita no depende de la temperatura.

Las figs. 29.4 y 29.5 muestran fotografías de la luz difundida por distintas sustancias en condiciones de luminosidad idéntica para cada una de ellas. Estas fotos permiten juzgar acerca del poder difusible relativo para distintas sustancias.

2) *Polarización de la luz durante la difusión.* Si la luz natural incide sobre una molécula en dirección OY (fig. 29.6), las oscilaciones de su vector eléctrico deben permanecer en el plano ZOX. Si se observa la luz difundida en dirección OX, entonces, en virtud del carácter transversal de las ondas, en tal dirección pasarán las ondas condicionadas sólo por la componente de la vibración del vector eléctrico que es perpendicular a OX. Así, pues, en la luz difundida bajo ángulo recto respecto al ángulo incidente, deben observarse solo las oscilaciones (del vector eléctrico) orientadas a lo largo de OZ, es decir, la luz debe estar completamente polarizada.

No obstante, las observaciones ulteriores demostraron que la polarización de la luz difusa nunca es completa. Si por I_y designamos la intensidad de la luz cuyas oscilaciones eléctricas se efectúan a lo largo del eje OY, y por I_z, la intensidad de la luz con oscilaciones

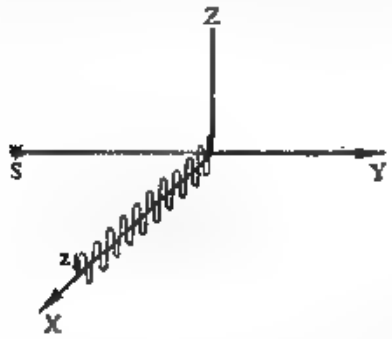


Fig. 29.6. Acerca de la polarización de la luz difusa

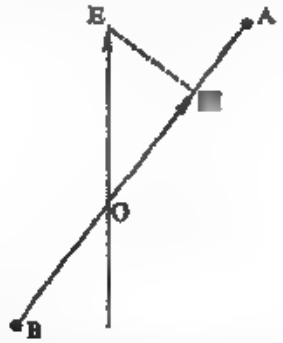


Fig. 29.7. Modelo de una molécula muy anisótropa.
La polarizabilidad en dirección perpendicular a AB es igual a cero.

a lo largo de OZ, el grado de polarización P se determinará por la relación:

$$P = \frac{I_z - I_y}{I_z + I_y}, \qquad (160.4)$$

Las consideraciones expuestas más arriba conducen a la deducción de que para $I_y = 0$, $P = 1$ (la polarización alcanza el 100%). Del experimento se desprende que I_y no siempre es igual a cero ni mucho menos: la luz está parcialmente despolarizada. Por lo general, como medida de despolarización se toma

$$\Delta = \frac{I_y}{I_z}. \qquad (160.5)$$

Para algunos gases Δ se diferencia de cero (para el hidrógeno $\Delta = 1\%$, para el nitrógeno $\Delta = 4\%$, para los vapores de bisulfuro de carbono $\Delta = 14\%$, para el ácido carbónico $\Delta = 7\%$).

Para los líquidos, el grado de despolarización es aún mayor, alcanzando para el benceno el 44%, para el bisulfuro de carbono el 68% y para el nitrotolueno incluso el 80% Raylaigh, quien también dio la explicación a este fenómeno, señaló que el mismo debe estar relacionado con la anisotropía óptica de las moléculas difusibles. En efecto, para una molécula anisótropa la dirección de la polarización eléctrica que surge en ella no coincide, hablando en general, con la orientación del vector del campo eléctrico de la onda.

Así, por ejemplo, si la molecula puede polarizarse a lo largo de sólo una dirección (el modelo de tal molécula en forma del palito AB se da en la fig. 29.7), el campo orientado a lo largo de OE provocará las mismas oscilaciones a lo largo de OA con una amplitud proporcional a la componente del campo OM cuyo valor depende del ángulo EOA. Si el medio está compuesto de semejantes moléculas, la onda secundaria también tendrá componentes eléctricas tanto a lo largo de OZ como de OY (fig. 29 8), cuyos valores dependen del grado de anisotropía de la molécula, o sea, la luz difusa en dirección perpendicular al haz primario será polarizada sólo parcialmente.

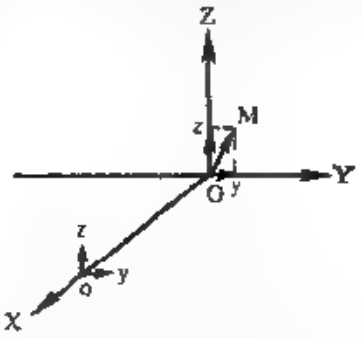


Fig. 29.8. Depolarización durante la difusión provocada por moléculas anisótropas.

De este modo, la despolarización parcial de la luz se explica por la anisotropía de las moléculas, es decir, por las mismas propiedades del medio que el efecto de birrefringencia en el campo eléctrico (efecto Kerr, véase § 152). Se pone de manifiesto la posibilidad de establecer la dependencia entre la constante de Kerr y la magnitud de despolarización. El experimento confirmó esta dependencia.

Al mismo tiempo las mediciones de la polarización permiten sacar conclusiones acerca de la anisotropía de las moléculas y se usan, de este modo, para deducir su estructura. Con este fin resultan muy útiles las mediciones en los vapores y gases, ya que en un medio líquido desempeñan un papel importante las interacciones de las moléculas cuyo control hasta el momento no se puede hacer con la precisión requerida. Son precisamente estas interacciones las que determinan una despolarización mucho mayor en los líquidos que en los vapores correspondientes. Por lo tanto, de la comparación de la despolarización en los vapores y en la fase líquida no se pueden sacar conclusiones de que en estado líquido las moléculas son más anisótropas que en el vapor.

En lo que se refiere a los gases, su investigación permite caracte-

rizar de un modo bastante completo los parametros ópticos fundamentales prefijados por el elipsoide de polarizabilidad. Para caracterizar por completo la molécula anisotropa es indispensable conocer los valores de la polarizabilidad en tres direcciones principales de la molécula, o sea, en el caso más general, es preciso conocer tres magnitudes. Para esto disponemos de otras tres magnitudes medidas independientemente, el índice de refracción, la constante de Kerr y el coeficiente de despolarización de la luz difusa.

Debido al movimiento térmico de las moléculas anisótropas del medio, además de las fluctuaciones de la densidad, también surgen fluctuaciones de las orientaciones de las moléculas anisótropas, o fluctuaciones de la anisotropía. Esto significa que el carácter estadístico del movimiento de las moléculas conduce a que en los volumenes pequeños en comparación con la longitud de onda de la luz, en cierta dirección resultó haber más moléculas orientadas del mismo modo que en cualquier otra dirección. Tal orientación predominante de las moléculas anisotropas o tales fluctuaciones de la anisotropía crearán una heterogeneidad óptica y, por consiguiente, provocarán la difusión de la luz.

Como ya se ha dicho, la luz difundida debido a las fluctuaciones de la densidad es por completo polarizada linealmente. El vector del campo eléctrico de esta onda luminosa se halla en el plano perpendicular al plano de difusión. La luz difundida a causa de la fluctuación de la anisotropía es despolarizada, con la particularidad de que el coeficiente de despolarización de esta luz, conforme a los cálculos y el experimento, constituye $\rho_n = 6/7$ al alumbrar el medio difusor con luz natural, y $\rho_y = 3/4$ al alumbrar ese medio con luz polarizada linealmente, cuyo vector eléctrico es perpendicular al plano de difusión al observar dicha difusión bajo un ángulo $\theta = 90°$.

La mezcla de luz difundida a causa de las fluctuaciones de la densidad y las fluctuaciones de la anisotropía, se caracteriza por cierto coeficiente de despolarización Δ (véase la fórmula (160.5)), el cual se determina por las aportaciones relativas de la luz despolarizada y la polarizada. El cálculo de la intensidad de la luz difundida a causa de las fluctuaciones de la anisotropía choca con grandes dificultades, ya que dichas fluctuaciones no pueden calcularse de la misma manera que las fluctuaciones de la densidad. Pero el problema del cálculo de la intensidad correspondiente fue resuelto fenomenológicamente para un modelo de líquido determinado. Aquí no reproduciremos ese cálculo, pero tendremos en cuenta la aportación de la luz (difundida a causa de la fluctuación de la anisotropía) a la intensidad total utilizando los valores de los coeficientes de despolarización, como fue hecho por Kabann (1927). Supongamos que la intensidad total de la luz difusa es $J = I + i$, donde I se expresa por la fórmula (160.2) para $\theta = 90°$ (en adelante la designaremos por I_{90}), i es la intensidad de la luz difundida debido a las fluctuaciones de la

anisotropía. Si admitimos que la luz natural incidente se propaga a lo largo del eje Y (fig. 29 8), la observación de la luz difusa se realiza a lo largo del eje X, y el eje Z es perpendicular al plano de difusión, entonces

$I = I_z$ e $i = i_x + i_z$ y, por lo tanto,

$J = I_z + i_x + i_z$.

Como ya se había indicado anteriormente,

$$\Delta = \frac{i_x}{I_z + i_z}$$

y

$$\rho_u = \frac{i_x}{i_z} = \frac{6}{7}.$$

Tomando en consideración estas determinaciones de la intensidad, así como los coeficientes de despolarización, y excluyendo i_x e i_z, obtenemos

$$J_{90} = I_{90} f(\Delta)$$

Aquí J_{90} es la intensidad total para $\theta = 90°$, el factor

$$f(\Delta) = \frac{6 + 6\Delta}{6 - 7\Delta}$$

se denomina factor de Kabann.

De las fórmulas escritas más arriba es fácil obtener la siguiente relación

$$i/I = \frac{13\Delta}{6 - 7\Delta};$$

de donde se desprende que para los líquidos como la glicerina ($\Delta \approx \approx 0{,}30$), la intensidad de la luz difusa polarizada es aproximadamente igual a la intensidad de la luz difusa despolarizada. Si $\Delta \approx \approx 0{,}68$ (como en el caso del bisulfuro de carbono), la intensidad de la luz difundida debido a las fluctuaciones de la anisotropía, supera siete veces la intensidad de la luz difundida a causa de las fluctuaciones de la densidad.

§ 161. Espectros de la difusión molecular de la luz

Las fluctuaciones de la presión, la entropía o la temperatura, la concentración y la anisotropía surgen y se «disipan» en función del tiempo. Diversas fluctuaciones se forman y varían obedeciendo leyes diferentes.

La fluctuación surgida de la presión, la cual se puede considerar como el aumento o la disminución local de esta última, claro está

que no puede permanecer «inmóvil» en un cuerpo elástico, sino que «correrá» por todo el volumen de la sustancia a velocidad de propagación de la perturbación elástica. Las fluctuaciones de la concentración variarán con una velocidad determinada por los coeficientes de difusión, mientras que las fluctuaciones de la entropía, variarán con una velocidad determinada por el coeficiente de conductibilidad térmica de la sustancia.

Todas estas variaciones temporales de la heterogeneidad óptica conducirán al cambio de la amplitud y la fase de la luz difusa según la ley correspondiente al carácter de la variación temporal de la referida heterogeneidad.

Como se mostró en los §§ 4, 22, la variación (modulación) de la amplitud y la fase de la onda luminosa en función del tiempo conducirá al cambio de la composición espectral de la radiación luminosa monocromática. El carácter de dicho espectro dependerá del tipo de función modulante o, con otras palabras, del tipo de variación de la amplitud y la fase de la luz difusa en función del tiempo.

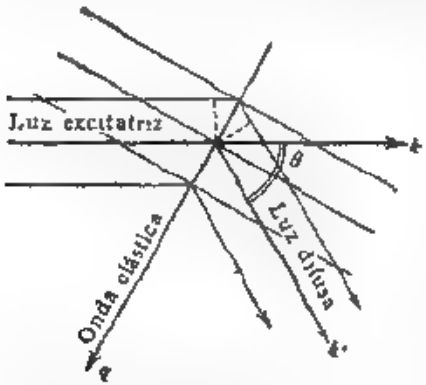


Fig. 29.9 Difracción de la luz en una onda elástica fluctuante.

a. *Componentes de Mandelshtám—Brillouin.* Las fluctuaciones adiabáticas de la densidad o las fluctuaciones de la presión pueden considerarse como un conjunto de ondas elásticas que se propagan en un medio según todas las direcciones posibles y que poseen todas las frecuencias (representación de la fluctuación en forma de la integral de Fourier).

Al calcular la capacidad calorífica del sólido (Debye), la energía del movimiento térmico se considera como la energía de $3N$ oscilaciones normales elásticas (ondas) de dicho cuerpo. Estas ondas elásticas de Debye y las *fourier*-componentes, en las que se descomponen las fluctuaciones adiabáticas de la densidad, son las mismas ondas (L. I. Mandelshtám). Desde este punto de vista, la luz difundida a causa de las fluctuaciones adiabáticas de la densidad, es la luz que produce difracción en las ondas térmicas elásticas.

Al dirigir dentro de un medio un haz de luz paralelo, por ejemplo, de laser, podemos observar la luz que difractó prácticamente en una sola onda acústica (sonora) o elástica. Si a un medio se dirige una onda monocromática plana $E = E_0 \cos [\omega_0 t - (kr)]$ con el vector ondulatorio k, la cual encuentra una onda elástica $A = A_0 \cos [\Omega t - (qr)]$ con el vector ondulatorio q, el máximo de luz difractada se

verá en la dirección correspondiente a la condición de Bragg (véase § 119), o sea, (fig. 29.9):

$$k' - k = \pm q$$

(k' es el vector ondulatorio de la luz difusa); suponiendo que $|k'| \approx \approx |k| = \frac{2\pi}{\lambda} n$ y $|q| = 2\pi/\Lambda$, obtenemos

$$2n\Lambda \operatorname{sen} {}^1/_2\theta = \lambda, \qquad (161.1)$$

donde Λ y λ son las longitudes de las ondas sonoras y de la luz incidente, respectivamente. La amplitud de la luz difractada en una onda elástica estacionaria en la dirección determinada por el ángulo de difusión θ, variará según la ley de cos Ωt, donde Ω es la frecuencia de la onda sonora o elástica.

Por eso el campo de la luz difusa se puede escribir de la siguiente manera:

$E(t) \sim E_0 \cos \Omega t \cos \omega_0 t \sim {}^1/_2 E_0 [\cos(\omega_0 + \Omega) t + \cos(\omega_0 - \Omega) t]$.

Por lo tanto, en la luz difusa deben observarse dos satélites con frecuencias

$$\omega_0 + \Omega \quad \text{y} \quad \omega_0 - \Omega,$$

situadas simétricamente por ambos lados de la frecuencia de la luz incidente ω_0 ($\omega_0 + \Omega$ son satélites anti-Stokes, y $\omega_0 - \Omega$, satélites Stokes). Estos satélites se denominan componentes de Mandelshtám—Brillouin y forman la estructura fina de la línea de Rayleigh. La frecuencia de la onda térmica elástica que provocó la modulación de la onda luminosa puede escribirse (teniendo en cuenta (161.1) y las relaciones $\omega_0 = 2\pi c/\lambda$) del modo siguiente:

$$\Omega = vq = v\frac{2\pi}{\Lambda} = \frac{4\pi n v}{\lambda} \operatorname{sen} {}^1/_2\theta = 2\omega_0 n \frac{v}{c} \operatorname{sen} {}^1/_2\theta, \qquad (161.2)$$

donde v es la velocidad de propagación de la onda elástica, correspondiente a la frecuencia Ω.

Así, pues, la variación relativa de la frecuencia de los satélites se puede escribir de la forma

$$\pm\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \pm\frac{\Omega}{\omega_0} = 2n\frac{v}{c} \operatorname{sen} {}^1/_2\theta, \qquad (161.3)$$

donde $\Delta\omega$ es el desplazamiento de la componente de Mandelshtám—Brillouin. Esta última fórmula fue obtenida por ambos científicos, independientemente uno de otro, y por eso lleva su nombre.

También se puede llegar a la relación (161.3) examinando la difracción de la luz en la onda progresiva. En la dirección determinada por el ángulo θ llega la luz reflejada de las ondas progresivas que se mueven a velocidades de $\pm v$. Tomando en consideración el efecto Doppler, podemos obtener la fórmula de Mandelshtám—Brillouin (161.3).

De esta fórmula se deduce con evidencia que las frecuencias del sonido Ω, que determinan la difusión de la luz, se hallan en el intervalo desde cero (para $\theta = 0$) hasta el valor máximo $\Omega = \ln \omega_0/c$ (para $\theta = 180°$). Teniendo en cuenta que para los gases c es del orden de 10^4, para los líquidos del orden de 10^3 y para los cristales del orden de 10^4 cm/s, hallamos para las frecuencias máximas los valores del orden de $10^{-4}\omega_0$, $10^{-3}\omega_0$ y $10^{-4}\omega_0$, respectivamente. Para la luz verde de $\lambda = 48$ nm, las frecuencias máximas se hallan en el intervalo de 10^8 a 10^{11} s^{-1} para distintas sustancias.

Estas pequeñas variaciones de la frecuencia de la luz $\Delta\omega$ sólo pueden ser registradas en dispositivos espectrales de alto poder separador, por ejemplo, en el interferómetro de Fabry-Perot o en el espectrógrafo de difracción con una red dotada de gran número de rayas. La presencia de una estructura fina en las líneas de Rayleigh

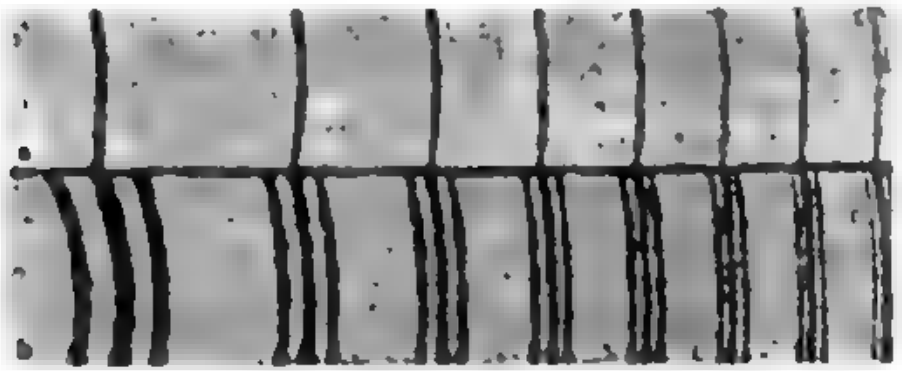


Fig. 29.10. Espectro de interferencia de la estructura fina de la raya de difusión en benceno a temperatura ambiente, excitada por una raya de 632,8 nm de radiación del láser a mezcla de gases de helio y neón:

a) espectro de la raya estimulada; b) espectro de la estructura fina de la raya de difusión.

la descubrieron experimentalmente por primera vez (1930) Landsberg y Mandelshtam en un monocristal de cuarzo, y Gross en los líquidos.

La fig. 29.10 ilustra la foto del espectro de radiación difundido en benceno, realizado por medio del interferómetro de Fabry-Perot, alumbrando el líquido con una luz de láser a mezcla de helio y neón con $\lambda = 632.8$ nm.

La medición de la distancia entre los componentes de Mandelshtam-Brillouin $2\Delta\omega$ da la posibilidad (véase (161.3)) de determinar la velocidad del sonido de una frecuencia bastante alta (incluso de hasta $10^{10}-10^{11}$ Hz). La comparación de esta velocidad con su valor a bajas frecuencias, que se mide en los experimentos acústicos y ultraacústicos, permite estudiar la dispersión de la velocidad de sonido.

El amortiguamiento de las ondas elásticas determina el ensanchamiento de las componentes de Mandelshtám—Brillouin, con la particularidad de que la semianchura de la componente es igual a

$$\delta\omega_{MB} = 2\alpha v, \qquad (161.4)$$

donde α es el coeficiente de amplitud de amortiguamiento del sonido. La medición de las anchuras $\delta\omega_{MB}$ permite determinar el factor de amortiguamiento del sonido de alta frecuencia (hipersonido).

La intensidad integral de ambas componentes de Mandelshtám—Brillouin se determina por el primer sumando entre llaves (160.2).

b. *Componente central.* El espectro de la luz difundida a causa de las fluctuaciones isobáricas de la densidad, se diferencia del espectro de la luz que acabamos de examinar, la cual se difunde a causa de las fluctuaciones adiabáticas.

En efecto, las variaciones temporales de las heterogeneidades ópticas, provocadas por las fluctuaciones de la entropía o la temperatura (véase (160.2)), se someten a la ecuación de la conductibilidad térmica, cuya solución, en un caso dado, proporciona una dependencia exponencial del tiempo. Por lo tanto, en este caso, la función que modula la amplitud de la onda luminosa depende exponencialmente del tiempo, y en la luz difusa aparecerá una raya espectral con su máximo en la frecuencia de la luz inicial—componente central—con una semianchura de

$$\delta\omega_c = q^2\chi; \qquad q = \frac{4\pi n}{\lambda}\operatorname{sen}{}^1/_2\vartheta,$$

donde χ es el coeficiente de conductibilidad térmica, igual a $\varkappa/c_p\rho$ (aquí $\varkappa$ es el coeficiente de conductibilidad calorífica).

La intensidad integral de la luz difundida debido a las fluctuaciones isobáricas de la densidad, se determina por el segundo sumando entre llaves de (160.2).

La variación temporal de las heterogeneidades ópticas provocadas por las fluctuaciones de la concentración se somete a la ecuación formalmente coincidente con la ecuación de la conductibilidad térmica, pero después de sustituir χ por la constante de difusión D. Por esta razón, la posición de la raya espectral de la radiación difundida a causa de las fluctuaciones de la concentración, coincide con la componente central, pero tiene otra anchura, igual a

$$\delta\omega_{conc} = q^2D,$$

donde D es la constante de difusión mutua de las moléculas de la solución. Por cuanto D en condiciones corrientes es en varios órdenes inferior a χ, la raya correspondiente será en esas mismas veces más estrecha, y la intensidad integral de la raya resultará mayor que la intensidad determinada por las fluctuaciones isobáricas (siendo los ángulos de difusión iguales). Este hecho permite hallar D midiendo

la anchura de la componente central en la solución. Una estimación aproximada de las anchuras para $\theta = 90°$ y $\lambda = 435{,}8$ nm puede ser ilustrada escribiendo el orden de los valores de $\delta\omega$ para los líquidos ($n \approx 1{,}5$; $v = 1{,}5 \cdot 10^5$ cm/s):

$\delta\omega_{MB} \sim 7 \cdot 10$ s^{-1}, $\delta\nu_{MB} \sim 4 \cdot 10^{-2}$ cm^{-1} ($\alpha\lambda = 0{,}5$),

$\delta\omega_c \sim 10$ s^{-1}, $\delta\nu_c \sim 5 \cdot 10^{-4}$ cm^{-1} ($\chi \sim 10^{-3}$ cm^2/s),

$\delta\omega_{conc} \sim 10^5$ s^{-1}, $\delta\nu_{conc} \sim 5 \cdot 10^7$ cm^{-1} ($D \sim 10^{-5}$ cm^2/s).

c. *Relación de las intensidades de las componentes de la estructura fina de la raya (línea) de Rayleigh.* La relación entre la intensidad integral de la componente central I_c, o entre la intensidad de la luz difundida a causa de las fluctuaciones isobáricas de la densidad, y la intensidad sumaria de ambas componentes de Mandelshtám—Brillouin $2I_{MB}$, o la intensidad de la luz difundida debido a las fluctuaciones adiabáticas de la densidad, se puede hallar fácilmente de la relación entre el segundo sumando entre llaves de la fórmula (160.2), y el primer sumando:

$$\frac{I_c}{2I_{MB}} = \frac{\left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_p^2}{\left(\rho\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_S^2}\frac{\sigma^2 T}{b_{pp}\beta_S}. \qquad (161.5)$$

Tomando en consideración que

$$\gamma = c_p/c_V = \beta_T/\beta_S = 1 + \frac{T\sigma^2}{\rho c_p \beta_S},$$

donde c_V es la capacidad calorífica en un volumen constante, y suponiendo que $\left(\sigma\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_S^2 \approx \left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_p^2$, de la fórmula (160.2) hallamos

$$\frac{I_c}{2I_{MB}} = \gamma - 1. \qquad (161.6)$$

Esta fórmula fue obtenida por L. D. Landau y G. Plachec (1934) y lleva el nombre de relación de Landau—Plachec. La misma concuerda cualitativamente con el experimento.

Por ejemplo, para el agua $\gamma \approx 1$ y en el espectro de la luz difusa falta la raya central. Este hecho se comprende fácilmente si se recuerda que el coeficiente de dilatación del agua, a temperatura de unos 4 °C, pasa por el cero, y en la expresión para γ el segundo sumando se anula. Casi en todas las demás sustancias $\gamma > 1$ y la componente central se ve claramente (véase la fig. 29.10).

La investigación de los espectros de la difusión molecular de la luz es un método potente y un instrumento bastante universal para el estudio de diversas características y propiedades de las sustancias en distintos estados de agregación y en condiciones exteriores dife-

rentes. La medición de la posición de las componentes discretas de Mandelshtám—Brillouin da una idea clara del comportamiento de las constantes elásticas para diversas direcciones cristalográficas en el sólido, incluidas las zonas de transición de fase, lo cual representa un interés especialmente importante.

La medición de las semianchuras de las componentes de Mandelshtám—Brillouin proporciona datos acerca de la absorción del hipersonido, lo cual resulta muy eficaz al estudiar los líquidos y las soluciones, incluida la zona de transformaciones físicas. La nueva técnica de espectroscopia permite no solo determinar la semianchura de estas líneas, sino también, empleando las fórmulas (161.4) y la expresión para $\delta\omega_{entre}$, hallar el coeficiente de conductibilidad térmica y la constante de difusión mutua de las soluciones, así como observar su cinética térmica y establecer la ley con arreglo a la cual estas magnitudes tienden a cero al aproximarse al punto crítico del estado líquido—vapor y al punto crítico de estratificación de las soluciones.

d. *Espectro de la luz difundida a causa de las fluctuaciones de la anisotropía.* El espectro de la luz difundida debido a las fluctuaciones (variables con el tiempo) de la anisotropía de los líquidos, representa una banda más o menos ancha con el máximo correspondiente a la frecuencia de la luz excitatriz y que se extiende a 150 cm^{-1} por cada lado e incluso más (bisulfuro de carbono, benceno, nitrobenceno, etc.). Este espectro se denomina *ala de la raya de Rayleigh*, y el cuadro descrito, de distribución de la intensidad, se observa cuando para la excitación se emplea luz natural o luz polarizada linealmente.

El coeficiente de despolarización en el ala de la raya de Rayleigh es igual a $^6/_7$ al excitar con luz natural, y a $^3/_4$ al excitar con luz polarizada linealmente cuyo vector eléctrico es perpendicular al plano de difusión. Al excitar con tal luz polarizada linealmente y al observar el espectro de la luz difusa cuyo vector eléctrico se halla en el plano de difusión, fue establecido que en la frecuencia de la luz excitatriz existe una «hendidura» que a veces alcanza el 30% de la intensidad máxima (I. L. Fabelinski y colaboradores, 1967).

De este modo, en el ala de la raya de Rayleigh se observa una estructura fina debida a la modulación de la luz difundida a causa de las fluctuaciones de la anisotropía, provocadas por las ondas transversales. La velocidad de estas ondas en los líquidos de pequeña viscosidad se halla dentro de los límites de 100 y 200 m/s.

La teoría establecida, de distribución de la intensidad en el ala de la raya de Rayleigh (M. A. Leontovich, 1941; S. M. Rytov, 1957, 1970) junto con los resultados de las mediciones permiten determinar los tiempos de relajamiento de la anisotropía.

Los resultados obtenidos no sólo tienen valor científico, sino también práctico, puesto que precisamente estos tiempos determinan el tiempo de existencia de la birrefringencia en el campo eléctrico (fenómeno de Kerr, véase § 152) y, por consiguiente, estos tiempos

determinan la exposición mínima al emplear la célula de Kerr a título de obturador «fotográfico». Tal obturador ahora se usa ampliamente al investigar diversos procesos que transcurren con gran velocidad, y también tiene otras aplicaciones prácticas.

e. *Dispersión estimulada de Mandelshtám—Brillouin.* En los casos de difusión de la luz, examinados más arriba, sólo se tomaba en consideración el influjo de las heterogeneidades ópticas del medio de diverso origen sobre el carácter de propagación de la luz, sin tener en cuenta la influencia de la luz sobre las heterogeneidades ópticas. Mientras la intensidad de la luz excitatriz es tan pequeña que no puede influir sustancialmente sobre el carácter de las heterogeneidades del medio, es admisible prescindir de dicha influencia sobre el medio. Pero en caso de que la intensidad de la luz excitatriz sea grande e influya considerablemente sobre el carácter de movimiento interno del medio, es indispensable tomar en consideración la acción de la luz sobre las heterogeneidades ópticas. Cuando sobre el medio actúa la luz intensa de un impulso gigantesco de laser (véase cap. 40), surge una serie de fenómenos ópticos no lineales. Una de las clases de tales fenómenos se denomina dispersión estimulada de la luz.

Aquí examinaremos cualitativamente sólo uno de los tipos de dispersión estimulada: la dispersión estimulada de Mandelshtám—Brillouin (DEMB), cuyo origen se debe a la difusión de la luz condicionada por las fluctuaciones térmicas de la presión (véase lo expuesto más arriba).

La causa física de la dispersión estimulada de Mandelshtám - Brillouin consiste en que la onda luminosa intensa de la luz excitatriz, la onda inicial débil de la luz difusa y la onda elástica térmica, la cual, como se ha indicado anteriormente, determina las componentes discretas de Mandelshtám—Brillouin, accionan entre sí no linealmente. Tal interacción no lineal se realiza mediante el fenómeno de electrostricción.

El fenómeno de electrostricción consiste en que el dieléctrico en un campo eléctrico varía de volumen, de modo que surge una presión de electrostricción, la cual se puede expresar mediante la relación

$$p = \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right) \frac{E^2}{8\pi}, \qquad (161.7)$$

donde ε ($=n^2$) es la constante dieléctrica del medio. La magnitud $\left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)$ es del orden de la unidad, por lo tanto la presión se determina por el valor de la intensidad del campo eléctrico. Como se señalará en el cap. 40, la intensidad del campo eléctrico de la onda luminosa en un impulso gigantesco de laser puede alcanzar valores típicos

de los campos intraatómicos, entonces la presión de electrostricción puede constituir centenares de miles de atmósferas.

Para la aclaración cualitativa aproximada de la naturaleza de la DEMB consideraremos que en el medio existe un campo de onda luminosa excitatriz $E_0 \cos(\omega t - kr)$ (gigantesco impulso de láser) y, como resultado de la difusión de la luz, el campo de un sólo satélite de Stokes $E_1 \cos[(\omega - \Omega)t - k_1 r]$. Como se ha mostrado anteriormente, el campo de este satélite surge a consecuencia de la dispersión de la luz bajo el ángulo de Bragg y la modulación de la luz difusa por la onda térmica con frecuencia Ω.

Para hallar p (véase la fórmula (161.7)) es necesario elevar al cuadrado la suma de ambos campos escritos más arriba. Después de tal operación y las transformaciones trigonométricas elementales obtenemos que p se compone de términos de alta frecuencia con fre-

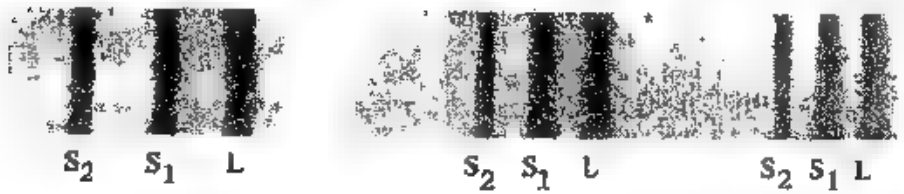


Fig. 29.11. Espectro de la dispersión estimulada de Mandelshtám—Brillouin en el cuarzo fundido:
L, raya de la luz excitatriz de un láser a rubí, S_1 y S_2, primera y segunda componentes de Stokes de dicha dispersión

cuencias luminosas y de la componente con una frecuencia sonora Ω. El sonido con frecuencia luminosa se amortigua intensamente y por eso no puede propagarse, por eso es necesario omitir los términos correspondientes y quedará la expresión

$$p = \frac{1}{8\pi}\left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right) E_0 E_1 \cos(\Omega t - qr). \qquad (161.8)$$

Aquí el segundo miembro coincide con la expresión de la onda sonora responsable de la formación de la componente de Stokes de Mandelshtám—Brillouin. La amplitud de la onda inicial débil, al ser multiplicada por E_0, conducirá al incremento del campo eléctrico de la onda luminosa de la componente de Stokes, lo que a su vez llevará al crecimiento de la presión, etc. Este proceso de amplificación paramétrica transcurrirá hasta que la intensidad de la onda luminosa «difusa» no sea comparable con la intensidad de la luz excitatriz.

El fenómeno de dispersión estimulada de Mandelshtám—Brillouin fue observado en los cristales de cuarzo y zafiro (Chiao, Townes,

Stoichev, 1964) y luego fue hallado en los vidrios, líquidos y gases. La fig. 29.11 muestra el espectro de DEMB en cuarzo fundido. En el espectro se ven dos componentes de Stokes de DEMB al observar la luz difusa bajo un ángulo de 180°. La segunda componente surge a causa de que la primera alcanza el láser, se amplifica en éste y, tras regresar a la muestra, ella misma provoca las componentes de Stokes de DEMB. El número de tales componentes originadas sucesivamente puede ser muy grande. Sin embargo, existen condiciones del experimento en las que pueden observarse componentes de anti-Stokes durante la dispersión estimulada.

Cada tipo de dispersión espontánea o térmica inicia la dispersión estimulada. Además de la DEMB fue descubierta la dispersión estimulada del ala de la raya de Rayleigh (Mash, Morózov, Starunov, Fabelinski, 1965) y la dispersión estimulada térmica o de entropía (Zaítsev, Kizlásov, Starunov, Fabelinski, 1967). Ha sido establecida la teoría rigurosa de estos fenómenos.

§ 102. Dispersión Raman de la luz

De acuerdo con la ley de Rayleigh la distribución de la energía en la luz difusa se diferencia de la distribución en la luz primaria por un valor relativamente mayor en la parte del espectro de onda corta. La fig. 29.12 da una idea cualitativa del carácter de ese fenómeno. Dicha figura ilustra las fotografías del espectro de la luz directa de una lámpara de vapor de mercurio y el espectro de esa misma lámpara en la luz difundida en el aire. Las exposiciones se eligen de manera que sean aproximadamente equivalentes a la intensidad de la raya de mayor longitud de onda. Entonces la diferencia de las intensidades en la parte del espectro de ondas más cortas se manifiesta con más claridad.

Conforme a las investigaciones anteriores, la diferencia indicada se consideraba la única distinción en los espectros de la luz difusa y directa. Pero el estudio minucioso demostró (Raman, G. S. Ландсберг y L. I. Mandelshtám, 1928) que en el espectro de la luz difusa, además de las rayas que caracterizan la luz incidente, también se observan rayas complementarias, satélites que acompañan cada raya de la luz primaria (figs. 29.13, 29.14).

Como los satélites acompañan cualquier raya espectral de la luz primaria, está claro que su revelación sólo es posible en el caso de que la luz incidente sea un conjunto de rayas aisladas (monocromáticas) y no un espectro continuo. La experiencia permitió establecer las siguientes leyes de este fenómeno:

1) Los satélites acompañan cada raya de la luz primaria.

2) La diferencia $\Delta\nu$ en las frecuencias de la raya primaria excitatriz ν_0 y las rayas de cada uno de los satélites ν', ν'', ν''', ...,

es típico de la sustancia dispersante y es igual a las frecuencias de las propias oscilaciones ν^i de sus moléculas:

$$\Delta\nu_1 = \nu_0 - \nu' = \nu_1^i,$$
$$\Delta\nu_2 = \nu_0 - \nu'' = \nu_2^i,$$
$$\Delta\nu_3 = \nu_0 - \nu''' = \nu_3^i, \quad \ldots$$

De ejemplo puede servir esta tabla.

Tabla. *Comparación de los números de onda para el tolueno según los datos de los espectros infrarrojos y la dispersión Raman*

Dispersión Raman	Espectros infrarrojos	
3067	-	Los números de onda citados en la tabla muestran el número de ondas que ocupan un centímetro. Para obtener las frecuencias (número de oscilaciones por segundo) es necesario multiplicar estos números por $3 \cdot 10^{10}$ (velocidad de la luz).
3054**	—	
3032	—	
2981	2900*	
2920	—	
2870	1859	Las cifras señaladas con un asterisco significan las rayas intensas, y las señaladas con dos asteriscos, las rayas muy intensas.
1605	1608*	
—	1494	
1380	1456*	
1211*	1384	
1156*	1311	
1090	1213	
1031	1158	
1004**	1075*	
786**	1033*	
623	911	
521	—	
217	892	
	841	
	729**	
	693**	

3) Los satélites son dos sistemas de rayas dispuestas *simétricamente* por ambos lados de la raya excitatriz, o sea,
$\nu_0 - \nu_r = \nu_v - \nu_0$.

Aquí ν_r significa las frecuencias de los satélites situados en la parte de las ondas más largas que las excitatrices, y ν_v, las frecuencias de los satélites correspondientes situados en la parte contraria. Los primeros satélites, dispuestos más cerca de la parte roja del espec-

tro y por lo cual se denominan «rojos» (α en la fig. 29.14), son de mayor intensidad que los correspondientes satélites «violetas» (β en la fig. 29.14).

4) Con el aumento de la temperatura, la intensidad de los satélites «violetas» crece con rapidez.

Es posible concebir la esencia del fenómeno de dispersión Raman utilizando la idea simplificada de los cuantos luminosos. En virtud de esta idea la luz de frecuencia ν_0 se propaga en forma de determinadas porciones (*cuantos*), cuyo valor es $h\nu_0$, donde $h = 6{,}62 \times \times 10^{-34}$ J·s es la constante universal introducida por Planck*). Conforme a esto, el átomo o molécula en los que se realizan oscilaciones con frecuencia ν_0, contienen una reserva de energía $h\nu_0$ que puede emitirse por este átomo (molécula) en forma de luz de la misma frecuencia. Desde este punto de vista, la difusión de la luz por las

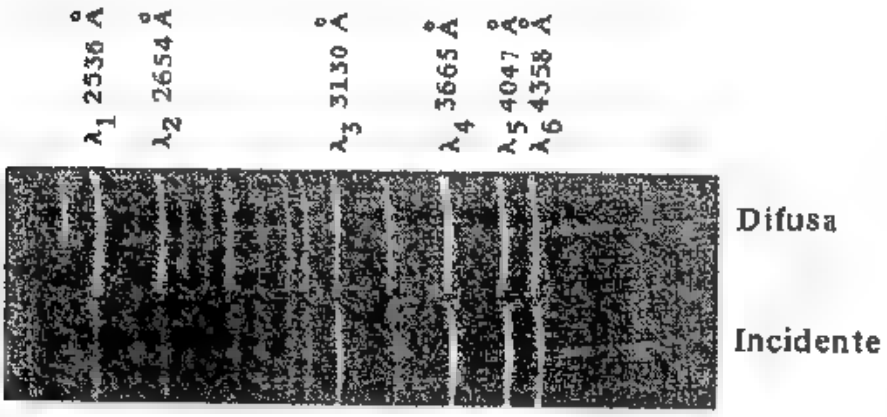


Fig. 29.12. Espectro de la luz directa de una lámpara de vapores de mercurio, y espectro de esa misma lámpara en una luz difusa.
Se ve claramente el aumento relativo de la intensidad de las ondas cortas en la luz difusa

moléculas ha de considerarse simplemente como la colisión de los cuantos luminosos, o sea, los fotones, con las moléculas, debido a lo cual estos últimos cambian la dirección de su trayectoria, es decir, se dispersan hacia los lados. Las colisiones de los fotones con las moléculas pueden ser tanto elásticas como no elásticas. En el primer caso la energía de la molécula y la frecuencia ν_0 del fotón no varían, lo que corresponde a la difusión de Rayleigh. Siendo las colisiones no elásticas, la energía del fotón aumenta o disminuye en un cuanto oscilante $h\nu_i$. Si la luz interacciona con la molécula

*) Una información más detallada de los cuantos luminosos se da en el cap. 32.

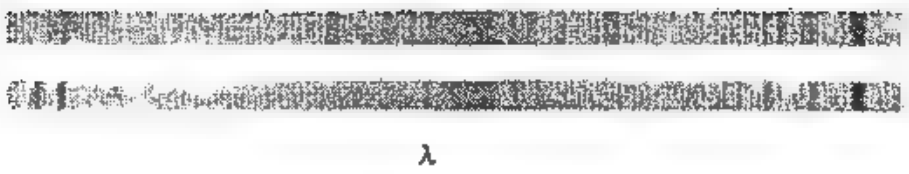


Fig. 29.13. *Espectro de dispersión Raman del tetracloruro de carbono.*
Abajo, para la comparación se muestra el espectro de una lámpara de vapores de mercurio.

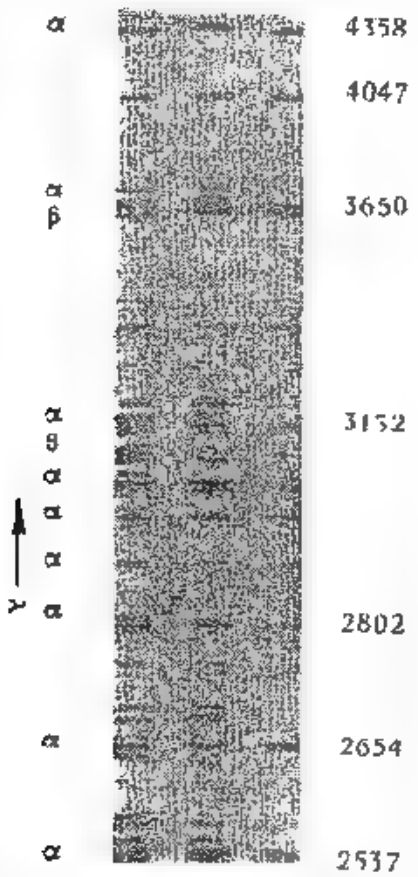


Fig. 29.14. *Espectro de dispersión Raman del cuarzo:*
1, espectro de la lámpara de vapores de mercurio, 2, espectro de dispersión del cuarzo a la temperatura de 20 °C; 3, espectro de dispersión del cuarzo a la temperatura de 920 °C. α, satélites «rojos», β, satélites «violetas».

que no oscila, le entrega a ésta la parte correspondiente de energía y se transforma en una radiación de menor frecuencia («satélite rojo») de acuerdo con la ecuación

$$h\nu' = h\nu_0 - h\nu_i, \quad \text{o bien}$$

$$\nu' = \nu_0 - \nu_i,$$

donde ν_0 es la frecuencia de la luz excitatriz, y ν_i, la frecuencia de oscilación de la molécula.

Pero si la luz influye sobre la molécula que se halla en estado de oscilación, es decir, que posee una energía $h\nu_i$, entonces puede quitarle esa energía, transformándose en una radiación de *mayor* frecuencia («satélite violeta») de acuerdo con la ecuación

$$h\nu' = h\nu_0 + h\nu_i, \quad \text{o bien} \quad \nu' = \nu_0 + \nu_i.$$

El número de moléculas que se encuentran en estado de oscilación (con exceso de energía) es mucho inferior al número de moléculas no excitadas, por eso la intensidad del satélite violeta es mucho menor, lo que se observa en el experimento.

Al elevarse la temperatura, el número de moléculas excitadas crece con rapidez, conforme a esto debe aumentar la intensidad de los satélites violetas, lo que también se comprobó experimentalmente. El aumento de la intensidad de los satélites violetas se muestra en la fig. 29.14, donde el espectro 2 corresponde a la temperatura de la sustancia dispersante (del cuarzo), igual a 20 °C, y el espectro 3, a la temperatura de 210 °C.

La simple teoría expuesta, transmitiendo los principales rasgos del fenómeno, no aclara una serie de sus importantes peculiaridades. Ante todo queda sin aclarar la diferencia muy seria señalada en la pág. 205. Algunas rayas infrarrojas muy intensas se manifiestan en los espectros Raman como muy débiles, y a veces no se ven por completo, por el contrario, ciertas rayas, además con frecuencia las más intensas de la dispersión Raman, no pueden ser halladas entre los espectros infrarrojos de absorción. Además, la teoría cuántica simplificada no permite observar ninguna relación con la teoría general de difusión de la luz, con la cual operamos hasta ahora con éxito. La solución completa del problema ha de buscarse en una teoría cuántica más perfecta. Sin embargo, hasta cierta medida podemos aclarar la cuestión examinándola dentro de los márgenes de las ideas clásicas que hemos utilizado hasta ahora. Sólo debe tenerse en cuenta que no podremos obtener un cuadro completo sin introducir en nuestras ideas clásicas ciertas «correcciones» correspondientes al carácter cuántico del fenómeno que distingue, en esencia, todos los fenómenos de interacción de la luz y la sustancia.

La alteración de la homogeneidad óptica puede determinarse, como se ha señalado anteriormente, por las variaciones del valor del

producto Na, donde N es el número de moléculas en la unidad de volumen, y α, el coeficiente de polarizabilidad de la molécula. Las fluctuaciones del valor de N condicionan la difusión de la luz examinada más arriba (difusión de Rayleigh). La fluctuación del valor de α puede ser otra causa que determine la difusión.

Las variaciones de la polarizabilidad pueden tener lugar si cambia la configuración de ciertas partes (átomos) que componen la molécula, lo que siempre ocurre al oscilar los átomos que entran en la molécula. Los desplazamientos de los átomos en el transcurso de dichas oscilaciones pueden conducir a la variación del campo interior de la molécula, el cual influye sobre los electrones cuyo desplazamiento bajo la acción de la luz determina precisamente la polarización de la molécula. Si estas variaciones facilitan o dificultan el desplazamiento de los electrones, entonces tropezamos, por lo tanto, con el cambio de la polarizabilidad α.

Las moléculas cuya polarizabilidad se diferencia de la polarizabilidad media, están distribuidas por todo el volumen de la sustancia según las leyes de casualidad, además, las oscilaciones de distintas moléculas se caracterizan por fases diferentes. Este hecho puede conducir a la fluctuación del índice de refracción, es decir, a la alteración de la homogeneidad óptica, determinando de este modo la difusión de la luz.

Como las referidas variaciones de la polarizabilidad, determinadas por las oscilaciones de los átomos en la molécula, tienen carácter periódico, consiguientemente, la intensidad de la luz difusa también variará periódicamente con la frecuencia de estas oscilaciones intermoleculares ν_i. Por lo tanto, la luz difusa cuya frecuencia debe ser igual a la de la luz incidente ν_0, es una luz *modulada* con una frecuencia de modulación ν_i, lo que corresponde a la luz con una frecuencia modificada $\nu_0 \pm \nu_i$ (véase la Introducción). Así, pues, este tipo de difusión de la luz ha de ir acompañado de la variación de la frecuencia de la luz incidente a la par de la luz de frecuencia inicial deben aparecer rayas de frecuencia modificada (satélites). La frecuencia de la luz difusa consta, de este modo, de la frecuencia de la luz incidente y de la frecuencia de la oscilación intermolecular (generalmente, infrarroja). Por eso la dispersión Raman también es conocida como dispersión *combinada*.

Este estudio clásico permite comprender que las intensidades de las líneas de Raman e infrarrojas de una frecuencia dada pueden distinguirse en sumo grado una de otra. En efecto, la intensidad de la línea de Raman de frecuencia ν se determina por el grado de *variación de la polarizabilidad* de la molécula α cuya oscilación corresponde a esta frecuencia. Pero la intensidad de la raya infrarroja de absorción de esa misma frecuencia dependerá de la aptitud de esta oscilación para excitarse bien bajo la acción de la luz infrarroja de frecuencia adecuada, es decir, de lo bien que esa molécula reac-

ciona ante el influjo del campo electromagnético de la onda transmitida. Semejante reacción se determina por *las variaciones del momento eléctrico* de la molécula durante la oscilación correspondiente. Estas dos variaciones (cambio de la polarizabilidad y cambio del momento eléctrico) pueden expresarse de distinto modo para oscilaciones diferentes. Por eso unas de estas oscilaciones estarán mejor representadas en los espectros infrarrojos, y las otras, en los espectros de Raman.

Por ejemplo, al oscilar los átomos en la molécula de CO_2 (fig. 29.15,*b*), la posición de éstos varía de modo que cambia intensamente su polarizabilidad, mientras que el momento eléctrico de la molécula queda constante (en este caso es nulo), ya que dos átomos de oxígeno (O) con carga del mismo signo, durante la oscilación permanecen situados simétricamente por ambas partes de la carga relacionada con el carbono. Durante otra oscilación (véase fig. 29.15,*c*), la polarizabilidad permanece constante, puesto que la aproximación de uno de los átomos de oxígeno al carbono va acompañada del alejamiento del otro átomo y viceversa. Pero durante estas oscilaciones, el momento eléctrico de la molécula cambia, como se ve bien en esta figura, la cual muestra que el valor y la dirección del momento resultante varían periódicamente en el transcurso de las oscilaciones. Por eso las oscilaciones del primer tipo (véase fig. 29.15, *b*) conducirán a la formación de la raya de dispersión Raman, y su frecuencia puede ser determinada por el espectro de la dispersión Raman; en el segundo caso (véase fig. 29.15, *c*), la frecuencia de oscilación se puede hallar según la posición de la banda de absorción infrarroja.

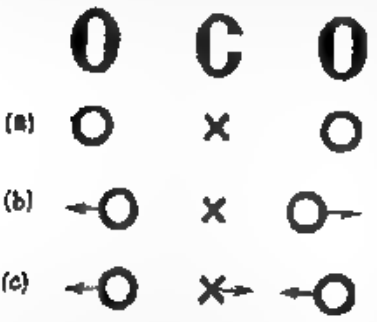


Fig. 29.15. Diversos tipos de oscilaciones de los átomos en la molécula de CO_2:

a, posición inicial de los átomos; b, oscilación que modifica la polarizabilidad; c, oscilación que modifica el momento eléctrico.

Es fácil ver que dicha teoría clásica transmite de manera absolutamente errónea la cuestión de la intensidad relativa de los satélites rojos y violetas, ya que obliga a suponerlos iguales, lo que contradice el experimento. En lo que se refiere al problema de la intensidad y su dependencia de la temperatura, es necesario introducir una corrección que da una idea de los cuantos luminosos.

El método de dispersión Raman ofrece un procedimiento importante de investigación de la estructura molecular. Con su ayuda se determinan fácil y rápidamente las propias frecuencias de las moléculas; también permite juzgar acerca del carácter de la simetría

de la molécula, acerca de las fuerzas intermoleculares y, en general, acerca de la dinámica molecular. En muchos casos es completado con éxito por el método de absorción infrarroja, representando una parte importante de la espectroscopia molecular. Los espectros de la dispersión Raman son tan característicos de las moléculas que con su ayuda resulta posible el análisis de mezclas moleculares complejas, sobre todo de moléculas orgánicas, donde los métodos químicos de análisis son demasiado difíciles e incluso imposibles. Así, con ayuda de la dispersión Raman se efectúan con éxito los análisis de la composición de las gasolinas que representan una mezcla complicada de hidrocarburos.

Más arriba se trataba de la dispersión Raman que surge al combinarse la radiación primaria con las moléculas del medio. Un fenómeno absolutamente análogo también se observa cuando la luz es difundida por los átomos o los iones. Para aclarar la esencia del hecho es necesario recordar los resultados del estudio de la absorción y dispersión de la luz en los gases atómicos.

Conforme a lo expuesto en el § 156, el átomo puede considerarse como un conjunto de osciladores, para los cuales sus propias frecuencias se determinan por la diferencia de las energías de dos estados cuánticos cualesquiera del átomo. En virtud de esto, la diferencia entre los átomos y moléculas consiste sólo en la naturaleza de los osciladores: en el caso de moléculas, los osciladores describen el movimiento de los núcleos, y en el caso de átomos, el movimiento de los electrones. Teniendo en cuenta esta analogía se puede repetir la explicación antes citada, pero ahora ya con respecto a los átomos y dentro de los márgenes del cuadro de modulación clásica, y en forma de un esquema cuántico simplificado.

Señalemos que la difusión molástica de los fotones ha sido predicha teóricamente (A. Smecal, 1923) para su interacción precisamente con los átomos. Pero fue revelada experimentalmente mucho más tarde que la dispersión Raman provocada por las moléculas. La dispersión Raman por iones fue descubierta en 1963, y por átomos, en 1967.

Además de la dispersión Raman espontánea descrita más arriba, también existe la dispersión Raman forzada (véase § 239).

---

30. ROTACIÓN DEL PLANO DE POLARIZACIÓN

§ 155. Introducción

Los procesos examinados en los párrafos anteriores, dedicados a la dispersión y difusión de la luz, no abarcan, ni mucho menos, todos los fenómenos que surgen al combinarse la luz con la sustancia. Entre

estos fenómenos ocupa un lugar muy importante, tanto desde el punto de vista práctico como en sentido general, el fenómeno de rotación del plano de polarización de la luz. Se pudo establecer que este fenómeno tiene lugar en cuerpos muy diversos, los cuales recibieron el nombre de cuerpos *activos naturales*. A éstos pertenecen, por ejemplo, el azúcar y algunas otras sustancias orgánicas, por eso la medición de la rotación del plano de polarización se ha convertido en un método analítico corriente en una serie de ramas industriales. Las investigaciones demostraron que la explicación de este fenómeno puede obtenerse examinando el problema general de interacción del campo de la onda luminosa con las moléculas o los átomos de la sustancia, sólo si se toman en consideración las dimensiones finitas de dichas moléculas y su estructura.

La relación entre las dimensiones lineales d de las moléculas (átomos) y la longitud de las ondas luminosas tiene el orden de 10^{-3}; para muchos problemas ópticos esta relación puede considerarse infinitamente pequeña, simplificando asimismo la interpretación de la tarea y sin tocar, a su vez, sus rasgos principales. Por ejemplo, hemos empleado tal aproximación en el problema de la dispersión, suponiendo que el campo que influye sobre el electrón en el átomo, es igual simplemente a E_0 sen ωt, aunque el campo de la onda propagada en dirección del eje Z es E_0 sen $(\omega t - kz)$ y, por lo tanto, hablando rigurosamente, para cada momento t el campo en distintos puntos de la molécula, correspondientes a diversos valores de z, es diferente. Pero como dentro de los límites de la molécula la diferencia de z no supera el tamaño de la propia molécula d, resulta que, haciendo la simplificación indicada, no introducimos variaciones esenciales en los resultados. Por el contrario, en el problema de la rotación del plano de polarización tal simplificación significa el repudio de la consideración precisamente de la parte del asunto que determina sustancialmente todo el fenómeno.

Este ejemplo otra vez más demuestra que cualquier clase de simplificación (esquematización) del problema tiene un carácter relativo y ha de ser estrictamente estudiado con arreglo al referido problema: en unos casos es posible limitarse a la primera aproximación, y las siguientes precisiones no dan nada nuevo; en otros, es indispensable considerar con más exactitud los factores activos, pasando a la segunda aproximación, ya que sólo con su ayuda pueden aclararse las particularidades esenciales del problema. Desde este punto de vista la rotación del plano de polarización tiene gran interés en principio, obligándonos a tomar en consideración las dimensiones de las moléculas al interaccionar con la luz visible, cuyas longitudes de ondas son miles de veces mayores que las referidas dimensiones. Es interesante señalar que para resolver por completo este problema es necesario tener en cuenta no sólo el momento eléctrico adquirido por la molecula, sino también su momento magnético que crea la

onda luminosa, lo cual también es innecesario en muchos otros problemas ópticos.

Lo dicho acerca del papel de las dimensiones de las moléculas puede expresarse de otra forma más general, pero de modo formal. El momento dipolar inducido en la molécula se determina por el valor de la intensidad del campo E no en un punto, sino en una región de dimensiones comparables con la extensión de dicha molécula. Lo mismo se refiere, por lo visto, a la relación entre E y el vector de inducción D. Así, a causa de las dimensiones finitas de las moléculas, la relación entre E y D resulta no local, es decir, el valor de D en cualquier punto depende de los valores del vector E en cierta periferia de la molécula.

En el § 149 fue aclarado que la relación no local entre D y E determina una serie entera de fenómenos que recibieron el nombre de efectos de dispersión espacial. La rotación del plano de polarización es el más simple y mas fuerte de esos efectos, su valor se determina por la relación $d/\lambda \approx 10^{-3}$. Los demás efectos de la dispersión espacial son más débiles, ya que dependen de $(d/\lambda)^2$

§ 164. Rotación del plano de polarización en los cristales

El fenómeno de rotación del plano de polarización fue descubierto por Arago (1811) al estudiar la birrefringencia en el cuarzo, donde ésta es muy grande. A pesar de que actualmente se conocen sustancias cuyo poder rotativo es varias veces mayor que el del cuarzo (por ejemplo, el cinabrio), sin embargo, el cuarzo hasta el presente sigue siendo el objeto clásico al demostrar el fenómeno y se usa en muchos aparatos destinados a investigar el poder rotativo.

El cuarzo es un cristal uniáxico, así que, al transmitir la luz a lo largo del eje, debería comportarse como un cuerpo isótropo No obstante, el experimento mostró la siguiente peculiaridad. Supongamos que (fig. 30.1) un haz paralelo de luz del foco S, polarizado mediante el polarizador N_1 y convertido aproximadamente en monocromático (filtro óptico F), incide sobre una lámina de cuarzo cristalino Q, cortada perpendicularmente al eje óptico, de modo que la luz se propaga *a lo largo* del eje del cuarzo. Si el segundo polarizador N_2, que sirve de analizador, está cruzado con el primero ($N_2 \perp N_1$), a pesar de todo, la luz pasa a través de nuestro sistema. Pero, girando el polarizador N_2 a cierto ángulo, se puede lograr otra vez el oscurecimiento total del campo. Esto muestra que en el experimento descrito, la luz polarizada que pasó a través del cuarzo no adquirió polarización elíptica, sino que quedó polarizada linealmente. Al pasar por el cuarzo, el plano de polarización sólo *giró* a cierto ángulo, el cual se mide por el giro del analizador N_2 y que es necesario para el oscurecimiento del campo en presencia del cuarzo Cambiando

los filtros ópticos es fácil ver que el ángulo de giro del plano de polarización para diversas longitudes de ondas es diferente, es decir, tiene lugar la dispersión *rotativa*.

Las mediciones aproximadas, hechas mediante filtros, muestran que la lámina de cuarzo de 1 mm de grosor hace girar el plano de polarización a los siguientes ángulos:

Para la luz	roja	15°
» » »	amarilla	21°
» » »	verde	27°
» » »	azul	33°
» » »	violeta	51°

Para una longitud de onda dada, el ángulo de giro del plano de polarización es proporcional al grosor de la lámina. El poder rotativo

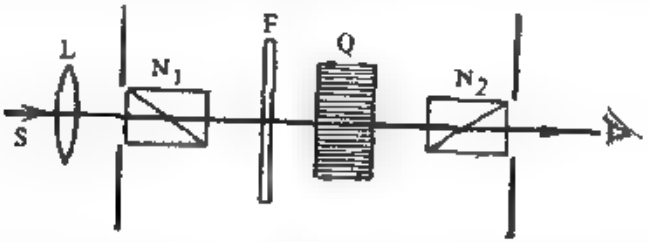


***Fig. 30.1.** Esquema de observación de la rotación del plano de polarización en un cristal:*
N_1, N_2, prismas de polarización; F, filtro óptico; Q, placa de cuarzo cristalino, cortada perpendicularmente al eje óptico.

de los sólidos se caracteriza por el valor del ángulo α, al cual la lámina de 1 mm de grosor hace girar el plano de polarización. Así,

$$\varphi = \alpha d, \qquad (164.1)$$

donde φ es el ángulo de giro; d, el grosor de la lámina en milímetros; y α, el coeficiente que depende de la longitud de onda, la naturaleza de la sustancia y la temperatura. Las mediciones precisas proporcionan para el cuarzo los siguientes valores en cuanto a la raya amarilla (la luz de los vapores de Na, $\lambda = 5893$ Å) $\alpha = 21°,7$. Se sobreentiende que la posición mostrada en la fig. 30.1 es simétrica respecto al eje del cristal y toda la figura permanecerá constante al girar este último alrededor de su eje. Según el experimento, la dirección de la rotación (el signo) cambia al variar la dirección de propagación de la luz. Por eso, si la luz polarizada que pasó a través del cristal, se refleja del espejo y pasa por segunda vez a través de ese mismo cristal, la orientación del plano de polarización se restablecerá.

De acuerdo con lo expuesto, la dirección de rotación, según costumbre, se establece para el observador que mira *al encuentro* del haz luminoso.

Las observaciones de la rotación en el cuarzo establecieron la existencia de dos clases de este mineral: *dextrógiro*, o positivo, que hace girar el plano de polarización de izquierda a derecha, y *levógiro*, o negativo, que hace girar el plano de polarización de derecha a izquierda. El valor de la rotación en ambos casos es igual ($\alpha_+ = \alpha_-$). Lo mismo se refiere a otros cristales: todos ellos, por lo visto, existen en dos variedades, para las cuales $\alpha_+ = \alpha_-$, aunque no en todos los casos se conocen las dos modificaciones.

Claro está que el fenómeno de rotación del plano de polarización también tiene lugar cuando la luz se dirige no a lo largo del eje del cristal, sino que bajo cierto ángulo a éste. Pero su estudio en estas condiciones es mucho más difícil, ya que el fenómeno resulta parcialmente oculto a causa de la birrefringencia. Aún más difícil es observar dicho fenómeno en los cristales biáxicos, puesto que la rotación a lo largo de cada uno de los ejes puede ser diferente. Por fin, se conocen ciertos cristales de sistema cúbico que no manifiestan birrefringencia, pero poseen la propiedad de girar el plano de polarización (hipocloroso de sodio $NaClO_3$ e hipobromito de sodio $NaBrO_3$); en este caso el valor de la rotación no depende de la orientación del cristal.

§ 165. Precisión de los métodos de determinación del poder rotativo

En los experimentos descritos en el § 164, el ángulo de giro del plano de polarización se determinaba orientando dos veces N_2 a la oscuridad: en presencia y en ausencia de la sustancia activa. Dicha instalación es muy aproximada y con frecuencia se sustituye por otra más precisa. Se usan ampliamente los dispositivos semisombríos que aseguran una precisión de medición mucho mayor. Tal dispositivo consta de un polarizador y un analizador semisombrío cuyas direcciones de oscilación en sus dos mitades forman entre sí un pequeño ángulo 2φ. Un analizador semisombrío elemental puede confeccionarse de este modo: un prisma de polarización ordinario se corta a lo largo de la sección principal, en cada mitad se pule una capa cuneiforme con un ángulo de cerca de 2°30′ y las dos mitades se pegan de nuevo (fig. 30.2). La sección transversal de tal prisma, en lugar del rombo regular inicial, tendrá el aspecto de un rombo deformado.

Si el plano de oscilaciones PP de la luz que sale del polarizador, es perpendicular a la bisectriz del ángulo entre las direcciones principales del analizador A_1 y A_2, ambas mitades de éste serán ilumi-

nadas igualmente: $I_1 = I_2 = I_0 \operatorname{sen}^2 \varphi$; donde I_0 es la intensidad de la luz que sale del polarizador; I_1, I_2 son las intensidades de la luz que deja pasar cada mitad del analizador respectivamente (fig. 30.3). Si el plano PP gira a un pequeño ángulo α hasta la posición $P'P'$, entonces $I_1 = I_0 \operatorname{sen}^2 (\varphi + \alpha)$ e $I_2 = I_0 \operatorname{sen}^2 (\varphi - \alpha)$. Siendo el valor del ángulo φ pequeño, incluso el giro insignificante α conduce a la alteración evidente del equilibrio de la iluminación de ambos campos (fig. 30.4).

Si después de situar el dispositivo en iguales condiciones de iluminación de ambas mitades del analizador, entre el polarizador y el analizador se coloca la sustancia sometida a estudio, entonces ambas mitades del campo de visión no serán iluminadas del mismo modo. Para restablecer la igualdad de iluminación es necesario girar el analizador a un ángulo α que precisamente será igual al ángulo

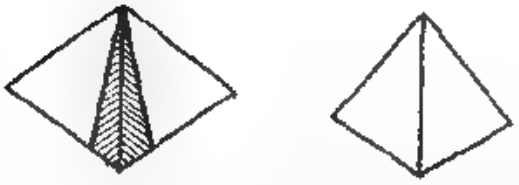


Fig. 30.2. Estructura del analizador de penumbra más simple.

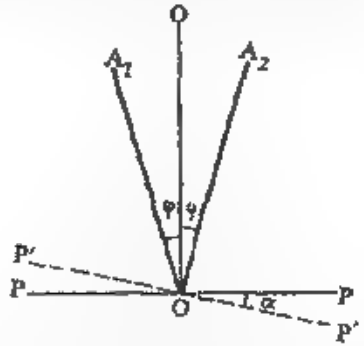


Fig. 30.3. Principio de funcionamiento del analizador de penumbra.

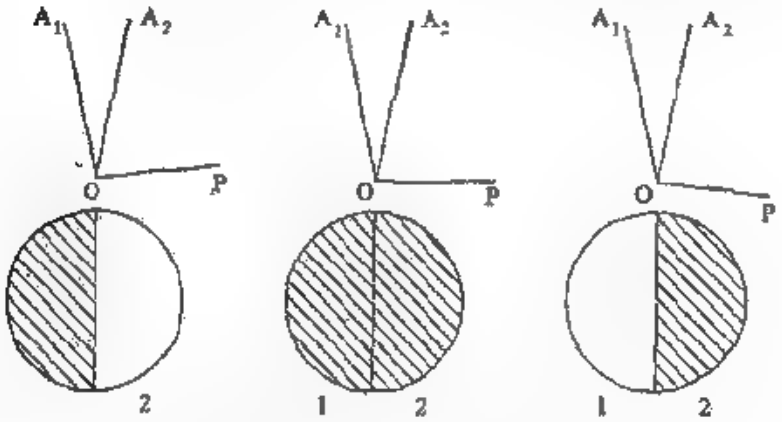


Fig. 30.4. Campo de visión del analizador de penumbra a distintas posiciones del plano de polarización.

de rotación del plano de polarización en la sustancia sometida a estudio.

Las mediciones de la dispersión rotativa deben realizarse para la luz monocromática (por ejemplo, la raya de la lámpara de vapor de mercurio). En mediciones menos precisas es suficiente emplear filtros de color. Ha sido propuesto un dispositivo singular que permite trabajar con la luz blanca sin ningún filtro óptico especial (*bicuarzo*, véase el ejercicio 214). Al trabajar con el bicuarzo, el ajuste se efectúa a base de la coincidencia de los *matices* de ambas mitades del campo. El experimento demostró, no obstante, que el establecimiento de la identidad de los colores se realiza con menos seguridad que el establecimiento de la igualdad de las iluminaciones. Por esta razón, en las instalaciones prácticas actualmente el bicuarzo no se usa, empleándose tan solo los analizadores semisombríos. En los buenos dispositivos modernos se logra medir la rotación del plano de polarización hasta 0°,01.

§ 166. Rotación del plano de polarización en las sustancias amorfas

La aplicación de métodos sensibles de investigación mostró que el fenómeno de rotación del plano de polarización está bastante extendido y también se manifiesta, en mayor o menor grado, en muchos cuerpos no cristalinos. Entre éstos se hallan los líquidos puros, por ejemplo, el aceite de trementina y las soluciones de muchas sustancias en disolventes no activos (por ejemplo, las soluciones acuosas de azúcar). En la actualidad se conocen miles de sustancias activas dotadas de diverso poder rotativo, desde casi imperceptible hasta muy grande (por ejemplo, la nicotina en una capa de 10 cm de grosor gira a 164° el plano de polarización de la radiación amarilla). Un hecho de gran importancia, establecido por Pasteur por primera vez (1848) en el ejemplo de las sales del ácido tartárico, es la existencia de sustancias activas en dos modificaciones, dextrógiros y levógiros. Actualmente se conocen ambas modificaciones para la mayoría de los cuerpos activos, y hay razones para suponer que *todas* las sustancias activas pueden existir en semejantes formas, con la particularidad de que los valores numéricos del poder rotativo para ambas modificaciones siempre son iguales entre sí y sólo se diferencian en el signo.

Biot (1831) estableció experimentalmente para las soluciones las siguientes leyes cuantitativas: el ángulo de giro del plano de polarización φ es directamente proporcional al grosor d de la capa de la solución, así como a la concentración c de la sustancia activa:

$$\varphi = [\alpha]\, dc. \qquad (166.1)$$

El coeficiente de proporcionalidad $[\alpha]$*), por analogía al coeficiente α para los cristales, caracteriza la naturaleza de la sustancia y lleva el nombre de *constante de rotación*. La constante de rotación depende de la longitud de onda y la temperatura y también puede variar al variar el disolvente, con la particularidad de que esa variación transcurre de una manera muy complicada.

La variación de la constante de rotación en función de la temperatura, en general, es insignificante. Para la mayoría de las sustancias, ésta disminuye aproximadamente una milésima de su valor al aumentar la temperatura un grado. A veces se observa el desarrollo inverso de la temperatura.

Del mismo modo la influencia de la longitud de onda sobre el poder rotativo (dispersión rotativa) puede caracterizarse sólo en rasgos generales y debe estudiarse para cada caso individualmente. Biot descubrió que el poder rotativo es en aproximación inversamente proporcional al cuadrado de la longitud de onda, o sea,

$$[\alpha] \approx 1/\lambda^2.$$

Esta regla no expresa con exactitud la dependencia y puede servir sólo de cierta referencia. En general, $[\alpha]$ disminuye al crecer λ, pero existen sustancias para los cuales la dispersión rotativa es anómala. Tanto las investigaciones experimentales, como las búsquedas teóricas (Drude) muestran que las zonas de anomalía corresponden a las zonas de las propias oscilaciones (bandas de absorción) y establecen de ese modo la relación de dicho fenómeno con el fenómeno de dispersión del índice de refracción.

La fórmula de Drude, demostrada experimentalmente, tiene la siguiente forma

$$[\alpha] = \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_1^2} \quad \text{o bien}$$

$$[\alpha] = \sum \frac{A_i}{\lambda^2 - \lambda_i^2}, \tag{166.2}$$

donde λ_i son las longitudes de las bandas de absorción de la sustancia, $i = 1, 2, 3, \ldots$

Las leyes de Biot muestran que para los cuerpos disueltos, la rotación es una propiedad molecular, de modo que el valor de rotación aumenta proporcionalmente al número de moléculas que encuentra en su recorrido el rayo de luz (es proporcional a la longitud de la capa y a la concentración); de acuerdo con esto se observa también la rotación en los cuerpos amorfos que constan de las mismas moléculas (por ejemplo, los caramelos de jugo de frutas) y en los

*) Este coeficiente para las soluciones, a diferencia de la constante de rotación α para los cristales, se designa por $[\alpha]$.

vapores de los líquidos correspondientes (por ejemplo, en los vapores de aceite de trementina o de alcanfor). El experimento muestra que la constante de rotación no depende del estado de agregación. Así, para el alcanfor líquido (a 204 °C) se ha hallado $(\alpha] = 70°,33$, y para el alcanfor en estado de vapor (a 220 °C) $[\alpha] = 70°,31$.

La influencia del disolvente sobre el poder rotativo específico de la sustancia ha de considerarse como una influencia secundaria que modifica algo las propiedades de las moléculas. A su vez sabemos que el poder rotativo también caracteriza muchos cristales, además resulta que en algunos casos el mismo está relacionado precisamente con la estructura cristalina y no es una propiedad de las mismas moléculas. Así, el cuarzo fundido (amorfo) no hace girar el plano de polarización, mientras que el cuarzo cristalino pertenece a las sustancias más activas.

Actualmente se ha establecido que todas las sustancias activas en estado amorfo (fundidas o disueltas), también son activas en forma de cristales, aunque la constante de rotación para las formas cristalinas puede diferenciarse mucho de su valor para las formas amorfas; por lo contrario, existe una serie de sustancias inactivas en estado amorfo, que giran el plano de polarización en estado cristalino. De este modo, la actividad óptica puede determinarse tanto por la estructura de la molécula, como también por la posición de las moléculas en la red cristalina. En efecto, la investigación de los cristales correspondientes (cuarzo, hipocloroso de sodio) mediante los rayos X muestra las peculiaridades de la estructura que permiten apreciar su actividad óptica.

§ 167. Sacarimetría

Tras determinar el valor de $[\alpha]$ para un disolvente dado, así como la longitud de onda y la temperatura, la relación (166.1) puede emplearse para determinar la concentración de la sustancia activa disuelta. Se acostumbra expresar $[\alpha]$ en grados, d en decímetros y c en g/cm³; entonces la constante $[\alpha]$ se denomina *rotación específica*. Para las soluciones acuosas de azúcar de caña a $t = 20$ °C para los rayos amarillos (la línea de los vapores de sodio, $\lambda = 589{,}3$ nm) $[\alpha] = 66°,46$.

La rapidez y seguridad del método de determinación de la concentración de las sustancias activas, lo han convertido en el procedimiento fundamental de las determinaciones cuantitativas que se practican al fabricar sustancias como el alcanfor, la cocaína, la nicotina y, sobre todo, las sustancias sacarinas (en particular, en la industria azucarera). Las mediciones realizadas según determinadas instrucciones internacionales, son procedimientos de control oficiales, generalmente reconocidos. De acuerdo con esto, los dispositi-

vos destinados a tales mediciones y que recibieron el nombre de *polarímetros o sacarímetros*, se han perfeccionado hasta un grado muy elevado

§ 168. Teoría de rotación del plano de polarización

a. *Fundamentos generales.* Fresnel (1817) mostró que el fenómeno de rotación del plano de polarización se reduce a un tipo particular de birrefringencia. La base de los razonamientos de Fresnel es la hipótesis conforme a la cual la velocidad de propagación de la luz en las sustancias activas es diferente para los rayos polarizados de modo dextrógiro y levógiro. En este caso para las sustancias dextrógiras tiene gran importancia la velocidad de la onda dextrogira, y para las sustancias levógiras, al contrario. Utilizando los índices *d* (*droit* — derecho) y *g* (*gauche* — izquierdo), escribimos las suposiciones de Fresnel de la forma

Sustancias dextrógiras (*D*)	Sustancias levógiras (*G*)
$v_d > v_g$, $n_d < n_g$	$v_d < v_g$, $n_d > n_g$,

donde v son las velocidades de la luz polarizada circularmente, y n, los índices de refracción correspondientes.

Fresnel verificó sus suposiciones mediante un experimento inventado especialmente para investigar la diferencia de la velocidad de propagación de la luz polarizada circularmente de modo dextrógiro y levógiro. Confeccionó un prisma complejo (fig. 30.5) integrado por tres prismas: dos de cuarzo dextrógiro (*D*) y uno de cuarzo levógiro (*G*) (los ejes están dirigidos a lo largo de las flechas en el dibujo). Si, realmente, para el cuarzo dextrógiro $n_g > n_d$, y para el cuarzo levógiro $n_g < n_d$, entonces, el haz de luz polarizada linealmente, al pasar por tal prisma, se desdoblará, como muestra el dibujo (compárese el efecto del prisma ilustrado en la fig. 17.8, *c*). Como resultado de esto, del prisma saldrán dos haces luminosos: uno con polarización dextrógira, y el otro con polarización levógira (en la fig. 30.5, para mayor claridad, el ángulo de desviación se muestra demasiado aumentado). El experimento confirmó totalmente la suposición de Fresnel.

No es difícil mostrar que la birrefringencia (demostrada por Fresnel) de las sustancias activas para la luz polarizada circularmente, explica el fenómeno de rotación del plano de polarización. En efecto, la luz planamente polarizada puede concebirse como un conjunto de ondas circularmente polarizadas, dextrógiras y levógiras, con iguales períodos y amplitudes. Sea que en el lugar de entrada en la capa de la sustancia rotativa, el conjunto de luz de polarización dextrógira y levógira es equivalente a la luz planamente polarizada con oscilaciones según AA (fig. 30.6, *a*), es decir, los vectores eléctricos rotatorios de las ondas dextrógira y levógira son simétricos respecto al plano AA. Examinemos cuál será la orientación

mutua de estos vectores en cualquier punto del medio (véase la fig. 30.6, *b*). Supongamos, para mayor claridad, que $v_d > v_g$. Por cuanto la onda levógira se propaga con menor velocidad, hasta cualquier punto dentro del medio llegará con cierto retraso de fase en comparación con la onda dextrógira. En un punto dado, el vector eléctrico de la onda dextrógira será virado hacia la derecha a un ángulo *mayor* que al que resultará virado hacia la izquierda el vector de la onda levógira; por consiguiente, el plano respecto al cual ambos vectores resultarán situados simétricamente, será el plano *BB* virado *hacia la derecha* respecto a *AA*. En resumidas cuentas, la oscilación plana resultante será dirigida hacia *BB*, o sea, el plano

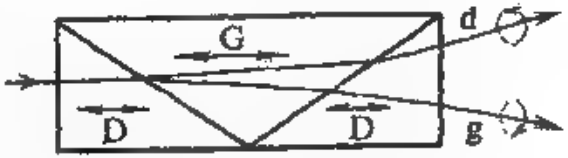


Fig. 30.5. *Prisma de Fresnel para mostrar la teoría general de rotación del plano de polarización.*

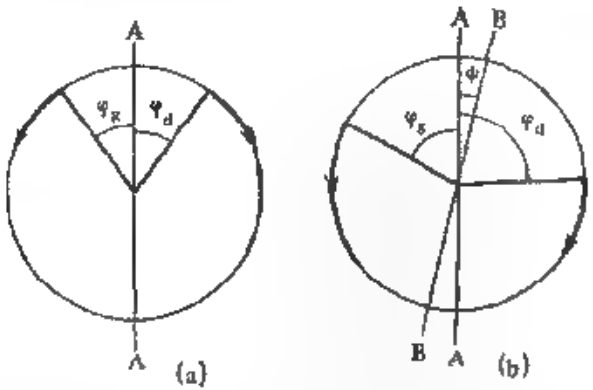


Fig. 30.6. *Acerca de la teoría general de rotación del plano de polarización.*

de polarización de la luz giró *hacia la derecha* a un ángulo ψ, de modo que

$$\varphi_d - \psi = \varphi_g + \psi \text{ o bien } \psi = {}^1/_2 (\varphi_d - \varphi_g).$$

Para la solución analítica de este mismo problema escribamos la expresión del ángulo de giro del vector luminoso en función del tiempo t y la profundidad de penetración z para los rayos dextrógiro y levógiro:

$$\varphi_d = \omega (t - z/v_d), \quad \varphi_g = \omega (t - z/v_g),$$

donde $v_d = c/n_d$ y $v_g = c/n_g$ son las velocidades de fase de propagación de los rayos circularmente polarizados dextrógiro y levógiro respectivamente, mientras que n_d y n_g son los índices de refracción correspondientes. De estas expresiones se deduce que el ángulo de giro del plano de polarización ψ (véase la fig. 30.6, *b*) en la profundidad $z = l$ es igual a

$$\psi = \frac{\varphi_d - \varphi_g}{2} = \frac{\omega l}{2c}(n_g - n_d) = \frac{\pi l}{\lambda_0}(n_g - n_d), \qquad (168.1)$$

ya que

$$\omega/c = 2\pi/Tc = 2\pi/\lambda_0,$$

donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío. La fórmula (168.1) muestra que en las sustancias para las cuales $n_g > n_d$, el plano de polarización gira hacia la derecha ($\varphi_d > \varphi_g$), mientras que en las sustancias para las cuales $n_g < n_d$, ese plano gira hacia la izquierda ($\varphi_d < \varphi_g$), conforme a los datos de Fresnel.

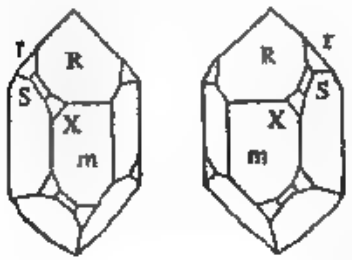


Fig. 30.7. Cristales de cuarzo dextrógiro y levógiro.

b. *Nociones de la teoría molecular de rotación del plano de polarización.* Los razonamientos de Fresnel han permitido reducir el problema peculiar de rotación del plano de polarización a un problema más general acerca de la variación del índice de refracción en función del carácter de polarización de la luz. De este modo, el problema de la teoría molecular de rotación se reducía al esclarecimiento de las causas de la diferencia de las velocidades de propagación de los rayos dextrógiro y levógiro en los cuerpos activos. El hecho de que dichos cuerpos existen en forma de dos modificaciones, dextrógira y levógira, condujo a Pasteur a la idea de que dentro de los márgenes de las nociones moleculares, los cuerpos activos deben ser disimétricos: dos variedades de sustancia activa están constituidas de modo que una es la imagen especular de la otra y, por consiguiente, ningún desplazamiento es capaz de juntarlas. Para los cristales activos eso puede revelarse estudiando directamente sus formas (véanse, por ejemplo, los cristales de cuarzo dextrógiro y levógiro representados en la fig. 30.7*)). Tales formas cristalinas simétricas especulares se denominan *enantiomorfas*.

*) Sin embargo, se conocen exclusiones poco numerosas de esta «regla de Pasteur», cuando los cristales activos se caracterizan no por la disimetría de la forma exterior, sino sólo por la disimetría de las moléculas que integran esos cristales.

Para los líquidos activos, la presencia de la actividad de dos signos debe determinarse por la estructura disimétrica de la molécula. Las nociones acerca de las moléculas asimétricas halló gran aplicación en la química orgánica y sirvió de base para la estereoquímica, o sea, la teoría de la distribución espacial de los átomos en las moléculas. La asimetría de las moléculas orgánicas está relacionada con la propiedad del átomo de carbono de formar compuestos con cuatro átomos o grupos atómicos (radicales), con la particularidad de que en la molécula obtenida estos grupos se hallan situados en el vértice de la pirámide tetraédrica, en cuyo centro se ubica el átomo de carbono. Para las moléculas más simples, por ejemplo, para el metano CH_4 (fig. 30.8, *a*) o el tetracloruro de carbono CCl_4, esta pirámide debe ser regular (tetraedro). Pero si los cuatro vértices están ocupados por cuatro radicales *diferentes* X, Y, Z, T, la molécula

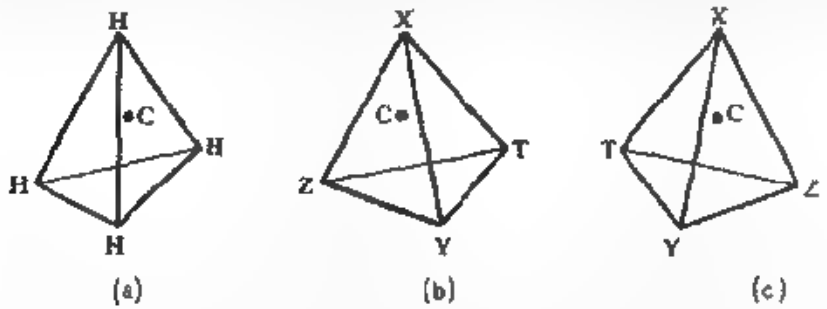


Fig. 30.8. Moléculas simétricas y disimétricas de tipo C (XYZT):
a, molécula simétrica de metano; b y c, modificaciones especulares de la molécula C (XYZT).

tendrá un carácter disimétrico y podrán existir dos variedades que son las imágenes especulares una de otra (véase la fig. 30.8, *b* y *c*).

Las moléculas del azúcar y toda una serie de otras composiciones orgánicas contienen no uno, sino varios átomos de carbono asimétricos; diversas agrupaciones alrededor de unos u otros átomos asimétricos pueden conducir a variedades de moléculas que tienen la misma composición molecular, pero distinta estructura. Así, para el azúcar se pueden prever 16 diversas formas que constituyen ocho pares (dextrógiros y levógiros) de isómeros ópticos realmente descubiertos durante el experimento. Como ya se ha mencionado, la mayor parte de las moléculas ópticamente activas contienen un átomo de carbono asimétrico.

En la actualidad también se conocen compuestos activos que contienen en sus moléculas otros átomos asimétricos (silicio, fósforo, boro, etc.).

Los primeros intentos de explicar, desde el punto de vista molecular, la actividad óptica, tenían, en esencia, un carácter formal y se

reducían a la suposición de que los enlaces que existen en la molécula asimétrica determinan las trayectorias helicoidales de los electrones que se desplazan bajo el influjo de la onda luminosa. Bohr (1915) demostró que partiendo de un modelo más general de la molécula, válido para comprender los fenómenos de la anisotropía molecular en general, también puede ser aclarada la rotación del plano de polarización provocada por las moléculas asimétricas, es decir, por las moléculas que no poseen ni centro de simetría ni plano de simetría. Además resultó (como ya hemos señalado al principio del capítulo) que al resolver el problema de la interacción de la onda luminosa y la molécula, en este caso no se puede prescindir de los efectos dependientes de la relación d/λ, donde d es el tamaño de la molécula, y λ, la longitud de onda. V. P. Bursian y A. V. Timoreva han completado en sumo grado esta teoría, demostrando que era indispensable tomar en consideración no sólo el momento eléctrico, sino también el momento magnético excitado en la molécula asimétrica por el campo de la onda luminosa.

Partiendo de la relación de Fresnel (168.1) es posible darse cuenta porqué el problema de la rotación del plano de polarización requiere una consideración más detallada de las condiciones de interacción de la onda y la molécula. El fenómeno de rotación del plano de polarización es un método de investigación más preciso que otros fenómenos dependientes de las diferencias de los índices de refracción. En realidad, sólo los métodos de interferencia más exactos permiten revelar la diferencia de los índices de refracción del orden de una millonésima (10^{-6}). Entre tanto, la diferencia en una millonésima entre n_g y n_d conduce a una rotación muy bien observada. En efecto, cuando el grosor de la capa constituye $l = 25$ cm y $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ cm, basándose en (168.1) hallamos $\psi = 90°$. Como mencionamos en el § 165, los procedimientos modernos de investigación permiten establecer el giro del plano de polarización incluso de 0°,01, o sea, notar una diferencia 10 000 veces menor entre n_g y n_d (diferencia en el décimo signo decimal).

§ 168. Rotación magnética del plano de polarización

En 1846 Faraday logró descubrir la rotación del plano de polarización en los cuerpos denominados ópticamente no activos, la cual surgía bajo el influjo del campo magnético. La importancia de su descubrimiento en la historia de la física es enorme. Era el primer fenómeno en el cual se revelaba la relación entre los procesos ópticos y electromagnéticos. El propio Faraday caracterizó el significado de su descubrimiento de la siguiente manera: «Logré imanar y electrizar el rayo de luz e iluminar las líneas de fuerza magnéticas». Por otra parte, esta expresión no debe llevar a confusiones: el fenómeno que se observa no es el resultado de la interacción directa del campo mag-

nético y el campo de la onda luminosa; el campo magnético cambia sólo las propiedades de la sustancia que se halla en él, comunicándole a dicha sustancia la capacidad de girar el plano de polarización.

El fenómeno de Faraday puede realizarse de la siguiente manera (fig. 30.9). Entre los polos de un electroimán se coloca el cuerpo K sometido a investigación, por ejemplo, un trozo de vidrio. La luz linealmente polarizada se transmite a través de este cuerpo de modo que la dirección de la luz coincida con la orientación del campo magnético, para lo cual es necesario agujerear el núcleo del electroimán. Tras instalar el sistema de polarización en la oscuridad sin campo, es posible revelar, al conectar este último, el giro del plano de polarización observado y medido por métodos corrientes.

Las leyes cuantitativas del fenómeno fueron establecidas aún por

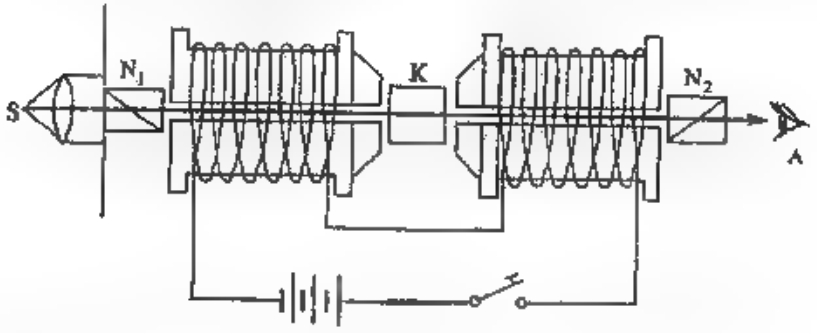


Fig. 30.9. *Esquema de observación de la rotación magnética del plano de polarización.*

Faraday e investigadas más profundamente en una serie de objetos de Verdet, el ángulo de giro φ del plano de polarozación es proporcional a la longitud l de la trayectoria de la luz en la sustancia y a la intensidad del campo magnético H:

$$\varphi = \rho l H, \tag{169.1}$$

donde ρ es la constante característica de la sustancia y denominada *constante de Verdet*.

Los valores de ρ son pequeños. Valores relativamente grandes de ρ los tiene el sulfuro de carbono CS_2 y algunas clases de vidrio; para CS_2 (en la raya D amarilla de sodio) $\rho = 0',042$, para el flintoglass pesado $\rho = 0',06 \ldots 0',09$ si l se expresa en centímetros y H en oersted. Para la mayoría de los cuerpos, ρ es aún menor (de 0',01 a 0'02). Una rotación todavía menor la manifiestan los gases.

No hay ninguna razón para dudar que todos los cuerpos manifiestan efecto de rotación magnética, aunque sea en un grado muy débil.

Una rotación muy intensa se observa en las capas transparentes muy finas de los metales ferromagnéticos (Fe, Ni, Co). En capas de 0,1 μm, de grosor y en el campo de 10 000 Oe, la rotación en el hierro constituye 2°. Partiendo de estos datos, la constante de Verdet sería igual a 20° si fuera posible aplicar la ley de Verdet. Pero en realidad, la rotación en los materiales ferromagnéticos crece proporcionalmente a la imantación y no a la intensidad del campo.

El signo de la rotación se considera convencionalmente para el observador que mira *a lo largo* del campo magnético. Para la inmensa mayoría de las sustancias, la rotación ocurre *hacia la derecha*, es decir, hacia donde están enrolladas las espiras del electroimán. Dichas sustancias se denominan *positivas*. Pero también se encuentran sustancias que giran hacia el lado opuesto (*negativas*). Todas las sustancias negativas contienen átomos paramagnéticos. Sin embargo, muchos cuerpos paramagnéticos y, además, todos los cuerpos diamagnéticos se caracterizan por una rotación positiva.

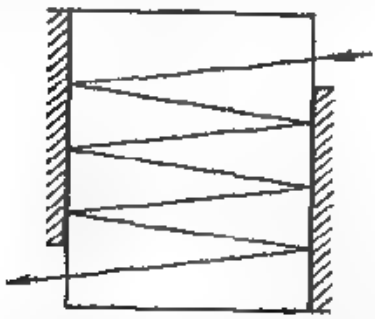


Fig. 30.10. Prolongación del recorrido de la luz en la sustancia que gira el plano de polarización en el campo magnético.

La dirección de rotación para cada cuerpo está relacionada con la orientación del campo magnético y *no depende de la dirección de propagación de la luz* a diferencia de la rotación natural que tiene diversas direcciones en dependencia de si miramos a lo largo del haz luminoso o al encuentro de éste. Para la rotación natural, la principal causa que determina el fenómeno consiste en el efecto del campo de la onda luminosa; por eso la simetría de la figura depende de la posición de sus vectores E y H, es decir, de la orientación de la luz. En el caso de rotación magnética del plano de polarización, la causa principal radica en el influjo del campo magnético, de modo que la dirección de rotación se establece por la orientación del campo exterior y no depende de la dirección de la luz.

La independencia existente entre la dirección de rotación y la orientación de la luz, le dio a Faraday la posibilidad de emplear un procedimiento singular para amplificar el efecto. Con una distancia dada entre los polos del imán, el aumento de la longitud del trayecto d de la luz en la sustancia se logra mediante una reflexión múltiple (fig. 30.10) para esto las superficies internas de la muestra se recubren de plata (menos los lugares de entrada y salida de la luz).

La rotación magnética, lo mismo que la natural, depende de la longitud de onda y varía algo con la temperatura. La dependencia

entre la constante de Verdet y la longitud de onda (dispersión) puede determinarse aproximadamente por la ley análoga a la de Biot:

$$\rho = A/\lambda^2 + B/\lambda^4. \qquad (169.2)$$

El fenómeno de Faraday se halla en relación directa con el efecto Zeeman. Por eso su análisis teórico se ofrece en el capítulo siguiente.

31. EFECTO ZEEMAN

§ 170. Esencia del efecto Zeeman

Después de establecer, en los experimentos de rotación magnética del plano de polarización de la luz, la relación entre los fenómenos

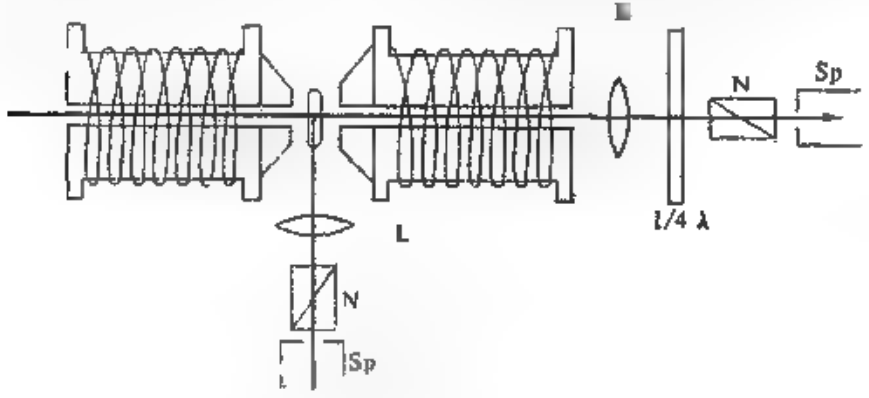


Fig. 31.1. Esquema de observación del efecto Zeeman

ópticos y magnéticos, Faraday también intentó influir con el campo magnético sobre las líneas espectrales. Uno de sus últimos experimentos (1862) consistía en observar el espectro de los vapores de sodio ubicados entre los polos del electroimán, al conectar y desconectar el campo. La ausencia de cualquier tipo de efecto se explica (como sabemos) por la insuficiencia de medios técnicos, de los cuales entonces disponía el científico (pequeño poder de resolución del dispositivo espectral en débiles campos magnéticos utilizados por Faraday).

Sólo mucho más tarde, exactamente medio siglo después del primer descubrimiento magnetoóptico de Faraday, Zeeman (1896) logró revelar una débil variación de la frecuencia de las líneas espectrales bajo el influjo del campo magnético exterior. En su principio, la posición del esquema de Zeeman coincidía con la última instalación de Faraday. Pero en los experimentos ulteriores se aplicó una

adición importante: además de la observación de la frecuencia de las líneas espectrales, Zeeman prestó también atención al carácter de polarización de estas líneas de acuerdo con las indicaciones de Lorentz, quien simultáneamente desarrollaba la teoría electrónica de los fenómenos ópticos.

El esquema de disposición de los experimentos de Zeeman y los resultados principales para el caso más simple que él logró realizar respecto a la línea verde azul muy estrecha de cadmio, se reducen a lo siguiente. Entre los polos de un electroimán muy intenso (fig. 31.1), capaz de asegurar un campo homogéneo de 10 000 . . . . . 15 000 Oe, se instala una fuente de espectro de rayas, por ejemplo, un tubo de Geissler o un arco en el vacío. El núcleo del electroimán está agujereado a fin de asegurar las observaciones no sólo transversalmente al campo magnético (*efecto transversal*), sino también a lo largo de éste (*efecto longitudinal*). La luz se emite a un dispositivo espectral *Sp* de gran poder de resolución (cerca de 100 000), por ejemplo, a una red de difracción o a un espectroscopio de interferencia. En la trayectoria del rayo se instalan dispositivos que permiten analizar el carácter de polarización de la luz emitida (lente L, analizador N y lámina de un cuarto de onda). El propio campo magnético puede servir de polarizador de la luz. Para observar tipos más complejos de líneas espectrales se tienen que emplear campos magnéticos más intensos (cera de 40 000 Oe) y dispositivos espectrales más potentes (poder separador de unos 300 000 . . . 400 000). Puesto que el experimento dura a veces muchas horas, el imán debe asegurar una constancia buena del campo magnético en función del tiempo, y la temperatura tiene que permanecer más o menos constante para que se pueda emplear un dispositivo espectral de gran poder separador.

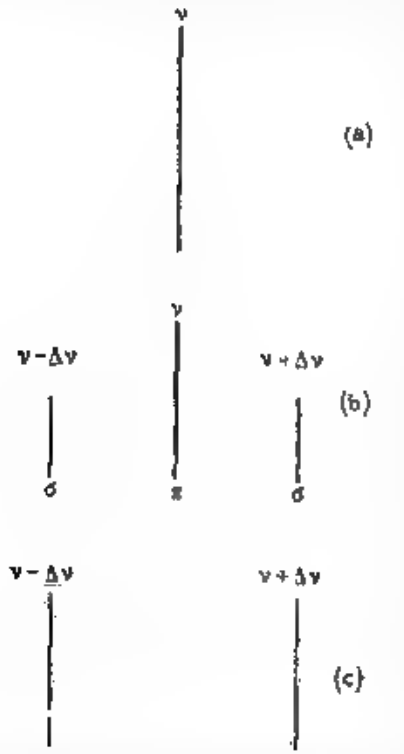


Fig. 31.2. *Imagen esquemática del efecto Zeeman simple (normal):*

a, cuando no hay campo la raya no está polarizada; b, cuando hay campo el efecto es transversal; c, cuando hay campo el efecto es longitudinal.

Los resultados obtenidos para simples líneas espectrales, por ejemplo, para algunas líneas de H, Zn y Cd, se reducen a lo siguiente. La línea que en ausencia del campo magnético tiene una frecuencia ν, en el campo magnético, en la observación longitudinal, aparece en forma de doblete con frecuencias $\nu - \Delta\nu$ y $\nu + \Delta\nu$, con la particularidad de que la primera raya está circularmente polarizada de modo levógiro, y la segunda, de modo dextrógiro. En la observación transversal se obtiene un triplete con frecuencias $\nu + \Delta\nu$, ν y $\nu - \Delta\nu$, además, las rayas extremas están polarizadas de modo que las oscilaciones en ellas son perpendiculares a la dirección del campo magnético (componentes σ), y la polarización de la raya del medio corresponde a las oscilaciones a lo largo del campo magnético (componente π). El valor del desplazamiento $\Delta\nu$ es proporcional a la intensidad del campo magnético. En resumen, según esa intensidad, la componente es dos veces más intensa que cada una de las componentes iguales entre sí; las componentes circularmente polarizadas en el efecto longitudinal coinciden, según la intensidad, con la componente π en el efecto transversal.

La referida distribución de las intensidades muestra que, al pasar al campo de intensidad nula, el desdoblamiento desaparece, mientras que la intensidad de la radiación atómica en cualquier dirección es igual, como precisamente debe ser.

La representación esquemática del cuadro espectral se da en la fig. 31.2, con la particularidad de que la altura de la raya, en escala lineal, muestra la intensidad de las líneas espectrales.

§ 171. Teoría elemental del efecto Zeeman

Los fundamentos de la teoría del efecto Zeeman fueron establecidos por Lorentz, quien estaba al corriente de las investigaciones de Zeeman e influía en la tendencia de éstas.

La teoría de dispersión, de la forma en que ésta se deducía de las nociones electrónicas de Lorentz, permitía suponer que los procesos ópticos en el átomo se hallan condicionados por el movimiento de los electrones. La emisión de luz monocromática en este caso debe considerarse como el resultado del movimiento de los electrones con arreglo a una ley armónica simple, es decir, bajo el influjo de la fuerza casielástica, y la variación de la emisión bajo la acción del campo magnético, a consecuencia de la modificación del movimiento del electrón, provocada por la fuerza adicional con la que el campo magnético influye sobre la carga en movimiento. Esta fuerza adicional (fuerza de Lorentz) se expresa de la forma

$$F = evH \operatorname{sen}(v, H) \qquad (171.1)$$

(e es la magnitud de la carga; v, su velocidad; y H, la intensidad del campo magnético) y se halla dirigida a lo largo de la línea perpendi-

cular al plano (v, H), hacia una u otra parte según el signo de e y la relación entre las direcciones v y H (todas las magnitudes se dan en el sistema CGS)

Para simplificar y hacer más claro el cálculo, descompongamos el movimiento oscilatorio del electrón (en ausencia del campo) en las siguientes componentes, en las que, como se ve fácilmente, se puede descomponer la oscilación armónica de cualquier dirección. Una de estas componentes supongamos que es la oscilación armónica a lo largo de la dirección del campo, y las otras dos, los movimientos uniformes circulares, dextrógiro y levógiro, en el plano perpendicular a dicha dirección. La acción del campo magnético sobre la primera componente es nula, ya que sen $(v, H) = 0$, mientras que el influjo del campo sobre las componentes circulares se reducirá a la fuerza adicional $\pm evH$ dirigida a lo largo del radio (de la trayectoria

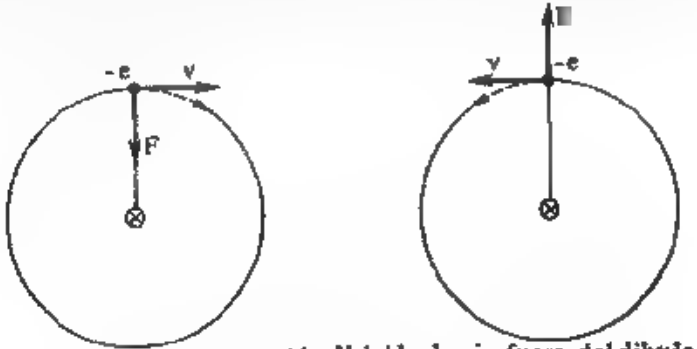


Fig. 31.3. Acerca de la teoría elemental del efecto Zeeman.

circular) hacia el centro o en sentido opuesto, según el signo de la carga y la relación entre la dirección del campo magnético y la velocidad del movimiento (fig. 31.3, carga negativa). De este modo, el movimiento oscilatorio *a lo largo* del campo permanecerá constante y transcurrirá con la frecuencia inicial ν. Sin embargo, el movimiento circular bajo la acción del campo adquirirá mayor $(\nu + \Delta\nu)$ o menor $(\nu - \Delta\nu)$ frecuencia en dependencia de si el campo aumenta la fuerza centrípeta que actúa sobre la carga (véase la fig. 31.3, *a*) o la reduce (véase la fig. 31.3, *b*).

De acuerdo con esto, la emisión de la carga que realiza un movimiento tan complicado, también se hará más compleja: la misma puede ser representada como el conjunto de tres radiaciones monocromáticas de distinta frecuencia $(\nu - \Delta\nu, \nu, \nu + \Delta\nu)$ que pueden desdoblarse mediante el correspondiente dispositivo espectral.

En dirección perpendicular al campo magnético, el dispositivo espectral revelará la frecuencia inicial ν correspondiente a la oscila-

ción de la carga en dirección paralela al campo magnético, o sea, la radiación que representa la componente π; las otras dos componentes, con frecuencias $\nu + \Delta\nu$, $\nu - \Delta\nu$, corresponden a la oscilación de las cargas en dirección perpendicular al campo magnético (componentes σ). Esta es la explicación del triplete normal observado por Zeeman en el efecto transversal.

En dirección *a lo largo* del campo magnético, la componente de ν no se emitirá a causa de la forma transversal de las ondas luminosas, y las otras dos componentes de $\nu + \Delta\nu$ y $\nu - \Delta\nu$ tienen el aspecto de luz circularmente polarizada de rotación dextrógira y levógira. Además, en el caso de signo negativo de e, la polarización dextrógira se manifestará en la raya de frecuencia reducida (componente *roja*) (véase la fig. 31.3, *b*), y la levógira, en la raya de frecuencia aumentada (componente *violeta*) (véase la fig. 31.3, *a*). En caso de ser la carga e positiva, la dirección de la polarización circular de las componentes roja y violeta tiene que ser inversa. En el § 170 hemos visto que el experimento proporciona una relación correspondiente al signo *negativo* de la carga.

Para determinar la magnitud de la carga hallaremos la ley de la variación de la frecuencia de las componentes circulares del movimiento. En ausencia del campo magnético, la fuerza centrípeta que asegura el movimiento circular de la carga, se da mediante la atracción casielástica br, de modo que la frecuencia angular de rotación ($\omega = 2\pi/T$) se determina a partir de la condición

$$br = m\omega^2 r, \tag{171.2}$$

$$\omega = \sqrt{b/m} = \omega_0. \tag{171.3}$$

La acción del campo se reduce a la fuerza adicional que actúa a lo largo del radio, es decir, a la variación de la fuerza centrípeta y, por consiguiente, de la frecuencia de rotación:

$$\left.\begin{aligned} &\text{para el círculo levógiro } br - ev_g H = m\omega_g^2 r, \\ &\text{para el círculo dextrógiro } br + ev_d H = m\omega_d^2 r. \end{aligned}\right\} \tag{171.4}$$

Como $v_g = \omega_g r$ y $v_d = \omega_d r$, las ecuaciones adquirirán la siguiente forma

$$\left.\begin{aligned} m\omega_g^2 + e\omega_g H - b = 0, \\ m\omega_d^2 - e\omega_d H - b = 0, \end{aligned}\right\} \tag{171.5}$$

de donde

$$\left.\begin{aligned} \omega_g &= -\frac{1}{2}\frac{e}{m}H \pm \sqrt{\frac{b}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2}}, \\ \omega_d &= \frac{1}{2}\frac{e}{m}H \pm \sqrt{\frac{b}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{171.6}$$

Como $b/m = \omega_0^2$, donde ω_0 es la frecuencia en ausencia del campo magnético, entonces

$$\sqrt{\frac{b}{m} + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2}} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{1}{4}\frac{e^2H^2}{m^2\omega_0^2}}.$$

El término $^1/_4\ (e^2/m^2)\ (H^2/\omega_0^2)$ es muy pequeño en comparación con la unidad. En efecto, incluso para cargas más ligeras (electrón, $e/m = 1{,}76 \cdot 10^7$ CGS $= 1{,}759 \cdot 10^{11}$ C·kg^{-1}) y enormes campos del orden de un millón de oersted, obtenemos para la radiación visible ($\omega_0 \approx 3 \cdot 10^{15}$) el valor de $^1/_4\ (e^2/m^2)\ (H^2/\omega_0^2) \approx 10^{-6}$. Menospreciando esta magnitud y recordando que la frecuencia ω debe ser positiva, hallamos

$$\omega_g = \omega_0 - {}^1/_2 \frac{e}{m} H, \quad \omega_d = \omega_0 + {}^1/_2 \frac{e}{m} H. \tag{171.7}$$

De esta manera, la teoría conduce a la conclusión de que la magnitud del desdoblamiento es igual a

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 2\pi\Delta\nu = \pm {}^1/_2 \frac{e}{m} H, \tag{171.8}$$

o sea, es proporcional a la intensidad del campo magnético H, como lo demuestra el experimento. Los campos magnéticos más intensos, en los cuales se ha medido el desdoblamiento de las rayas magnéticas, fueron obtenidos en los ensayos de P. L. Kapitsa (1938), quien estableció que incluso para campos de unos 320 000 Oe se mantiene la proporcionalidad entre $\Delta\nu$ y H.

La relación obtenida anteriormente $\Delta\omega = \pm {}^1/_2\ (e/m)\ H$ da la posibilidad, a base de las mediciones de $\Delta\omega$ y H, de calcular la relación e/m para las cargas cuyo movimiento condiciona el efecto Zeeman. Este cálculo nos da:

$e/m = 1{,}765 \cdot 10^7$ CGS según las mediciones de 1914,

$e/m = 1{,}761 \cdot 10^7$ CGS según las mediciones de 1929.

Al comparar las magnitudes calculadas, con los resultados de la medición de e/m según la desviación de los rayos catódicos en los campos eléctrico y magnético ($1{,}769 \cdot 10^7$), no cabe duda que la partícula cargada en el átomo, la cual determina las propiedades ópticas de éste, es precisamente el electrón*). Sin embargo, la diferencia en la determinación de e/m a base de dos procedimientos, obligada a sospechar en ciertos defectos de principio en cuanto a la determinación según uno u otro procedimiento. En los últimos años el perfeccionamiento de la metodología de determinación de e/m según la desviación de los rayos catódicos condujo a la concordancia con los datos espectrales.

*) El valor actual es $e/m = 1{,}7588047(49) \cdot 10^7$ CGS.

Tanto la teoría como el experimento muestran que para observar el efecto Zeeman en condiciones normales es necesario tener un dispositivo espectral de gran poder separador (poder de resolución). Así, para $\lambda = 300{,}0$ nm en un campo de 10 000 Oe el desdoblamiento alcanza sólo 0,003 nm. En los campos que empleó Kapitsa, el desdoblamiento alcanzaba 0,15 nm y podía observarse con ayuda de un espectrógrafo de prisma. La fig. 31.4 reproduce las fotografías del efecto Zeeman para la raya de cadmio $\lambda = 643{,}87$ nm (triplete normal; en la parte superior de la figura está representada la componente π y en la inferior, las componentes σ).

Observación. Una investigación más detallada del influjo del campo magnético sobre el movimiento del electrón muestra*) que la variación de la velocidad angular de este último no va acompañada del cambio del radio de su órbita r. Por cuanto el radio de la órbita permanece constante, la variación de la velocidad angular en $\pm\Delta\omega$ trae consigo el cambio de la velocidad *lineal* en $\Delta v = \pm r\,\Delta\omega$ y, como consecuencia, de la energía cinética del electrón. Surge la pregunta: ¿a expensas del trabajo de qué fuerzas tiene lugar esta variación de la energía? (La fuerza de Lorentz es perpendicular a la dirección de la velocidad, por lo tanto no realiza ningún trabajo).

Fig. 31.4. Efecto Zeeman simple de la raya singlete de cadmio $\lambda = 643{,}87$ nm.

El caso se reduce a los fenómenos de la inducción electromagnética. Sea que en ausencia del campo magnético la velocidad del electrón en la órbita es v_0. Al aplicar el campo magnético durante el tiempo en que la intensidad de ese campo varía desde cero hasta H, acciona una fuerza electromotriz de inducción, es decir, un campo eléctrico rotacional cuyas líneas se sitúan en el plano perpendicular a la dirección del flujo magnético variable. Dicho campo influye sobre el electrón y en virtud de su carácter rotacional, realiza cierto trabajo incluso para la trayectoria cerrada de este último, modificando la energía cinética de su movimiento orbital.

---

*) Véase, por ejemplo, *E. V. Shpolski*, Física atómica, v. I, «Naúka», Moscú, 1974 (en ruso).

No está de más recordar que del mismo modo se resuelven semejantes paradojas energéticas aparentes en la electrodinámica. Por ejemplo, el aumento de la energía cinética de un imán o una bobina con corriente, que comienzan a oscilar*) al aplicarles un campo magnético continuo, también es el resultado de la inducción electromagnética.

§ 172. Efecto anómalo (complejo) Zeeman

El tipo de desdoblamiento descrito en el párrafo anterior, o sea, la aparición del tripleto de dos componentes σ y una componente π, como aclararon las ulteriores investigaciones, se observan muy raras veces. Este tipo caracteriza las simples líneas espectrales denominadas líneas *singletes* que representan una onda determinada, prácticamente monocromática, la cual lleva el nombre de *desdoblamiento normal*. La inmensa mayoría de las líneas espectrales son complejas; representan *multipletes*, es decir, constan de dos o varias líneas espectrales situadas muy cerca una de otra. Un simple multiplete —doblete es, por ejemplo, la línea amarilla de sodio que representa un par de rayas D_1 y D_2 cuyas longitudes de ondas se diferencian casi en 6 Å ($\lambda_{D_1} = 5895{,}930$ Å y $\lambda_{D_2} = 5889{,}963$ Å), además, la intensidad de la raya D_2 es dos veces mayor que la de la raya D_1. A menudo se encuentran multipletes mucho más complejos, constituidos por muchas componentes. El influjo del campo magnético sobre estos multipletes ofrece un cuadro mucho más complicado que el descrito anteriormente. Así, el doblete de sodio se desdobla de modo que la raya D_2 da 6 componentes, y la raya D_1, 4 componentes. Una parte de éstas son componentes π, y otra, componentes σ, separadas de modo que para unas el desdoblamiento es mayor y para otras menor que el desdoblamiento normal en un mismo campo magnético; la intensidad de algunas componentes π y σ es tal que la mezcla de todas las líneas da una luz no polarizada. La fig. 31.5 muestra una foto del desdoblamiento descrito, y la fig. 31.6 representa un caso mucho más complicado. En ésta se muestra una de las rayas del septeto de cromo que se descompone en 21 componentes: en la parte inferior de la figura se dan 14 componentes σ, y en la superior, 7 componentes π (en la fotografía algunas componentes más débiles se ven mal).

La complejidad del cuadro de este efecto Zeeman *anómalo* está relacionado de modo no casual con el carácter complicado de la raya en ausencia del campo magnético exterior. La causa general

*) La orientación definitiva de la bobina o el imán respecto al campo es un efecto secundario, el resultado de la fricción en los rodamientos, además, la energía cinética de las oscilaciones se transforma en calor.

consiste en que el electrón, además de la carga eléctrica, posee también un momento magnético determinado. La interacción entre este último y el campo magnético que predomina dentro del átomo, conduce a una estructura compleja de las líneas espectrales, mientras que la interacción de dicho momento con el campo magnético exterior, conduce a un desdoblamiento complejo o anómalo. Tales interacciones se pueden tener en cuenta únicamente con ayuda de la teoría cuántica. Sólo ésta dio una interpretación satisfactoria al efecto anómalo Zeeman, aclarando simultáneamente la causa de la estructura compleja de las líneas espectrales.

El efecto Zeeman simple (o normal) también se interpreta mediante la teoría cuántica, con la particularidad de que el resultado obtenido merced a ésta, coincide con los resultados de la teoría simple de Lorentz. El hecho de que en los experimentos iniciales de Zeeman se observó un triplete normal, fue una circunstancia exitosa que desempeñó un papel muy importante en el desarrollo de la teoría electrónica. La perfecta explicación del efecto Zeeman simple con ayuda de las teorías electrónicas ha sido uno de los éxitos más rotundos de la teoría de Lorentz, los cuales no fueron quebrantados incluso cuando las observaciones ulteriores demostraron que el fenómeno tiene con frecuencia un carácter mucho más complicado. Manteniendo la explicación dada por la teoría electrónica, estos casos más complicados fueron catalogados como anómalos, mientras que en realidad representan un fenómeno más general, y el efecto «normal» es sólo un caso particular de éste.

Fig. 31.5. Efecto Zeeman complejo para el doblete de sodio.
Abajo, doblete cuando no hay campo, arriba, desdoblamiento en el campo magnético.

Fig. 31.6. Efecto Zeeman complejo para el triplete de cromo.
Abajo, catorce componentes σ; arriba, siete componentes π

§ 173. Efecto Zeeman inverso. Su relación con el efecto Faraday

El efecto Zeeman se logró revelar también en las rayas de absorción (*efecto Zeeman inverso*). Si la sustancia absorbente, por ejemplo, los vapores de metal que dan una línea espectral intensa de absorción*), se colocan entre los polos de un imán, la forma del espectro de absorción variará al aplicar el campo magnético. Durante la observación longitudinal, en ausencia del campo, se percibe una raya intensa de absorción; al aplicar el campo magnético, ésta se sustituye por dos rayas de absorción desplazadas a la zona de mayores o menores longitudes de ondas simétricamente por ambas partes de la raya inicial. En este caso el valor del desplazamiento $\Delta\nu$ crece de manera proporcional a la intensidad del campo magnético H y se determina por la misma relación (171.8):

$$\Delta\nu = \pm \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m} H \qquad (173.1)$$

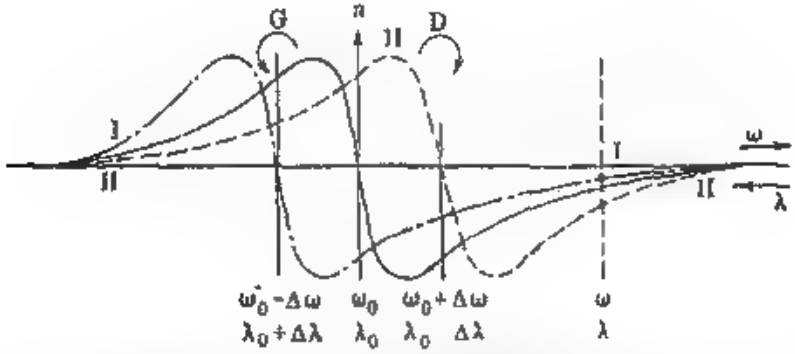


Fig. 31.7. Desarrollo de la curva de dispersión cuando no hay campo magnético (curva continua) y en el campo magnético:
I, para el rayo polarizado por el círculo levógiro; II, para el rayo polarizado por el círculo dextrógiro.

(en caso de que la raya corresponde al efecto normal). Durante la observación transversal, la raya inicial de absorción va acompañada de otras dos rayas situadas por ambas partes de ésta a la distancia de $\Delta\nu = \pm \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m} H$. El factor de absorción dependerá del carácter de polarización de la luz incidente.

Es fácil comprender el sentido teórico de estos fenómenos. Bajo la acción del campo magnético varían los propios períodos de oscila-

*) Becquerel logró observar el efecto Zeeman inverso también en algunos cristales (xenotita, tisonita), que se caracterizan por bandas de absorción muy estrechas, sobre todo a bajas temperaturas.

ción de los átomos y, por consiguiente, también la posición de las rayas de absorción. Las observaciones en dirección longitudinal muestran que las propias frecuencias correspondientes a la rotación dextrógira y levógira, se desplazan en distintas direcciones. Este hecho establece la relación entre el efecto Zeeman y el efecto Faraday. Como el índice de refracción depende de la cercanía de la frecuencia de la onda sometida a investigación, respecto a las propias frecuencias de la sustancia (curva de dispersión), por lo tanto, bajo la acción del campo magnético también cambia el índice de refracción, además, cambia *de modo diferente* para las ondas de una frecuencia dada y de polarización circular dextrógira y levógira.

Así, bajo la acción del campo magnetico surge una refracción doble (rotatoria), es decir, conforme a la teoría de Fresnel, surge la rotación del plano de polarización (efecto Faraday).

En la curva de dispersión (fig. 31 7), las relaciones se dan en escala aumentada. La curva *I* muestra el desarrollo del índice de refracción en el campo magnético para el rayo de polarización circular levógira, y la curva *II*, para el rayo de polarización circular dextrógira. En la figura se ve claramente que para cualquier longitud de onda λ en el campo magnético surge una refracción circular doble. El efecto es tanto más considerable cuanto más cerca se hallan λ y λ_0. Realmente, en la proximidad de las propias rayas de absorción, el efecto de rotación es sobre todo grande. Pero incluso estando muy lejos de las propias frecuencias, el fenómeno se observa con facilidad merced a la enorme sensibilidad del método de rotación del plano de polarización (véase § 168).

§ 174. Efecto Stark

El efecto Zeeman demostró claramente que el elemento fundamental, determinante de las propiedades ópticas del átomo, es el electrón. Era de esperar que el campo eléctrico también puede influir sobre la frecuencia de la luz emitida. Sin embargo, la teoría simple basada en estos razonamientos conduce a resultados algo inesperados, mostrando que la oscilación armónica no varía su frecuencia con el influjo del campo eléctrico, a diferencia del comportamiento del oscilador armónico en el campo magnético (véase el ejercicio 219).

Según la monocromaticidad de las líneas espectrales, las oscilaciones del electrón en el átomo son muy próximas a las armónicas y, en primera aproximación, la mayoría de los fenómenos ópticos se interpretan bien a base de las nociones acerca de la oscilación armónica. Si se toma en consideración la desviación de la armonía, la teoría indicada nos dará un pequeño desdoblamiento de las líneas espectrales, proporcional al cuadrado del campo eléctrico, a saber,

$\Delta\omega \sim (e^2/2m^2\omega^2)\, E_0^2$, insignificante en comparación con ω_0 incluso para los grandes campos accesibles.

La posibilidad de esta influencia del campo eléctrico la indicó Vogt, quien, sin embargo, no logró observar este fenómeno, a causa de la dificultad de crear en el tubo de descarga un campo eléctrico grande, indispensable para realizar el experimento.

Stark (1913) superó esta dificultad y descubrió el fenómeno que ahora se denomina efecto Stark y que no se parece en nada a lo predicho por Vogt: el fenómeno en el hidrógeno era mucho más fuerte que el esperado, además resultó dependiente de *la primera potencia* de la intensidad del campo E (efecto lineal).

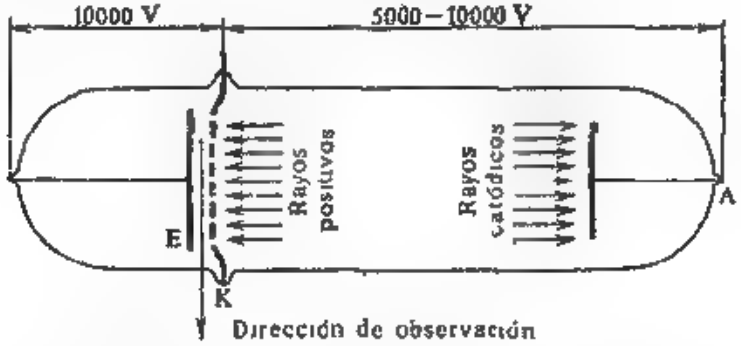


Fig. 31.8. *Esquema del tubo para observar el efecto Stark.*

a. *Peculiaridades de la instalación de Stark.* La luminosidad del gas en el tubo de descarga va acompañada de una intensa ionización, a causa de la cual es imposible mantener campos intensos dentro del tubo. Stark encontró una salida: una fuerte ionización y luminosidad se concentraban en una parte del tubo, mientras que el campo intenso se creaba en la otra parte, donde no había iones y donde, por lo tanto, era posible mantener una tensión alta; la diferencia de presiones se mantenía mediante el vaciado, y las partículas luminosas se introducían por los orificios (canales, fig. 31.8). El espacio EK era muy pequeño (cerca de 1 mm), de modo que la intensidad del campo en el condensador EK alcanzaba unos 10 000 V/cm.

En este tubo se observa el efecto transversal. Una instalación especial proporciona el efecto longitudinal (no se puede observar a lo largo de la dirección del movimiento de los rayos positivos (canales), ya que el fenómeno se complica por el efecto Doppler).

b. *Resultados para el hidrógeno.* Durante la observación transversal, cada raya se desdobla en una serie de componentes π y σ situadas (en la primera aproximación) simétricamente a la raya inicial y a distancias múltiples a cierta distancia mínima proporcional a *la primera potencia* de la intensidad del campo. El número de com-

ponentes para cada raya del espectro de hidrógeno es diferente y obedece a cierta regularidad relacionada con las regularidades espectrales. El cuadro general de la distribución de la intensidad es muy complejo (fig. 31.9).

La teoría clásica (véase lo expuesto más arriba) no es capaz de explicar tal efecto. Al igual que el efecto Zeeman anómalo, el efecto Stark exige para su explicación que se tomen en consideración las leyes de la estructura atómica, es decir, las leyes cuánticas. La teoría cuántica del fenómeno, establecida más tarde (Epstein—Schwarzschild, 1916), explicó satisfactoriamente todas sus peculiaridades. También se explicó de modo satisfactorio el hecho de que otros elé-

Fig. 31.9. Desdoblamiento de las rayas espectrales de hidrógeno en el campo eléctrico.

mentos que poseen más de un electrón, no manifiestan el efecto Stark. El átomo ionizado de helio con un electrón, al contrario, da un efecto lineal semejante al efecto en el hidrógeno.

El efecto cuadrático predicho por Vogt, fue descubierto mucho más tarde (1924) y está relacionado con el efecto Stark lineal mediante la teoría completa. Una observación aproximada de la influencia de los campos eléctricos sobre las líneas espectrales del hidrógeno se puede llevar a cabo en cualquier tubo de descarga en las proximidades del cátodo, donde reinan campos intensos (método de Lo Surdo).

El influjo de los campos eléctricos intermoleculares se manifiesta en el ensanchamiento de las líneas en condiciones corrientes de descarga

EFECTOS DE LA LUZ

La influencia de la luz sobre la sustancia consiste en comunicarle a ésta la energía suministrada por la onda luminosa, debido a lo cual pueden surgir efectos diferentes. De esta manera, el proceso primario es la *absorción* de la luz.

La energía luminosa absorbida en el caso más difundido y más general, se transforma en calor, elevando en cierto grado la temperatura del cuerpo absorbente. Pero con frecuencia sólo una parte de la energía luminosa se transforma en calor, la otra sufre otras transformaciones, provocando unos u otros *efectos* de la luz. En el presente apartado no examinaremos los casos en que, al influir la luz, el cuerpo se transforma por sí mismo en una fuente y emite la radiación de frecuencia propia o forzada. Parte de estos procesos (emisión de frecuencias forzadas) se examinó en el cap. 29 (difusión de la luz). Otra parte de éstos (emisión de frecuencias propias) se examinará en el cap. 38. El presente apartado está dedicado a las cuestiones de transformación de la energía luminosa en energía mecánica de los electrones (efecto fotoeléctrico y efecto Compton) o de todo el sistema absorbente (presión luminosa), así como a diversos efectos químicos de la luz (fotoquímica, fotografía y óptica fisiológica).

32. EFECTO FOTOELECTRICO

§ 175. Introducción

Entre los diversos fenómenos, en los que se manifiesta la influencia de la luz sobre la sustancia, ocupa un lugar importante *el efecto fotoeléctrico*, es decir, la emisión de electrones bajo el efecto de la luz. El análisis de este fenómeno condujo a la idea de los cuantos luminosos y desempeñó un papel extremadamente importante en el desarrollo de las hipótesis teóricas modernas. A la par con lo dicho, el

efecto fotoeléctrico se utiliza en las fotocélulas que obtuvieron un empleo muy extenso en diversas ramas de la ciencia y la técnica y que prometen perspectivas aún mejores.

El descubrimiento del efecto fotoeléctrico ha de remontarse al año 1887, cuando Hertz determinó que la iluminación (por luz ultravioleta) de los electrodos del espacio de chispa sometido a tensión, facilita el paso de la chispa entre ellos.

El fenómeno descubierto por Hertz puede observarse en el siguiente experimento que se efectúa fácilmente (fig. 32.1). La dimensión del espacio de chispa F se elige de modo que en el esquema integrado por un transformador T y un condensador C, la chispa pase con dificultad (una o dos veces por minuto). Si los electrodos F, hechos de zinc puro, son iluminados por la luz de una lámpara de vapor de Hg, la descarga del condensador se facilitará de modo considerable: la chispa comenzará a pasar con bastante frecuencia si, claro está, la

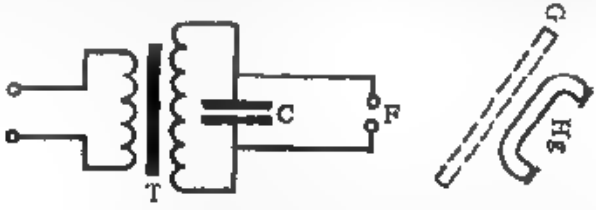


Fig. 32.1. Esquema del experimento de Hertz

potencia del transformador es suficiente para la carga rápida del condensador C. Al ubicar entre la lámpara y los electrodos F un vidrio G, cerramos el acceso de los rayos ultravioleta, y el fenómeno se interrumpe.

Las investigaciones sistemáticas de Hallwachs, A. G. Stolétov y otros (1888), aclararon que en el experimento de Hertz todo se reduce a la liberación de las cargas de los electrodos bajo la acción de la luz, al caer en el campo eléctrico entre los electrodos, estas cargas se aceleran, ionizan el gas que las rodea y provocan la descarga.

A. G. Stolétov realizó los experimentos del efecto fotoeléctrico utilizando por primera vez *pequeñas* diferencias de potencial entre los electrodos. «Al repetir a principios de 1888 —escribía Stolétov— los interesantes experimentos de Hertz, Wiedemann, Ebert y Hallwachs respecto a la acción de los rayos sobre las descargas eléctricas de alta tensión, decidí probar si se obtenía semejante efecto con electricidad de débiles potenciales... Mi intento tuvo un éxito mayor que el esperado»*).

El esquema de los experimentos de Stolétov se muestra en la fig. 32.2. Los principales resultados de las investigaciones de Stolé-

*) *A. G. Stolétov*, Obras escogidas, Gostejizdat, 1950, pág. 191, (en ruso).

tov, que conservaron su importancia hasta hoy día, son las siguientes conclusiones:

1) Con mayor eficacia actúan los rayos ultravioleta absorbidos por el cuerpo («cuanto más rayos contenga el espectro, tanto mayor es el efecto»).

2) La intensidad de la fotocorriente es proporcional a la iluminación creada del cuerpo («efecto de descarga, siendo las demás condiciones iguales, es proporcional a la energía de los rayos activos que inciden sobre la superficie de descarga»).

3) Bajo el efecto de la luz se liberan las cargas *negativas* («el efecto de los rayos es rigurosamente unipolar, la carga positiva no es evacuada por los rayos: por lo visto, la carga aparente de los cuerpos neutros, provocada por los rayos, se explica por la misma causa»).

Por ejemplo, si una lámina de zinc unida al electroscopio y car-

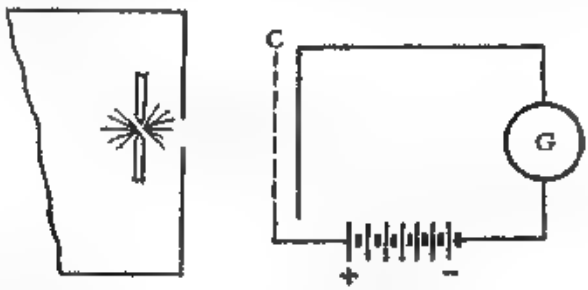


Fig. 32.2. *Esquema de los experimentos de Stoletov para observar el efecto fotoeléctrico.*

El circuito eléctrico consiste de una batería de elementos y del condensador C, cuya placa cargada positivamente está hecha en forma de una red de alambre. La luz pasa a través de las mallas del electrodo de alambre e incide sobre la placa cargada negativamente. La fotocorriente se registra mediante el galvanómetro G.

gada negativamente se ilumina con luz ultravioleta, dicho electroscopio se descarga con rapidez. Pero la misma lámina, con carga positiva, conserva su carga a pesar de la iluminación. Al observar minuciosamente (electroscopio de gran sensibilidad) puede notarse que la lámina sin carga, bajo el efecto de la iluminación adquiere carga *positiva*, o sea, pierde parte de sus cargas negativas, que al principio neutralizaron su carga positiva.

Varios años más tarde (1898) Lenard y Thomson realizaron experimentos de determinación de e/m para las cargas liberadas, según su desviación en los campos eléctrico y magnético. Estas mediciones proporcionaron para e/m el valor de $1{,}76 \cdot 10^7$ CGS, mostrando de esta manera que las cargas negativas liberadas por la luz son precisamente *electrones*.

§ 176. Leyes del efecto fotoeléctrico

a. *Corriente de saturación.* Para investigar la intensidad de la fotocorriente se suele utilizar un esquema semejante al de Stolétov (fig. 32.3). Aquí P es la lámina de metal que se ilumina, y N, la segunda lámina unida, mediante el galvanómetro G, al polo correspondiente de la batería B. Los electrones separados por la luz de P, bajo la acción de la batería B, van hacia N siguiendo luego por los cables a través del galvanómetro y cerrando la corriente de la batería B. Ya los primeros investigadores descubrieron que ese fenómeno depende en sumo grado de *la fineza de acabado* de la superficie alumbrada. Por eso los experimentos precisos se llevan a cabo sólo en superficies recién acabadas mecánicamente o, aún mejor, formadas a base de pulverizar metal en el vacío. Entre los electrodos P y N durante la medición se mantiene un alto vacío, ya que la presencia de gases puede modificar considerablemente las propiedades de la superficie y, además, dificulta las condiciones de salida y transmisión de las cargas. Manteniendo una iluminación constante y variando la tensión de la batería B, cambiaremos, dentro ciertos límites, la intensidad de la corriente en el galvanómetro. Pero si el experimento se realiza en un alto vacío y a los electrodos se les confirió tal forma que *todas las cargas* separadas de la superficie alumbrada caen en el segundo electrodo incluso sin la ayuda de un campo acelerador*), entonces la intensidad de la fotocorriente no aumentará al crecer el campo. Por el contrario, el campo de freno dirigido de modo que obstaculice el movimiento de los electrones encaminados de la superficie alumbrada al segundo electrodo, puede *debilitar* la fotocorriente e incluso reducirla a cero.

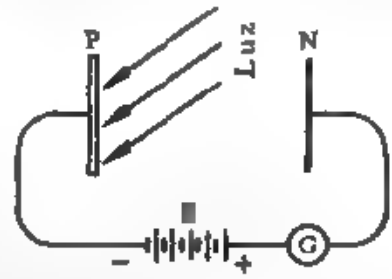


Fig. 32.3. Esquema para investigar la dependencia entre la fotocorriente, la tensión y la intensidad de la luz.

En efecto, el experimento muestra que de acuerdo con estos razonamientos, la dependencia entre la intensidad de la fotocorriente I y la diferencia de potencial V aplicada a los electrodos (la denominada *característica* de la fotocorriente tiene el aspecto representado en la fig. 32.4 (curva continua)). Para los electrodos cuya forma y disposición mutua no satisfacen las exigencias planteadas más arriba, la característica de la fotocorriente se altera en mayor o menor grado

*) La mejor forma de disposición de los electrodos es el condensador esférico: su bola interior representa una superficie sensible a la luz, y sus dimensiones son pequeñas en comparación con las de la bola exterior.

(véase fig. 32.4, curva punteada). Sin embargo se mantienen sus rasgos esenciales: con cierta diferencia de potencial aceleratriz no muy grande, la corriente alcanza un valor constante (*corriente de saturación*); para determinada diferencia de potencial de freno, la corriente desciende a cero. Stolétov también señalaba la tendencia de la fotocorriente a la saturación.

Puesto que la corriente de saturación corresponde a las condiciones en las que *todos* los electrones separados por la luz pasan a través del circuito del galvanómetro, la intensidad de la corriente de saturación debe adoptarse como medida del efecto fotoeléctrico de la luz.

b. *Dependencia entre la corriente de saturación y la intensidad de la luz incidente.* Las mediciones minuciosas muestran que la intensidad de la corriente de saturación es estrictamente proporcional al flujo luminoso absorbido por el metal. Puesto que la intensidad de la luz absorbida por los metales es proporcional a la intensidad de la luz incidente, la ley fundamental del efecto fotoeléctrico puede enunciarse así: *la intensidad de la fotocorriente de saturación es directamente proporcional al flujo luminoso incidente.*

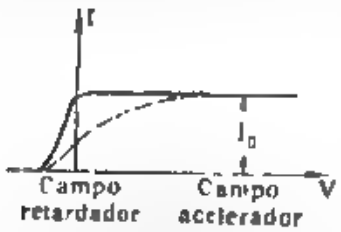


Fig. 32.4. Características de la fotocorriente.

Esta ley se ha verificado en un intervalo muy amplio de intensidades de la luz y se cumple muy estrictamente. Merced a ella las fotocélulas pueden utilizarse como magníficos fotómetros de objetivo.

Dicha ley se cumple con todo rigor en el caso cuando la corriente de saturación medida sólo consta de electrones separados por la luz. Esto ocurre cuando la superficie sensible se halla ubicada en el vacío. En los dispositivos llenos de gas y en general más sensibles, ya que en ellos a la corriente de emisión electrónica se añade la corriente de ionización, pueden ya surgir ciertas desviaciones de la simple proporcionalidad entre la intensidad de la corriente de saturación y la intensidad de la luz; por eso los aparatos del tipo descrito deben utilizarse para fines de medición, con cierta precaución.

c. *Velocidades de los fotoelectrones.* Al trazar la característica de la fotocorriente (véase la fig. 32.4), descubrimos que la aplicación de un campo eléctrico de freno sobre los electrodos reduce la intensidad de la corriente. De aquí se deduce que una parte de dichos electrones posee en la salida una energía cinética igual a $^1/_2\, mv^2$, la cual es inferior al trabajo indispensable para superar la diferencia de potencial aplicada. Eligiendo una diferencia de potencial V para la cual la corriente se anula, detenemos *todos* los electrones, incluidos los más rápidos. Así, pues, la velocidad máxima v_m de los electrones separados por la luz en el experimento descrito, se determinará

de la relación

$$^1/_2\, mw_m^2 = eV. \qquad (176.1)$$

El hecho de que incluso en la posición más favorable de los electrodos, la característica de la fotocorriente no se interrumpe de repente, sino que de un modo más o menos suave desciende hasta cero, señala que las velocidades de los electrones que salen son distintas: los electrones más lentos se retienen por un campo de freno muy débil; para retener los más rápidos se necesita una diferencia de potencial opuesta igual a V. Después de estudiar las leyes de descenso de la característica, puede determinarse la distribución de los electrones según las velocidades. La causa de esta diversidad de velocidades consiste en que la luz puede separar los electrones no sólo de la superficie del metal, sino también de cierta profundidad; estos últimos electrones, antes de salir a la superficie, pierden parte de la velocidad comunicada, debido a las colisiones aleatorias dentro del metal.

Por eso el interés físico representa la velocidad *máxima* determinada mediante la relación (176.1), ya que caracteriza la energía suministrada al electrón al ser liberado por la luz.

Sin embargo, sería erróneo pensar que para librar el electrón, con una velocidad w, de la superficie del metal, es suficiente comunicarle una energía de $^1/_2\, mw^2$. Se sabe que el electrón, al pasar por la superficie del metal, tiene que superar cierta resistencia para su salida, gastando un trabajo determinado P. Dicho *trabajo de salida* no deja, en condiciones corrientes, que los electrones libres del metal abandonen este último. Tal trabajo es diferente para distintos metales, debido a lo cual entre dos pedazos rozantes de diversos metales se establece una *diferencia* de potencial *de contacto*. El trabajo de salida puede determinarse por el fenómeno de emisión termoiónica, ya que la cantidad de electrones emitidos por segundo por la unidad de superficie de un metal incandescente, depende mucho de la magnitud del trabajo de salida.

De esta manera, la energía $\mathcal{E}$ que es necesario comunicarle al electrón para que éste se separe de la lámina con velocidad máxima w_m, y la cual se caracteriza por el trabajo de salida P, se determina mediante la relación

$$\mathcal{E} = {}^1/_2 mw_m^2 + P = eV + eV_0, \qquad (176.2)$$

donde $V_0 = P/e$ es *el potencial de salida*.

Con ayuda de la relación (176.2) se puede hallar el valor de la energía $\mathcal{E}$ obtenida por el electrón durante el efecto fotoeléctrico. Las investigaciones de Lenard y otros científicos permitieron establecer una ley importante: la energía $\mathcal{E}$ que adquiere el electrón no depende ni de la intensidad de la luz incidente, ni de la naturaleza de la sustancia iluminada, ni de su temperatura; dicha energía sólo se determina por la frecuencia de la luz monocromática incidente y crece al aumentar esa frecuencia.

§ 177. Ecuación de Einstein. Hipótesis de los cuantos luminosos

Ya durante el período cuando la ley indicada ha sido establecida experimentalmente en forma cualitativa, Einstein (1905) argumentó teóricamente la relación cuantitativa entre la energía adquirida por el electrón al ser liberado por la luz, y la frecuencia de esta última. De acuerdo con la teoría de Einstein, la ley del efecto fotoeléctrico tiene el siguiente aspecto:

$$\mathcal{E} = {}^1/_2 m w_m^2 + P = eV + P = h\nu, \qquad (177.1)$$

donde $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s es la constante de la teoría de los cuantos, introducida por Planck. Según Einstein, toda la energía adquirida por el electrón se la transmite la luz en forma de determinada porción $h\nu$, magnitud que depende de la frecuencia de la luz (*cuando luminoso*) y se asimila totalmente por éste. Así, pues, el electrón no se apropia de la energía de los átomos de la sustancia del cátodo, merced a lo cual la naturaleza de esta sustancia no desempeña ningún papel en la determinación de $\mathcal{E}$.

La energía de cuanto es muy grande en comparación con la energía térmica de los electrones y por eso la variación de la temperatura debe influir muy poco sobre la velocidad de los electrones que salen (en efecto, en los trabajos modernos fue descubierta esta pequeña influencia). Dentro de los márgenes de la teoría de Einstein, la proporcionalidad de la intensidad de fotocorriente de saturación respecto al flujo luminoso también se explica con facilidad. En efecto, el flujo luminoso se determina según el número de cuantos de luz que incide sobre la superficie por unidad de tiempo, y el número de electrones librados debe ser proporcional al número de cuantos incidentes; en este caso, como muestra el experimento, sólo una pequeña cantidad de cuantos transmite su energía a algunos electrones, los demás se consumen en el calentamiento de todo el metal.

La fórmula teórica de Einstein fue perfectamente comprobada diez años más tarde por los experimentos de Millikan (1915). Las mediciones de Millikan realizadas según el esquema descrito en el § 176, pero más complejo a causa de aplicar una serie de precauciones experimentales (superficie del metal recién acabada en el vacío, consideración de la diferencia de potencial de contacto entre diversas partes de los aparatos, etc.), dieron una dependencia lineal estricta entre V_r y ν para varios metales (fig. 32.5). Según la inclinación de estas rectas, para los metales estudiados (Na, Mg, Al, Cu) fue determinado el valor de la constante h. El término medio de estas mediciones es $h = 6{,}57 \cdot 10^{-34}$ J·s, lo que coincide bien con los valores de h obtenidos a base de experimentos de otro tipo.

Posteriormente dicho método ha sido perfeccionado y condujo a valores*) aún más precisos ($h = 6{,}658 \cdot 10^{-34}$ J·s, P. I. Lukirski, 1928, método del condensador esférico, véase § 176).

Utilizando la fórmula de Einstein, de las mediciones de Millikan puede determinarse el trabajo de salida. Hallamos el valor de $\nu = \nu_0$ al que corresponde $V = 0$, es decir, el punto de intersección de la recta de Millikan (véase fig. 32.5) con el eje de las abscisas; entonces $P = h\nu_0$.

Por consiguiente, si se alumbra el metal con luz de una frecuencia ν_0 (o menor), entonces $w = 0$, es decir, los electrones no saldrán del metal, incluso habiendo cierto campo acelerador. Por eso la frecuencia ν_0 (o la correspondiente longitud de onda $\lambda_0 = c/\nu_0$) hallada de esta manera se denomina *frecuencia límite* (límite rojo fotoeléctrico). La misma se encuentra en la zona de longitudes de ondas tanto más largas cuanto más eléctricamente positivo sea el metal, o sea, cuanto más fácil éste entrega sus electrones. Así, por ejemplo, para los metales alcalinos, dicho límite se encuentra en la zona de

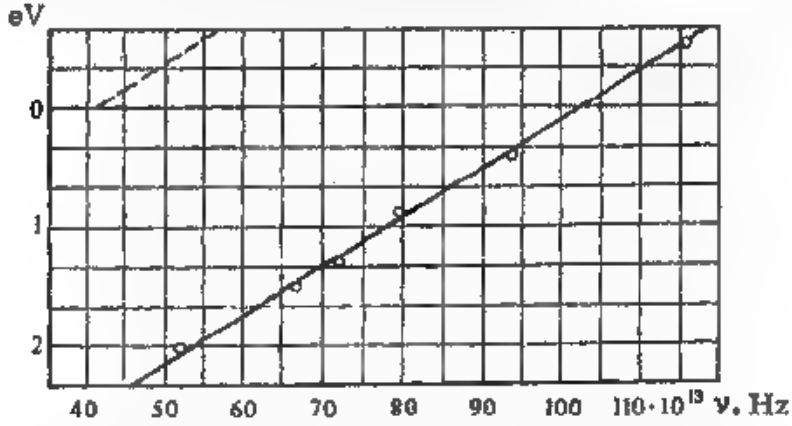


Fig. 32.5. Dependencia entre la energía de los fotoelectrones y la frecuencia.

la luz visible, mientras que para la mayoría de otros metales ese límite se halla en la zona de la luz ultravioleta. Es necesario señalar que la presencia de impurezas, por ejemplo, de gases disueltos en el metal, a menudo facilita considerablemente la salida de los electrones, desplazando el límite a la zona de ondas largas. Más abajo se citan los valores del «límite rojo» para varios metales *puros en la medida* de lo más posible:

Metal	K	Na	Li	Hg	Fe	Ag	Au	Ta
λ_0, nm	550,0	540,0	500,0	273,5	262,0	261,0	265,0	305,0

*) Las cifras de Millikan y Lukirski fueron otra vez calculadas partiendo de un nuevo valor más preciso de la carga del electrón.

§ 178. Argumentación de la hipótesis de los cuantos luminosos en los fenómenos del efecto fotoeléctrico

La ecuación de Einstein (177.1) (también puede escribirse de la forma $^1/_2 mv_m^2 = h(\nu - \nu_0) = eV$) comprobada por el experimento de Millikan, se sometió en lo sucesivo a otras verificaciones experimentales más diversas. En particular, la frecuencia de la luz incidente variaba dentro de límites muy amplios: desde la luz visible hasta los rayos X, y en todo ese intervalo el experimento resultó en perfecta concordancia con la teoría. En los ensayos de los rayos X, la verificación se simplifica en sumo grado merced a que ν es muy grande en comparación con ν_0. Por eso la relación de Einstein toma la forma $h\nu = eV$ y permite determinar ν si se mide el valor de V. Este procedimiento se emplea incluso para determinar la longitud de onda de los rayos gamma duros, para los cuales el método de difracción en los cristales es imposible de realizar con suficiente precisión a causa de lo pequeña que es la correspondiente longitud de onda.

Los experimentos fotoeléctricos realizados con los rayos X dan la posibilidad de averiguar si la energía luminosa se propaga uniformemente en todas las direcciones, como se desprende de las corrientes representaciones ondulatorias, o se dispersa en una u otra dirección en forma de cuantos discretos. En efecto, los cuantos de la luz visible poseen pequeña reserva de energía (así, para la radiación amarilla $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ s^{-1}, $h\nu = 3{,}31 \cdot 10^{-19}$ J); por eso, para registrarlos, en la mayoría de los casos es preciso operar con gran número de cuantos por unidad de tiempo. De acuerdo con esto, el efecto realizado por la distribución aleatoria de los cuantos luminosos que se mueven en todas las direcciones, se distingue con dificultad de la acción de la onda que se propaga uniformemente en todas las direcciones. Cuanto mayor es el valor del cuanto, más fácil es observar el efecto de un cuanto aislado y menos difícil es, por lo tanto, ejecutar el experimento de observación de la propagación de la energía luminosa no uniformemente en todas las direcciones, sino a base de impulsos en una u otra dirección. Los cuantos de rayos X satisfacen esta condición. Además, con los rayos X es más fácil realizar las condiciones indispensables para excitar un pequeño número de actos de radiación por segundo. Para obtener los rayos X es necesario bombardear el ánodo por medio de electrones, toda parada (o freno) del electrón va acompañada de la emisión de un impulso de rayos X. Dentro de los márgenes de la teoría de los cuantos luminosos, en el caso más favorable, toda la energía cinética del electrón, después de su parada, pasará por completo a un solo cuanto cuya frecuencia ν se determinará de la condición $T_{cin} = h\nu$. Si el electrón incidente se aceleraba a expensas de la diferencia de potencia V, entonces $T_{cin} = eV$.

Así, la condición de la frecuencia máxima tiene el aspecto:

$$h\nu = eV.$$

Efectivamente, el experimento confirmó que durante la emisión de ondas de rayos X se observa la frecuencia máxima (límite de ondas cortas) determinada de la condición escrita; donde V es la diferencia de potencial aceleratriz, e, la carga del electrón; ν, la frecuencia del límite; y h, la constante de Planck. Ondas más cortas (mayores ν) nunca se observan, pero ondas más largas corresponden a la transformación de sólo una parte de la energía cinética del electrón en radiación. La determinación del límite de ondas cortas del espectro de rayos X puede realizarse con gran seguridad. Por eso tal tipo de experimentos se utilizan como uno de los procedimientos más perfectos de determinación del valor de la constante de Planck mediante la relación $h\nu = eV$. Las mejores mediciones efectuadas por medio de este procedimiento dieron $h = 6{,}624 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Regulando el número de electrones que bombardean el ánodo podemos variar el número de cuantos de rayos X emitidos. Si obligamos a que tales rayos X accionen sobre una lámina metálica, provocando el efecto fotoeléctrico, entonces, como muestra el experimento, la energía cinética de los electrones emitidos será igual a la energía del cuanto. De este modo el esquema total de transformación tiene el aspecto

$$eV = {}^1/_2 mw^2 = h\nu = {}^1/_2 mw^2,$$

es decir, todo el ciclo de transformaciones consta de: 1) la transformación del trabajo del campo eléctrico eV en energía cinética ${}^1/_2\, mw^2$ del electrón en el tubo de rayos X; 2) la transformación de la energía cinética de este electrón en un cuanto de rayos X $h\nu$ y, por fin, 3) la transformación total de la energía del cuanto en energía cinética ${}^1/_2\, mw^2$ del electrón liberado por dicho cuanto durante el efecto fotoeléctrico. Tal ciclo se parece mucho más a un golpe que a un proceso de constante acumulación de energía (suministrada por las ondas) en el electrón liberado.

Semejantes experimentos pueden ser muy variados, ya que los valores del cuanto de rayos X son muy cómodos para el ensayo. Todos estos experimentos hablan a favor de la transmisión de la energía luminosa en forma de porciones concentradas, es decir, a favor de la hipótesis de los cuantos luminosos. Uno de los ensayos más convincentes de este tipo pertenece a A. F. Ioffe.

También se han efectuado ensayos que muestran que la energía de los rayos X se propaga en distintas direcciones no simultáneamente, sino que sus porciones (cuantos) se esparcen en una u otra dirección. Este experimento se llevó a efecto mediante dos contado-

res*) bastante sensibles para registrar el efecto de un cuanto de rayos X, y que con suficiente rapidez indicaban su aparición. Dicho experimento fue realizado por Bothe según el esquema indicado en la fig. 32.6.

La película fina A iluminada de lado por los rayos X (R), se convierte por sí mismo en una fuente de tales rayos (*fluorescencia de rayos X*). Dos contadores C_1 y C_2 se hallan dispuestos simétricamente. La incidencia de la radiación X en cada uno de ellos provoca un sobresalto inmediato (menos que dentro de 0,001 s) del hilo del electrómetro. Estos sobresaltos se registran automáticamente en una cinta común. Si de A en todas las direcciones se extiende las ondas, el trabajo de ambos contadores debe transcurrir simultáneamente, rítmicamente (con pequeñas vibraciones aleatorias). Por el contrario, si de A salen cuantos, bien en una dirección, bien en otra, las

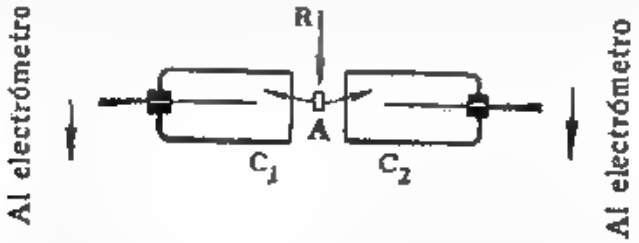


Fig. 32.6. Esquema del experimento de Bothe.

lecturas de los electrómetros serán caóticas y sólo casualmente pueden resultar próximas o simultáneas. El experimento demostró claramente el desorden de las lecturas de los electrómetros, o sea, demostró que de A los cuantos salen, bien en una dirección, bien en otra.

Los ensayos análogos con los cuantos de la luz visible son difíciles a causa de la pequeñez de estos últimos. No obstante, el ojo es muy sensible a los cuantos luminosos; a pesar de que él no percibe un cuanto aislado, como muestra el experimento, el número de cuantos por segundo, necesarios para la mínima sensibilidad luminosa, no es muy grande. Según las mediciones de S. I. Vavílov, en

*) El contador representa un pequeño cilindro, dentro del cual se instala (en un aislador) una punta o un alambre fino. Entre el cilindro y la punta se crea gran diferencia de potencial. El campo eléctrico obtenido es muy heterogéneo y en la proximidad de la punta (o el hilo) puede alcanzar valores bastante grandes. Si en tal campo aparecen varios electrones o iones, ellos adquieren enorme velocidad bajo el influjo de dicho campo, y pueden, al chocar, ionizar las moléculas circundantes de gas. De esta manera, el número de iones crece con rapidez, y a través del contador pasa una corriente de corta duración pero de gran intensidad. Por eso el referido contador es capaz de registrar (contar) la aparición de algunos electrones o iones y es uno de los aparatos más sensibles. Ultimamente los contadores se emplean para investigar los rayos cósmicos.

la zona de la sensibilidad máxima del ojo (550 nm), para un ojo descansado, la sensibilidad de umbral en término medio es unos 200 cuantos que inciden durante 1 s sobre la pupila del observador. Como mostraron los ensayos de Vavílov, en estas condiciones se logra observar las oscilaciones fluctuantes del flujo luminoso que tienen un carácter estadístico, expresado claramente. Aunque en estos experimentos no se pueden separar unívocamente las fluctuaciones cuánticas del flujo luminoso de las fluctuaciones relacionadas con los procesos fisiológicos en el ojo, sin embargo, pueden considerarse confirmadoras del carácter cuántico del fenómeno; además, estos experimentos dan resultados esenciales en la investigación del ojo vivo. En particular, mediante estos experimentos se logró establecer el número de cuantos que deben absorberse en la *retina* durante la excitación de umbral. Ese número es 9—10 veces menor que el número de cuantos incidentes sobre la pupila, y constituye aproximadamente unos 20 cuantos por segundo.

En resumen, el conjunto de datos acerca del efecto fotoeléctrico, citados más arriba, testimonian en favor de las nociones acerca de los cuantos luminosos. Puede decirse que la luz de frecuencia ν no sólo se emite del átomo en forma de porción de energía, igual a $h\nu$, sino que en lo sucesivo se propaga en el espacio e interacciona con la sustancia en forma de una porción localizada que se mueve como algo entero a velocidad de la luz. Para tales partículas luminosas elementales se adoptó una denominación especial, *fotón*.

La energía del fotón depende de su frecuencia y es igual a $h\nu$. Antes, en el cap. 22 fue citada una de las principales deducciones de la teoría de la relatividad, conforme a la cual la masa m está enlazada indisolublemente con la energía $\mathcal{E}$, con la particularidad de que la relación numérica entre $\mathcal{E}$ y m se da por la expresión $\mathcal{E} = mc^2$. Basándose en esto, la masa m del foton se determina mediante la expresión

$$m = h\nu/c^2, \tag{178.1}$$

Como el fotón se mueve a velocidad de la luz, por consiguiente, también posee cantidad de movimiento (impulso) con un valor absoluto de

$$p = mc = h\nu/c \tag{178.2}$$

y una dirección que coincide con la de propagación de la onda. Así, la energía del fotón es igual a $h\nu$, su masa es $h\nu/c^2$, el valor de su impulso es igual a $h\nu/c$.

Las propiedades corpusculares del fotón no deben hacernos olvidar que para un enorme círculo de fenómenos con los que trabamos conocimiento anteriormente, las representaciones ondulatorias resultaron ser fructíferas en sumo grado. Señalemos sólo que también en el fenómeno del efecto fotoeléctrico hay rasgos que están a fa-

vor de las interpretaciones ondulatorias clásicas de la luz. Estos rasgos aparecen de manera precisa sobre todo al investigar la dependencia entre la intensidad de la fotocorriente y la longitud de onda.

§ 179. Dependencia entre la intensidad de la fotocorriente y la longitud de la onda luminosa

Para investigar la variación de la intensidad de la fotocorriente en función de la longitud de onda es necesario determinar la intensidad de la corriente de saturación correspondiente a determinada energía radiante de la luz monocromática. Los resultados de tales mediciones se dan en la fig. 32.7, donde en el eje de las ordenadas se traza la intensidad de la corriente de saturación I, reducida a la energía radiante absorbida, y en el eje de las abscisas, la longitud de

Fig. 32.7. Dependencia entre la intensidad de la fotocorriente y la longitud de onda.
Efecto fotoeléctrico normal; λ_0 corresponde al «límite rojo».

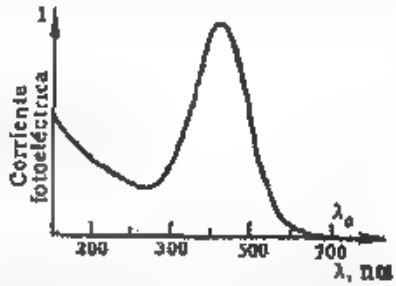


Fig. 32.8. Dependencia entre la intensidad de la fotocorriente y la longitud de onda en la zona del efecto fotoeléctrico selectivo.

onda λ. La fig. 32.7. muestra que el «límite rojo» corresponde a $\lambda = \lambda_0$ y, al disminuir la longitud de onda, aumenta la intensidad de la corriente por unidad de energía absorbida. Esto significa que la luz con una longitud de onda más corta es más efectiva. Si se toma en consideración que cuanto más corta es la longitud de onda de la luz incidente, *menos* cuantos contiene la unidad de energía absorbida (ya que para las ondas cortas los propios cuantos, iguales a $h\nu \leqslant hc/\lambda$, son *mayores*), entonces, en la curva de la fig. 32.7 se ve claramente con qué intensidad crece la capacidad de los fotones de desprender electrones a medida que se convierten en fotones más «grandes».

Pero la experiencia mostró que el desarrollo de la dependencia, ilustrado en la fig. 32.7, no siempre tiene lugar. En una serie de metales, sobre todo en los alcalinos, cuyo límite rojo se halla muy lejos en la zona de la luz visible o incluso en la zona infrarroja del espectro, y los cuales, por lo tanto, son sensibles en un extenso intervalo de longitudes de ondas, se observa la siguiente peculiaridad: la in-

tensidad de la corriente tiene un máximo bruscamente manifiesto en un determinado sector del espectro, descendiendo con rapidez por ambas partes de éste (efecto fotoeléctrico *selectivo*, fig. 32.8). La selectividad de los fenómenos fotoeléctricos se asemeja mucho a los efectos de resonancia. Esto sucede como si los electrones en el metal tuviesen su propio período de oscilación, y a medida que la frecuencia de la luz excitatriz se aproxima a la propia frecuencia de los electrones, la amplitud de sus oscilaciones aumenta y los mismos superan el trabajo de salida.

La confirmación de este punto de vista podría verse en el hecho de que el fenómeno del efecto fotoeléctrico selectivo depende en sumo grado de la dirección de la polarización de la luz y del ángulo de incidencia. Si la luz incidente (fig. 32.9) está polarizada de modo que el vector del campo eléctrico es paralelo al plano de polarización ($E_\parallel$), el efecto aumenta intensamente. Por el contrario, al girar el plano de polarización a 90° ($E_\perp$), el efecto selectivo desaparece. En el primer caso el vector del campo eléctrico tiene una componente perpendicular a la superficie del metal, y en el segundo no la tiene. Es fácil ver que la componente E_n perpendicular a la superficie del metal es tanto mayor cuanto más próximo se halla el ángulo de incidencia α al ángulo recto (véase la fig. 32.9). Y realmente, el valor del máximo selectivo crece bruscamente a medida que aumenta el ángulo de incidencia (fig. 32.10).

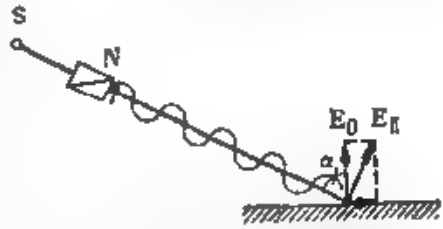


Fig. 32.9. Papel de la dirección de las oscilaciones para el valor del efecto fotoeléctrico selectivo.

Si el ángulo de incidencia es lo suficientemente grande, en la zona del efecto selectivo, la variación de la dirección del vector E, es decir, la orientación del vector del campo eléctrico se manifiesta con gran precisión en el valor de la fotocorriente. La fig. 32.11 muestra la intensidad de la corriente de saturación en dependencia de la longitud de onda para dos orientaciones del vector del campo eléctrico: perpendicular ($E_\perp$) y paralela ($E_\parallel$) al plano de incidencia. Las curvas citadas corresponden al ángulo de incidencia de 60° y pertenecen a la aleación de potasio y sodio, cuyo máximo de sensibilidad corresponde a la longitud de onda $\lambda = 390{,}0$ nm. A continuación se citan las posiciones del máximo para algunos metales puros:

Cesio	510,0 nm	Litio	280,0 nm
Rubidio	480,0 nm	Barin	400,0 nm
Potasio	435,0 nm	Magnesio	250,0 nm
Sodio	340,0 nm	Aluminio	215,0 nm

Por lo visto, los demás metales también manifiestan el efecto selectivo, pero sus máximos se hallan en la zona del espectro de ondas muy cortas y son muy difíciles de observar.

Es preciso señalar que el gran máximo selectivo fácilmente observado en los metales alcalinos, no pertenece a un metal puro, sino que a compuestos que se forman por lo general en la superficie a causa de la presencia de trazas de gas. Tomando grandes precauciones se logra obtener superficies puras, para las cuales el efecto se manifiesta de una manera mucho más débil. Sin embargo, la existencia de efecto fotoeléctrico selectivo y su carácter indican claramente el éxito de las representaciones ondulatorias para comprender dicho efecto. No obstante, para la interpretación cuantitativa completa de estos fenómenos, incluido el fenómeno del efecto fotoeléctrico, se

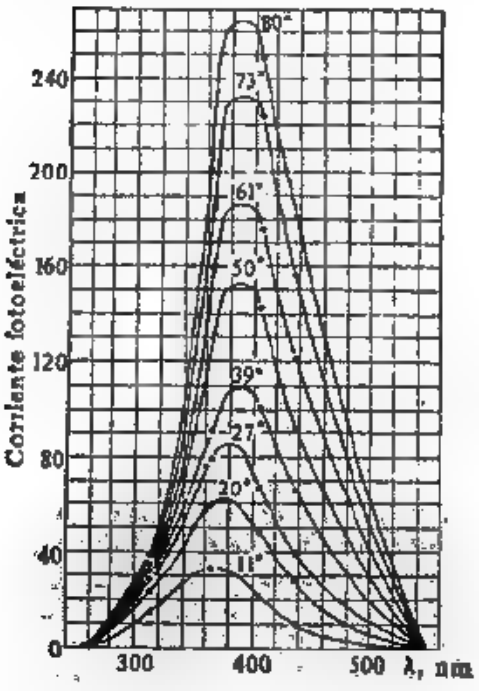
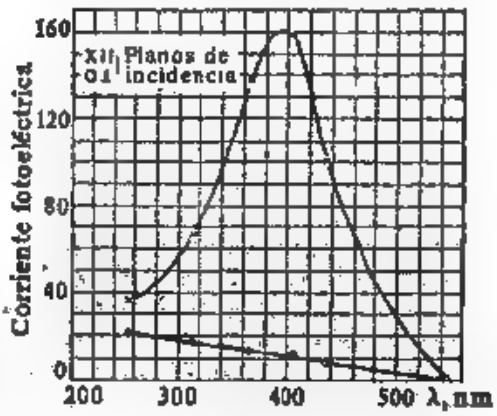


Fig. 52.10. Dependencia entre el valor del efecto fotoeléctrico selectivo y el ángulo de incidencia.

Los números en las curvas indican los ángulos de incidencia.

Fig. 52.11. Dependencia entre el efecto fotoeléctrico y la longitud de onda para dos direcciones de oscilación diferentes.



necesita el empleo de conceptos profundos acerca del metal que ofrece la teoría cuántica moderna.

Las leyes del efecto fotoeléctrico expuestas en este párrafo y en el anterior, fueron establecidas para intensidades luminosas relativamente pequeñas. La interpretación del efecto fotoeléctrico, basada en las representaciones cuánticas, enlaza la liberación del electrón con la transmisión a éste de la energía de un fotón de luz incidente.

Antes nos hemos convencido de que en caso de una luz potente, el electrón óptico de los átomos y moléculas puede adquirir la energía de varios fotones (absorción y ionización de multifotones, véase § 157). Un fenómeno análogo fue descubierto respecto a los electrones libres de los metales (Farkas y colaboradores, 1967).

Si al iluminar la superficie del metal, el electrón es capaz de adquirir la energía de N fotones (es decir, la energía $Nh\nu$), ha de esperarse la reducción de la frecuencia límite en N veces (desplazamiento del límite rojo del efecto fotoeléctrico hacia las ondas largas). El intenso calentamiento del metal, que conduce a la emisión termoiónica*), para la cual, obviamente, no existe el límite rojo, en el transcurso de largo tiempo obstaculizaba la observación del efecto fotoeléctrico fuera del límite rojo que exige, como veremos, enorme intensidad de luz. La influencia enmascarada de la termoemisión fue eliminada casi del todo, empleando impulsos supercortos de radiación de laser (véase § 230) de 10^{-11}—10^{-13} s de duración y una iluminación deslizante del fotocátodo (ángulo de incidencia de unos 85°). Ambos procedimientos conducen a la reducción del calentamiento y a la supresión de la emisión termoiónica. En estas condiciones los fotoelectrones fueron registrados con precisión lejos del límite rojo (incluso hasta la quíntupla disminución de la frecuencia de la luz en comparación con la frecuencia límite determinada por el trabajo de salida).

Las leyes del efecto fotoeléctrico no lineal o de fotones múltiples tienen mucho de común con las leyes del efecto fotoeléctrico lineal (de un fotón) examinadas más arriba. Supongamos que la frecuencia se encuentra dentro de los límites

$$P/N < h\nu < P/(N-1),$$

de modo que para la salida del fotoelectrón es necesario que el mismo absorba no menos de N fotones. En esta condición como muestra la investigación de la distribución de los fotoelectrones según sus velocidades, se cumple la relación

$$^1/_2\, mv_m^2 + P = Nh\nu,$$

completamente análoga a la ecuación de Einstein (177.1) y la cual significa que el fotoelectrón adquirió en efecto la energía de N fotones. El número de fotoelectrones caracterizada por la magnitud de la corriente de saturación, resultó proporcional a la intensidad luminosa elevada a la potencia N. Las variaciones de la polarización de la luz y el ángulo de incidencia (véase la fig. 32.9) permitieron

*) El fenómeno de emisión termoiónica está condicionado por el hecho de que los electrones más rápidos del metal, dotados de una energía que supera el trabajo de salida, saltan la barrera de potencial y salen fuera del metal. Una información más detallada se ofrece en la obra de *S. G. Kaláshnikov*, Electricidad. «Naúka», Moscú, 1970 (en ruso).

aclarar que el efecto fotoeléctrico no lineal se determina exclusivamente por la componente de la intensidad del campo eléctrico, perpendicular a la superficie del cátodo.

Las propiedades enumeradas del efecto fotoeléctrico no lineal se han establecido empleando fotocátodos de distinto material (sodio, oro, plata, etc., así como semiconductores), para diversos valores de $N = 2, 3, 4$ y 5 en un amplio intervalo de variación de la intensidad de la luz (desde 0,1 hasta 10^9 MW/cm^2). Siendo el valor del flujo aproximadamente 10^4 MW/cm^2, por lo visto, tiene lugar otro fenómeno no lineal más, análogo a la autoemisión (o emisión fría): el campo eléctrico de la onda cambia la barrera de potencial en la superficie del metal, y el electrón adquiere la posibilidad de «infiltrarse» a través de dicha barrera sin recibir energía de salida. Esta «penetración» es fácil de comprender si se recuerda una de las propiedades ondulatorias del electrón y se toma en consideración que el paso de este último a través de la barrera de potencial es análogo a la penetración de la onda electromagnética a través de una capa fina de una sustancia ópticamente densa cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión total crítico (véase cap. 24).

§ 180. Efecto fotoeléctrico interno

En el párrafo anterior se habló de la liberación de los electrones de la superficie de la sustancia alumbrada y su transición a otro medio, en particular, al vacío. Esta emisión de electrones se denomina *emisión fotoeléctrica*, y el propio fenómeno, *efecto fotoeléctrico externo*. A la par con éste, también se conoce y se emplea en gran escala, para fines prácticos, el llamado *efecto fotoeléctrico interno*, durante el cual, a diferencia del efecto externo, los electrones ópticamente excitados permanecen dentro del cuerpo iluminado sin perturbar su neutralidad. En este caso en la sustancia cambia la concentración de los portadores de carga o su movilidad, lo que conduce a la variación de las propiedades eléctricas de la sustancia bajo la acción de la luz que incide sobre ella. El efecto fotoeléctrico interno es propio sólo de los dieléctricos y semiconductores. En particular, puede ser revelado por la variación de la conductibilidad de los semiconductores homogéneos al alumbrarlos. Basándose en este fenómeno ha sido creada la *fotoconductibilidad* y se perfeccionan constantemente un gran grupo de receptores de luz: *células fotorresistentes*. Para ellos se utiliza principalmente el seleniuro y el sulfuro de cadmio.

En los semiconductores heterogéneos, a la par con la variación de la conductibilidad, también se observa la aparición de diferencia de potencial (fuerza fotoelectromotriz). Este fenómeno (efecto fotogalvánico) es motivado por el hecho de que, en virtud de la

conductibilidad unilateral de los semiconductores, ocurre la separación espacial (dentro del volumen del conductor) de los electrones ópticamente excitados que llevan carga negativa, y de las microzonas (huecos) que surgen en la proximidad inmediata de los átomos, de los cuales se separaron los electrones y que se parecen a las partículas dotadas de una carga elemental positiva. Los electrones y los huecos se concentran en diversos extremos del semiconductor, debido a lo cual surge precisamente una fuerza electromotriz, merced a la cual, sin aplicar una f.e.m exterior, se genera corriente eléctrica en la carga conectada en paralelo al semiconductor iluminado. De esta manera se consigue transformar directamente la energía luminosa en energía eléctrica. Precisamente por esta causa, los receptores fotogalvánicos de luz se emplean no sólo para registrar las señales luminosas, sino también en los circuitos eléctricos en calidad de fuentes de energía eléctrica.

Los principales tipos de dichos receptores, que se fabrican industrialmente, funcionan a base de selenio y sulfuro de plata. También está muy difundido el silicio, el germanio y una serie de compuestos, GaAs, InSb, CdTe, etc. Los elementos fotogalvánicos usados para transformar la energía solar en energía eléctrica, han adquirido gran divulgación sobre todo en las investigaciones cósmicas, en calidad de fuentes de alimentación de a bordo. Poseen un rendimiento relativamente alto (hasta el 20%), son muy cómodos para los vuelos autónomos de las naves espaciales. En dependencia del material del semiconductor, en los elementos solares modernos, la fuerza fotoelectromotriz alcanza 1—2 V, la extracción de corriente de 1 cm^2 llega hasta varias decenas de miliamperios, y la potencia de salida por cada 1 kg de masa alcanza centenares de vatios.

§ 181. Células fotoeléctricas y su aplicación

A base del efecto fotoeléctrico interno y externo, actualmente se construye gran número de receptores de radiación transformadores de la señal luminosa en señal eléctrica y conocidos con el nombre común de *células fotoeléctricas*. Estas hallan gran uso en la técnica y en las investigaciones científicas. Las más diversas mediciones ópticas de objetivos son inconcebibles hoy día sin la utilización de uno u otro tipo de células fotoeléctricas. La fotometría moderna, el análisis espectral de la sustancia, la medición objetiva de flujos luminosos muy débiles que se observan, por ejemplo, al estudiar los espectros Raman de luz difusa, así como en la astrofísica, la biología, etc., es difícil imaginarse sin el uso de células fotoeléctricas, el registro de los espectros infrarrojos se efectúa con frecuencia mediante células fotoeléctricas especiales para la zona de ondas largas del espectro. Las células fotoeléctricas se usan sobre todo mucho en la técnica: el control y el mando de los procesos industriales, los diver-

sos sistemas de comunicación desde la transmisión de la imagen y la televisión hasta la comunicación óptica mediante láseres y la técnica cósmica, representan una lista no completa, ni mucho menos, de los campos de aplicación de las células fotoeléctricas para la solución de los más variados problemas técnicos en la industria moderna y en la comunicación contemporánea.

La historia de la creación de células fotoeléctricas cuenta con más de 100 años. La primera célula fotoeléctrica, basada en el efecto fotoeléctrico interno y que aprovechaba el fenómeno de fotoconductibilidad, fue elaborada en 1875, la primera célula fotoeléctrica de vacío, fundada en el efecto fotoeléctrico externo fue estructurada en 1889. En 1930 P. V. Timoféiev organizó la producción en serie de células fotoeléctricas de vacío en la Unión Soviética. Es interesante señalar que las células fotoeléctricas que utilizan el efecto fotoeléctrico externo fueron las primeras que adquirieron amplio desarrollo industrial, a pesar de que el efecto fotoeléctrico interno fue descubierto por lo menos 50 años antes. Solo en los años cuarenta de nuestro siglo, gracias al desarrollo impetuoso de la física de los semiconductores y el estudio detallado del efecto fotoeléctrico interno, se inició la creación de nuevas células fotoeléctricas a base de materiales semiconductores.

La gran variedad de problemas que se resuelven con ayuda de las células fotoeléctricas, provocó la aparición de una enorme variedad de tipos de células de distintas características técnicas. La elección del tipo óptimo de célula fotoeléctrica para resolver cada problema concreto se fundamenta en el conocimiento de dichas características. Para las células fotoeléctricas de efecto fotoeléctrico externo (fotocélulas de vacío) es indispensable saber las siguientes características: la zona de trabajo del espectro; la característica relativa de la sensibilidad espectral (esta se establece como la variación de la longitud de onda en función de la luz incidente de magnitud adimensional de la relación entre la sensibilidad espectral de la iluminación monocromática y la sensibilidad en el máximo de dicha característica); la sensibilidad integral (se determina cuando la célula fotoeléctrica es alumbrada por una fuente de luz estándar); la magnitud de la salida cuántica (la relación entre el número de fotoelectrones emitidos y el número de fotones incidentes sobre el fotocátodo); la remanencia (para las células fotoeléctricas de vacío se determina, por lo general, según el tiempo que los electrones tardan en pasar del fotocátodo al ánodo). También sirve de importante parámetro la corriente oscura de la célula fotoeléctrica, que se compone de la emisión termoiónica del fotocátodo a temperatura ambiente, y de la corriente de escape.

Con arreglo al material del fotocátodo y al del matraz de la célula fotoeléctrica, dichos dispositivos pueden usarse en el intervalo de 0,2 . . . 1,1 μm. Su sensibilidad integral se encuentra dentro de

los límites de 20 a 100 μA en 1 lm de flujo luminoso, y la emisión termoiónica, dentro de los límites de 10^{-11} a 10^{-16} A/cm². Una ventaja muy importante de las fotocélulas de vacío es su alta constancia y la linealidad de la relación del flujo luminoso y el fotocátodo. Por eso durante largo tiempo las mismas se empleaban principalmente en la fotometría de objetivo, en la espectrometría, la espectrofotometría y el análisis espectral en las zonas visible y ultravioleta del espectro. El defecto principal de las fotocélulas de vacío en las mediciones de la luz, es la poca intensidad de las señales eléctricas que producen estos receptores de luz. Dicho defecto se elimina por completo en los fotomultiplicadores electrónicos que son algo así como el desarrollo de las fotocélulas. Los primeros fotomultiplicadores fueron construidos en 1934.

El principio de funcionamiento de los fotomultiplicadores electrónicos se puede ver en la fig. 32.12. Los fotoelectrones emitidos

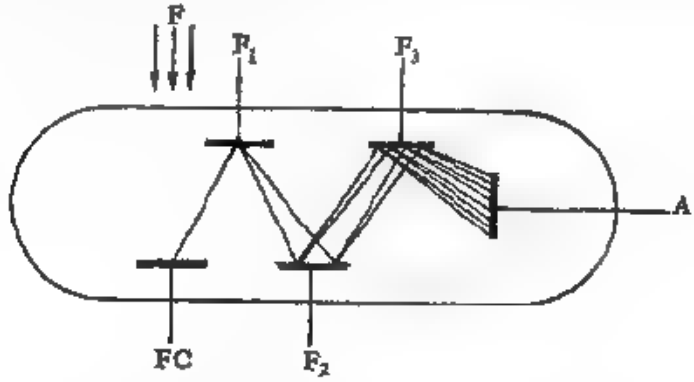


Fig. 32.12. Esquema de la estructura de un fotomultiplicador.

por el fotocátodo *FC*, bajo la influencia del campo eléctrico se aceleran y caen en el primer electrodo intermedio E_1. Al caer sobre éste, los fotoelectrones provocan la emisión de electrones secundarios, con la particularidad de que en determinadas condiciones esta emisión secundaria puede superar varias veces el flujo inicial de los fotoelectrones. La configuración de los electrodos es tal que la mayoría de los fotoelectrones caen sobre el electrodo E_1, y la mayoría de los electrones secundarios caen en el siguiente electrodo E_2, donde se repite el proceso de multiplicación, etc. Los electrones secundarios del último de los electrodos (dinodos), que a veces constituyen hasta 10—15, se juntan en el ánodo. La ganancia total de estos sistemas alcanza 10^7 . . . 10^8, y la sensibilidad integral del fotomultiplicador alcanza miles de amperios por lumen. Claro está que esto no significa la posibilidad de obtener grandes corrientes, sino que testimonia sólo acerca de la posibilidad de medir pequeños flujos luminosos.

Es obvio que las mismas características técnicas que tienen las fotocélulas de vacío, así como el factor de amplificación (ganancia) y su variación en función de la tensión de alimentación, caracterizan por completo el fotomultiplicador electrónico. Actualmente estos últimos sustituyen en todas las partes las células fotoeléctricas de vacío. Los defectos del fotomultiplicador son los siguientes: la necesidad de emplear una fuente de alimentación estabilizada y de alto voltaje, una estabilidad de la sensibilidad en cierto grado peor, y mayores ruidos. Sin embargo, mediante el enfriamiento de los fotocátodos y la medición no de la corriente de salida, sino del número de impulsos, de los cuales cada uno corresponde a un fotoelectrón, estos defectos pueden eliminarse considerablemente.

La gran ventaja de todos los receptores de luz que emplean el efecto fotoeléctrico externo, es el hecho de que su fotocorriente no varía al cambiar la carga. Esto significa que para pequeños valores de la fotocorriente se puede utilizar una resistencia de carga prácticamente lo grande que se quiera, consiguiendo así mismo una caída de tensión en ésta lo suficiente cómoda para registrar y amplificar. Por otra parte, sustituyendo la resistencia por una capacidad, se puede, midiendo la tensión en esta última, obtener una magnitud proporcional al valor promedio del flujo luminoso en el transcurso de un intervalo de tiempo prefijado. Lo último es muy importante en los casos cuando se necesita medir el flujo luminoso de una fuente de luz no estable: situación típica para las mediciones espectroanalíticas.

La espectrometría de la zona infrarroja del espectro no puede realizarse con ayuda de fotocélulas de vacío y fotomulplicadores electrónicos a causa de que los fotocátodos modernos tienen un límite rojo que no pasa de 1100 nm. Sin embargo, ya ahora se conocen materiales que permiten avanzar hasta 3 . . 4 μm. Por eso en la zona infrarroja se utilizan fotocélulas que funcionan a base del efecto fotoeléctrico interno. A estas pertenecen las células fotorresistentes sin enfriamiento, a base de InSb, PbSe, PbS y que pueden utilizarse hasta 6 μm, y células fotorresistentes que se enfrían profundamente, a base de germanio aleado con oro, zinc, cobre y otros metales válidos hasta 40 μm.

Para medir en la zona de ondas más largas del espectro se emplean receptores calorimétricos; estos últimos, o bien varían su conductibilidad, o bien en ellos se crea una f.e.m. mediante el calentamiento provocado por la radiación incidente.

Las células fotoeléctricas semiconductoras se caracterizan por una dependencia no estrictamente lineal entre la magnitud de la señal eléctrica y la iluminación. Este defecto, al igual que la inestabilidad de la sensibilidad de la fotocélula, la inestabilidad de su alimentación, así como la deriva de la amplificación del esquema de medición, se elimina empleando el sistema de dos rayos, en el cual

no se mide el valor absoluto de la intensidad de la luz que pasó a través de la sustancia absorbente, sino su relación con la intensidad de la luz de la fuente iluminosa.

En la inmensa mayoría de los casos de uso de las fotocélulas, ante sus propiedades de medida no se plantean exigencias rigurosas. Por eso las fotocélulas que funcionan a base del efecto fotoeléctrico interno, en virtud de sus pequeñas dimensiones, bajas tensiones de alimentación y una serie de ventajas estructurales, se utilizan mucho en los sistemas automáticos, en los sistemas de mando, en la transformación de la energía solar, en el control de la producción, etc., a excepción de los casos cuando las propiedades de remanencia relativamente bajas de estas fotocélulas obstaculizan su aplicación.

---

33. EFECTO DE COMPTON

§ 182. Esencia del efecto de Compton y sus leyes

La investigación de la dispersión de los rayos X por la sustancia condujo a que en 1923 Compton descubrió un fenómeno importante el cual profundizó en sumo grado nuestras nociones acerca de los fotones.

El efecto de Compton consiste en la variación de la longitud de onda de los rayos X, que transcurre al dispersarlos mediante átomos ligeros. Posteriormente este fenómeno también fue revelado durante la dispersión con átomos pesados, además, en el último caso dicho fenómeno resulta más complicado.

Desde el punto de vista de la teoría ondulatoria, la dispersión de los rayos X está relacionada con las oscilaciones forzadas de los electrones de la sustancia, de modo que la frecuencia de la luz difusa debe ser igual a la frecuencia de la luz incidente. No obstante, las mediciones minuciosas de Compton mostraron que a la par con la radiación X aparece una radiación de mayor longitud de onda.

La fig. 33.1 muestra el esquema del experimento de Compton. Un haz estrecho de rayos X, separado por los diafragmas D_1 y D_2, es dispersado por una sustancia de átomos ligeros (carbón, parafina, etc.). La luz difusa se estudia fotográficamente en un espectrógrafo de rayos X o con ayuda de una cámara de ionización. El haz inicial se elige de modo que contenga radiación X monocromática con una longitud de onda λ. Entonces en la radiación difusa, junto con λ también se revela mayor longitud de onda $\lambda' > \lambda$. La fig. 33.2 da una idea del espectro de los rayos dispersos.

La variación observada de la longitud de onda $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ no depende ni de la longitud de onda de los rayos X dispersos, ni del

material del cuerpo dispersante, pero sí depende de la dirección de la dispersión. Si designamos por θ el ángulo entre la dirección del haz primario y la dirección de la luz difusa, la dependencia del ángulo se puede presentar de la forma

$$\Delta\lambda = 2k \operatorname{sen}^2 {}^1/_2\, \theta, \qquad (182.1)$$

donde $k = 0{,}0241$ Å es la constante hallada en el experimento y que muestra la magnitud de variación de la longitud de onda durante la dispersión bajo un ángulo recto.

Es necesario señalar que las leyes indicadas son válidas para los rayos no muy duros y para las sustancias de pequeña masa atómica (por ejemplo, el hidrógeno, carbono, boro, aluminio) que tienen en su composición electrones enlazados relativamente débil con el núcleo del átomo.

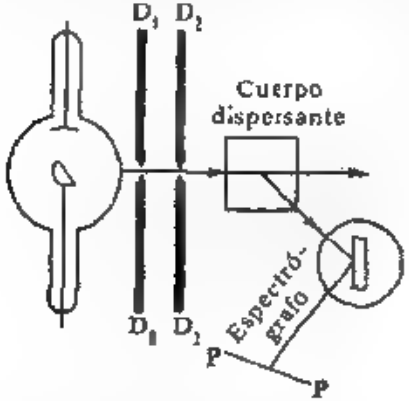


Fig. 83.1. Esquema del experimento de Compton.

§ 183. Teoría del efecto de Compton

Todas las peculiaridades antes enumeradas del efecto de Compton se pueden interpretar considerando ese efecto como un proceso de colisión de los fotones de rayos X con los átomos de la sustancia.

El hecho de que todos los átomos ligeros se comportan de la misma manera, permite suponer que el proceso de dispersión se reduce a la colisión de los *fotones con los electrones*. En efecto, en los átomos ligeros, el enlace de los electrones con el núcleo atómico es débil, y bajo la acción de los rayos X, los electrones se separan fácilmente del átomo. Por eso la dispersión provocada *por los electrones libres* puede examinarse en la primera aproximación.

Supongamos que la colisión del fotón con el electrón libre transcurre según la ley del choque elástico, durante el cual debe tener lugar la conservación tanto de la energía como del impulso de las partículas chocantes. Como resultado de la colisión, el electrón que consideramos en reposo adquiere cierta velocidad y, por consiguiente, la energía y el impulso correspondientes; sin embargo, el fotón cambia su dirección de movimiento (se dispersa) y disminuye su energía (se reduce su frecuencia, es decir, aumenta la longitud de onda).

La fig. 33.3 ilustra la relación de los impulsos del fotón incidente p, del fotón disperso p' y del electrón después del choque mv. Este último debe satisfacer la condición de conservación del impulso y la condición de conservación de la energía.

Al componer la ecuación de la conservación de la energía hay que tomar en consideración la variación de la masa del electrón en función de su velocidad, ya que ésta después de la dispersión puede ser mayor. De acuerdo con lo dicho, la energía cinética del electrón se expresará como la diferencia de su energía antes y después de la dispersión, o sea,

$$\mathcal{E}_{\text{cin}} = mc^2 - m_0c^2,$$

donde m_0 es la masa del electrón en reposo (ya que su velocidad en el cuerpo dispersante es pequeña), $m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$ es la masa del

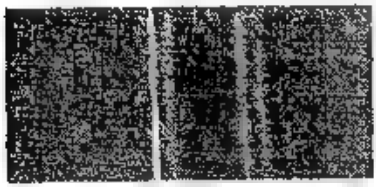


Fig. 33.2. Espectro de los rayos X dispersos.

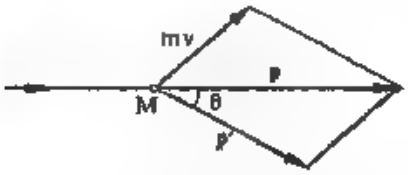


Fig. 33.3. Acerca de la teoría del efecto Compton.

electrón que adquirió gran velocidad v a consecuencia de la dispersión, y $\beta = v/c$*).

Así, la condición de conservación de la energía tiene el aspecto

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \tag{183.1}$$

y la condición de conservación del impulso, a base de la fórmula (178.2) y la fig. 33.3, se escribirá de la forma

$$(mv)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\theta. \tag{183.2}$$

Escribiendo (183.1) de la forma

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2\nu'^2 - 2h\nu\nu' + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu - \nu')$$

---

*) $\mathcal{E}_{\text{cin}} = mc^2 - m_0c^2 = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2 = m_0c^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) =$ $= m_0c^2\,(^1/_2\beta^2 + {}^3/_8\beta^4 + \ldots)$. Si β es lo suficiente pequeña en comparación con la unidad de modo que se pueda prescindir de los términos β^4 y superiores, la fórmula adquiere el aspecto $\mathcal{E}_{\text{cin}} = {}^1/_2m_0c^2\beta^2 = {}^1/_2m_0v^2$, es decir, se convierte en una expresión corriente de la mecánica clásica no relativista.

y restando de ésta (183.2), reduciendo previamente a un denominador común, obtenemos

$$m^2c^2(c^2 - v^2) = m_0^2c^4 \quad 2h^2\nu\nu'(1 \quad \cos\theta) + 2hm_0c^2(\nu \quad \nu').$$

Puesto que $m_1^2c^4 = m^2c^2(c^2 - v^2)$, tenemos

$$h\nu\nu'(1 - \cos\theta) = m_0c^2(\nu - \nu').$$

Al introducir en lugar de la frecuencia la longitud de onda, es decir, empleando la relación $\nu = c/\lambda$ y $\nu' = c/\lambda'$, así como las designaciones $(\nu - \nu') = \Delta\nu$ y $(\lambda - \lambda') = \Delta\lambda$, hallamos

$$\frac{hc^2}{\lambda\lambda'}(1 - \cos\theta) = m_0c^2\frac{c\Delta\lambda}{\lambda\lambda'},$$

o difinitivamente

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c}\operatorname{sen}^2 {}^1/_2\theta. \qquad (183.3)$$

La fórmula (183 3) coincide con la fórmula experimental (182 1) que determina la ley del fenómeno. En efecto, sustituyendo los valores de h, m_0 y c hallamos que $h/m_0c = 0{,}02426$ Å conforme a las observaciones. La tabla dada a continuación muestra en cuánto los datos experimentales concuerdan con la teoría.

θ	$\Delta\lambda$ (cal)	$\Delta\lambda$ (med)	λ_0, Å	Sustancia
72°	0,0168	0,0170	0,708	Grafito
90°	0,0243	0 0241	0,708	Grafito
110°	0,0345	0,0350		
180°	0,0469	0,0470		
170°	0,0480	0,0482	0,708	Parafina

En la teoría inicial se estimaba que los electrones permanecen libres en la sustancia. En realidad es necesario tener en cuenta que el electrón está enlazado con el átomo, y en el balance de energía es preciso considerar el trabajo que se consume en la separación del electrón del átomo, por una parte, y la energía que se invierte en la transmisión de movimiento al propio átomo, por otra parte. La consideración de estas circunstancias explica varios detalles en el efecto de Compton, en primer lugar la presencia de una línea no desplazada (si el electrón no será separado del átomo), así como la relación entre las intensidades de la línea desplazada y la no desplazada. En este caso más general ya aparece también la dependencia de la longitud de onda, al igual que la influencia del material del cuer-

po dispersante. La comparación con el experimento confirma esta teoría más completa.

El fenómeno de variación de la longitud de onda durante la difusión de la luz, se podría explicar, desde el punto de vista de la teoría ondulatoria, mediante el efecto Doppler: los electrones que dispersan los rayos X, bajo su influjo son separados de los átomos e impulsados en distintas direcciones con velocidades diferentes. Así, pues, la radiación dispersa debe tener una longitud de onda modificada en función de la velocidad y la dirección de los electrones dispersantes. Después de calcular cómo deberían moverse los electrones dispersantes, no es difícil obtener la representación clásica del efecto Compton.

El movimiento de los electrones que recibieron grandes velocidades a causa de la dispersión de los rayos X, se puede observar directamente en el experimento. Con este fin se realizaron investigaciones con ayuda de *la cámara de Wilson*, la cual permite juzgar acerca de la dirección de los rayos dispersos y acerca de la dirección del movimiento de los electrones expulsados al dispersar los rayos X (electrones de «rechazo»). Tanto en la trayectoria de los electrones como en la de la luz dispersa de los rayos X aparecen iones en los que se condensa el vapor acuoso, lo cual hace visibles esas trayectorias.

Como ya se ha señalado, es posible calcular las direcciones mutuas de los electrones y los rayos dispersados, necesarias para la explicación clásica del efecto Compton mediante el efecto Doppler. Por otra parte, se puede calcular esta distribución de las direcciones de los electrones y fotones según la teoría de las colisiones elásticas. Estos dos puntos de vista conducen a resultados diferentes. Los experimentos mencionados testimonian a favor de la teoría cuántica del fenómeno, por eso la explicación mediante el efecto Doppler se puede considerar poco satisfactoria. De este modo, el efecto Compton, lo mismo que las leyes principales del efecto fotoeléctrico, hablan a favor de la representación de los fotones.

§ 184. Efecto Doppler e hipótesis de los cuantos luminosos

El conjunto de nociones acerca del efecto fotoeléctrico de los rayos visibles y rayos X, al igual que los datos sobre el efecto Compton, testimonian convincentemente a favor de la hipótesis de los fotones. Para caracterizar su efecto benéfico es interesante examinar algunos fenómenos que admiten la interpretación tanto desde el punto de vista ondulatorio, como desde el punto de vista de la teoría de los fotones.

A estos fenómenos pertenece el efecto Doppler que por primera vez fue explicado a base de la teoría ondulatoria y que desde este punto de vista ya fue examinado en el cap. 21. El efecto Doppler es

un fenómeno ondulatorio típico y su interpretación a base de la teoría de los fotones parece, a primera vista, algo difícil. Sin embargo, se logra demostrar la posibilidad de tal interpretación mediante razonamientos muy semejantes a los utilizados para explicar el efecto Compton. A fin de simplificar nos limitaremos a velocidades v de la fuente tan pequeñas, con las cuales es posible prescindir de los términos del segundo orden respecto v/c. Entonces, según el principio de Doppler, la variación de la frecuencia de la luz emitida por la fuente se expresará mediante la fórmula

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c}\cos\theta, \tag{184.1}$$

donde θ es el ángulo entre la dirección de movimiento y la dirección en la que se observa la luz.

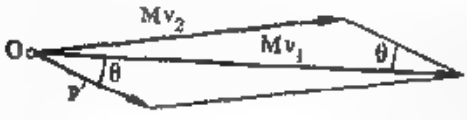


Fig. 33.4. Acerca de la teoría de fotones del efecto Doppler.

Sea que la fuente luminosa de masa M se mueve a velocidad v_1, es decir, posee un impulso Mv_1. El fotón emitido adquiere el impulso p', además, $|p'| = h\nu'/c$. Conforme a esto debe variar la velocidad de la fuente y su impulso, además, este último se hace igual a Mv_2. Puesto que el impulso del fotón es muy pequeño en comparación con el de la fuente, la variación del impulso de esa fuente será insignificante. La fig. 33.4 muestra la posición de dichos vectores. El cambio de velocidad de la fuente y, por lo tanto, la variación de su energía cinética $\Delta\mathscr{E}$, debe acompañarse de la transmisión de esta energía al fotón o viceversa, según la posición mutua de la dirección de la radiación y la dirección del movimiento que forman entre sí un ángulo θ. De esta manera, la energía del fotón cambiará en $\Delta\mathscr{E}$, y en lugar de $h\nu$, correspondiente a la radiación de la fuente en reposo, será igual a $h\nu' = h\nu + \Delta\mathscr{E}$. No es difícil calcular $\Delta\mathscr{E}$:

$$\Delta\mathscr{E} = {}^1/_2M(v_1)^2 - {}^1/_2M(v_2)^2 = {}^1/_2M(v_1 - v_2)(v_1 + v_2). \tag{184.2}$$

Con arreglo al principio de conservación del impulso, tenemos

$$Mv_1 - Mv_2 = p';\ |p'| = h\nu'/c, \tag{184.3}$$

donde p' es el impulso del fotón emitido. Sustituyendo la variación de la velocidad del átomo, determinada por la relación (184.3), en la expresión (184.2), obtenemos

$$\Delta\mathscr{E} = p'v_1 - p'^2/2M = h\nu'(v_1/c)\cos\theta - (h\nu')^2/2Mc^2. \tag{184.4}$$

Así, pues, la energía del fotón emitido por la fuente en movimiento, es igual a

$$h\nu' = h\nu + \Delta\mathscr{E} = h\nu + h\nu' \frac{v_1}{c} \cos\theta - \frac{(h\nu')^2}{2Mc^2}. \qquad (184.5)$$

La relación obtenida representa una ecuación cuadrática respecto ν', la cual se puede resolver con facilidad. Sin embargo, los términos segundo y tercero del segundo miembro de (184.5) son pequeñas correcciones del primer término. Por eso se puede considerar aproximadamente $\nu = \nu'$ en dichos términos. Así,

$$\nu' = \nu + \nu \frac{v_1}{c} \cos\theta - \frac{h\nu}{2Mc^2}\nu,$$

es decir, la variación relativa de la frecuencia, determinada por el movimiento atómico, es igual a

$$\frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v_1}{c} \cos\theta - \frac{h}{2Mc^2}. \qquad (184.6)$$

El primer término del segundo miembro de (184.6) coincide con la variación relativa de la frecuencia obtenida mediante las interpretaciones ondulatorias y el principio de Doppler (compárese con (184.1)). El segundo término tiene un origen particularmente cuántico (desde el punto de vista formal, acerca de esto testimonia la presencia en él de la constante de Planck h). Este término refleja el hecho de que el átomo que permanecía en reposo antes de la emisión del fotón ($v_1 = 0$), comenzará obligatoriamente a moverse después de emitir este último: el fotón «se llevará» el impulso $\boldsymbol{p}'$, y el átomo deberá adquirir un impulso de signo contrario y de igual módulo (véase (184.3) para $v_1 = 0$). Este movimiento es análogo al adquirido por una lancha de la que saltó un viajero. Por eso el desplazamiento de la frecuencia, igual a $-h\nu/2Mc^2$, recibió el nombre de *desplazamiento* a causa del *efecto de rechazo*.

Si se examina no el proceso de emisión, sino el proceso de absorción del fotón por el átomo, entonces, con ayuda de las leyes de conservación de la energía y el impulso, se puede obtener, en lugar de (184.6), la siguiente relación:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{v_1}{c} \cos\theta + \frac{h\nu}{2Mc^2}, \qquad (184.7)$$

es decir, la variación de la frecuencia durante la absorción tiene signo contrario en comparación con la emisión.

Hasta ahora hemos examinado sólo la radiación elemental o la absorción del fotón por un átomo unitario. Si se trata de un espectro de emisión o de absorción por un conjunto de átomos, por ejemplo, por un gas atómico, el desplazamiento de Doppler «corriente» $(v_1/c)\cos\theta$ y el desplazamiento a causa del efecto de rechazo $h\nu/2Mc^2$

conducen a fenómenos diferentes. En el gas existen átomos que poseen distintas velocidades y que se mueven en diversas direcciones. Por eso el termino $(v_1/c)\cos\theta$ que depende de las proyecciones de la velocidad v_1 sobre la dirección de la observación (es decir, la dirección p'), conducirá al ensanchamiento de la línea de radiación (absorción) del gas en general. En el § 22 esta semianchura fue calculada y resultó igual a

$$\delta\nu = \frac{\bar{v}}{c}\nu = \frac{\bar{v}}{\lambda}, \quad \bar{v} = \sqrt{2kT/M}, \tag{184.8}$$

donde T es la temperatura del gas, y k, la constante de Boltzmann. El desplazamiento debido al efecto de rechazo no depende de la velocidad del átomo, o sea, es el mismo para todos los átomos; por lo tanto, se manifestará en el desplazamiento de la posición del máximo de la línea ensanchada a causa del movimiento térmico de los átomos, en una magnitud de $h\nu^2/2Mc^2$, igual a

$$\frac{h\nu^2}{2Mc^2} = \frac{h}{2M}\frac{1}{\lambda^2}. \tag{184.9}$$

Estimemos la relación entre el desplazamiento de las líneas (184.9) y su anchura (184.8). Sustituyendo aquí los valores numéricos de las constantes universales, hallamos

$$\frac{h}{2M\lambda^2}\frac{\bar{v}}{\lambda} = \frac{h}{2M\lambda\bar{v}} = \frac{h}{2\lambda\sqrt{2kTM}} = 1{,}55\cdot 10^{-5}\frac{1}{\lambda\sqrt{TA}},$$

donde A es la masa molecular, y la longitud de onda λ está expresada en cm. Por lo tanto, incluso para temperaturas bajas y átomos ligeros, el deslizamiento de la línea a causa del rechazo es inferior a su anchura incluso hasta longitudes de ondas del orden de 10^{-9} cm, es decir, en toda la zona del espectro de rayos X. En la zona de ondas más cortas ($\lambda < 10^{-2}$ nm, rayos-gamma), la posición es inversa: el desplazamiento de la línea resulta mayor que su anchura. Por cuanto los desplazamientos de las líneas de emisión y de absorción tienen signos contrarios, surgió una situación paradójica, a saber, el fotón emitido por cualquier átomo no puede absorberse en el gas integrado por los mismos átomos.

Por la causa indicada, durante largo tiempo no fue demostrada experimentalmente la absorción de resonancia de los gamma cuantos en los gases. Sin embargo, en los cristales esa absorción fue descubierta por Mossbauer en 1958. El hecho es que el átomo que entra en la composición del cristal está enlazado rígidamente con todos los átomos del volumen macroscópico de la sustancia, y el empulso del fotón absorbente se transmite no a un átomo unitario, sino a todo el cristal por completo. A causa de la enorme (en escalas atómicas) masa del cristal, el impulso de rechazo es menospreciable, y las líneas

de emisión y de absorción prácticamente no están desplazadas la una con relación a la otra.

En la zona óptica del espectro, el efecto de rechazo conduce a un desplazamiento muy pequeño de la línea. Mientras tanto éste puede, en determinadas condiciones, manifestarse en las propiedades espectrales de la radiación de los generadores ópticos cuánticos, y en 1975 estas manifestaciones se detectaron en el experimento.

Así, pues, la teoría cuántica de radiación no sólo conduce a las deducciones derivadas de la teoría ondulatoria, sino que también las completa con nuevas predicciones, las cuales hallaron una brillante confirmación experimental.

34. PRESIÓN DE LA LUZ

§ 185. Estudio experimental de la presión de la luz

Entre las diversas influencias de la luz sobre la sustancia, su presión desempeña un papel muy importante. Esta se manifestó muy evidentemente en el desarrollo de la teoría electromagnética de la luz, y la misma presenta gran interés desde el punto de vista de la filosofía general de la naturaleza de la luz y tiene importantes aplicaciones cósmicas.

La idea conforme a la cual la luz debe presionar sobre los cuerpos que alumbra, fue enunciada aun por Kepler, quien veía en ésta la explicación de la forma de las colas de los cometas. La idea de la presión luminosa fue pronosticada por la teoría newtoniana de salida: las partículas luminosas, al chocar con los cuerpos que las reflejan o absorben, deberían entregarles parte de su impulso, es decir, realizar presión.

La teoría y el experimento en esta cuestión han sobrevivido una larga historia. Desde el punto de vista experimental hubo incluso intentos muy ingenuos, así como intentos muy serios, como los que condujeron a Crookes al descubrimiento de un tipo peculiar de fenómenos (*radiométricos*) relacionados con la cinética de los gases rarificados. Franklin consideraba los fracasos de todos los intentos (conocidos ya entonces) de revelar la presión de la luz, como uno de los argumentos en contra de la teoría corpuscular de la luz. Más tarde Young también recurrió a este argumento, aunque ambos científicos no tenían la posibilidad de demostrar la magnitud mínima de la presión supuesta, ya que respecto a la masa de las partículas luminosas no se podía dar ningún razonamiento y, por lo tanto, no se podía juzgar si era suficiente la sensibilidad de las balanzas de torsión usadas en esos experimentos.

Las objeciones de Franklin, que tenían una importancia de principio, puesto que la teoría ondulatoria de la luz se desarrollaba como

una teoría elástica, perdieron su fuerza en calidad de argumento contra las interpretaciones corpusculares cuando Maxwell dedujo la necesidad de la presión luminosa desde el punto de vista de la teoría ondulatoria electromagnética e incluso calculó su valor.

Puesto que la luz es una onda transversal electromagnética, al incidir sobre la superficie de un conductor (cuerpo especular o absorbente), debe realizar las siguientes acciones: el vector eléctrico situado en el plano de la superficie iluminada provoca una corriente en dirección de dicho vector; el campo magnético de la onda luminosa influye sobre la corriente originada según la ley de Ampere, de modo que la dirección de la fuerza activa coincide con la dirección de la propagación de la luz. De esta manera, la interacción ponderomotriz entre la luz y el cuerpo que la absorbe o refleja, conduce al surgimiento de una presión sobre el cuerpo. La fuerza de presión depende de la intensidad de la luz. Para el caso en que los rayos luminosos forman un haz paralelo, según los cálculos de Maxwell, la presión p es igual a la densidad de la energía luminosa u, es decir, a la energía por unidad de volumen. En este caso se supone que el cuerpo sobre el cual incide la luz es un cuerpo negro, o sea, absorbe totalmente toda la energía luminosa que incide sobre él. Si el factor de reflexión del cuerpo no es nulo, sino que tiene un valor R, la presión $p = u(1 + R)$, de modo que para un espejo ideal ($R = 1$) tenemos $p = 2u$. Si la cantidad de energía que incide normalmente sobre 1 cm² por 1 s (iluminación) se designa por E, la densidad de la energía radiante será igual a E/c, donde c es la velocidad de la luz. Así, pues, la presión de la luz se puede presentar de la forma

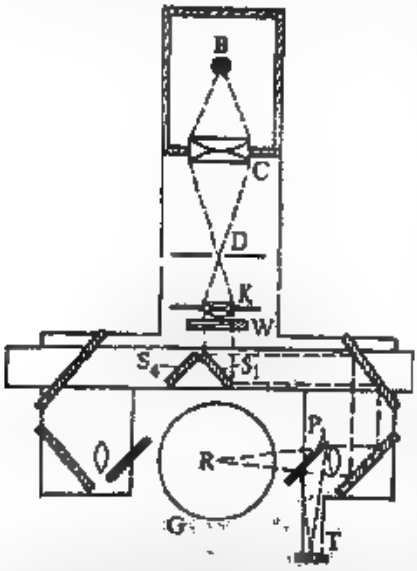


Fig. 34.1. Esquema de los experimentos de P. N. Lébedev relacionados con la medición de la presión de la luz.

$$p = \frac{E}{c}(1 + R). \qquad (185.1)$$

Para la fuerza con la que los rayos solares presionan (en un día despejado) sobre 1 m² de superficie negra, Maxwell calculó el valor de 0,4 mg. Si la luz incide sobre una pared en todas las direcciones den-

tro de la cavidad, entonces, con una densidad de radiación u, la presión sobre la superficie negra será $p = {}^1/_3\, u$.

La presión luminosa fue revelada en el experimento y por primera vez medida por P. N. Lébedev en Moscú *), mediante ensayos que para aquel entonces eran un modelo de arte experimental.

El dispositivo de Lébedev constaba de una ligera suspensión en un hilo fino, en cuyos extremos se hallaban aseguradas unas alitas finas y ligeras, una de las cuales estaba pintada de negro y la otra permanecía brillante. La suspensión R se ubicaba en un recipiente vaciado G (fig. 34.1) formando unas balanzas de torsión muy sensibles. La luz de una lámpara de arco B se concentraba, mediante un sistema de lentes y espejos, en una de las alas y provocaba la torsión de la suspensión R, que se observaba mediante un tubo y un espejo asegurado en el hilo (en la figura no aparece). Desplazando el espejo doble S_1S_4, se podía dirigir la luz del arco B sobre la superficie delantera y trasera del ala, y de esta manera variar la dirección de la torsión. La placa P_1 permitía dirigir una parte determinada del haz sobre el termoelemento T que servía para medir el valor de la energía incidente. Los ensayos fueron realizados con suspensiones de diversas formas (fig. 34.2).

La principal dificultad en los experimentos de Lébedev era la acción de las corrientes de convección del gas y la presencia de la acción radiométrica. Estas perturbaciones pueden superar centenares de miles de veces la presión luminosa.

Las corrientes de convección torsionan la suspensión cuando el ala permanece un poco inclinada. Puesto que esa acción no depende de la dirección del flujo luminoso incidente, Lébedev la estudió y la eliminó mediante la variación de la dirección de la iluminación (espejo móvil S_1 S_4).

Las influencias radiométricas surgen en un gas rarificado a causa de la diferencia de temperaturas entre la parte alumbrada y la no alumbrada del ala. Las moléculas de gas que quedan en el recipiente se reflejan de la parte más caliente con mayor velocidad, y como consecuencia del rechazo, las alas tienden a girar en la misma dirección que bajo la influencia de la presión luminosa. La acción radiométrica disminuye si se emplean alas metálicas muy finas para reducir la diferencia de temperaturas y aumentar la rarificación del gas en el balón. Cuando la luz se halla dirigida hacia el ala brillante, la presión luminosa debe ser aproximadamente dos veces mayor que al accionar la luz sobre el ala negra. Por el contrario, el efecto radiométrico

*) En 1899, en el congreso de Suiza, P. N. Lébedev informó previamente acerca de sus trabajos, y en el congreso de París en el año 1900 hizo un informe detallado (véase *P. N. Lébedev*, Obras selectas, Gostejizdat, 1949, págs. 154—155) (en ruso).

es mayor al alumbrar el ala negra, yaque en este caso el calentamiento de ésta es mayor. En el experimento de Lébedev realmente se observó una acción aproximadamente el doble mayor sobre el ala brillante que sobre el ala negra, lo cual demuestra la exclusión práctica de la acción radiométrica.

Las mediciones de Lébedev proporcionaron una magnitud que concuerda con la teoría de Maxwell (con una precisión de hasta el 20%). Muchos años después (1923), Gerlach repitió los ensayos de Lébedev empleando métodos modernos de obtención de vacío mucho más perfectos. Merced a esto no sólo se facilitó en sumo grado la ejecución de los experimentos, sino que también se logró obtener una coincidencia mejor (hasta el 2%) con las magnitudes teóricas.

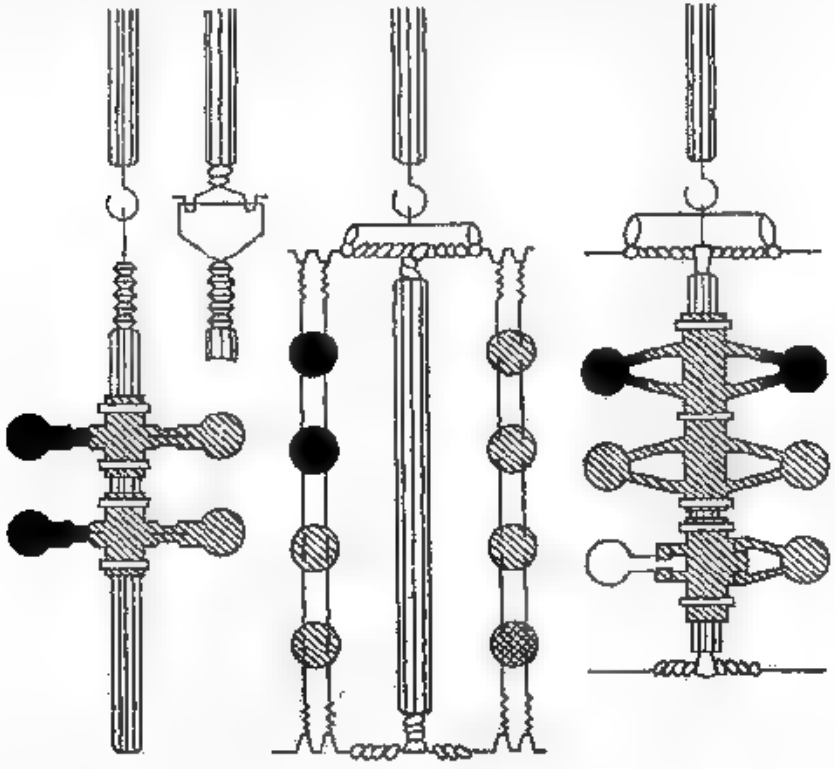


Fig. 34.2. Diversos sistemas de aflanzamiento de las alas en el dispositivo de P. N. Lébedev.

Lébedev también resolvió experimentalmente otro problema mucho más difícil, descubriendo y midiendo la presión de la luz sobre los gases (1909) *).

*) Un buen resumen de los trabajos de P. N. Lébedev acerca de la presión luminosa fue hecho por V. A. Fabrikant (revista UFN (éxitos de las ciencias físicas), 42, ed. 2 (1950))

§ 186. Presión de la luz dentro de los márgenes de la teoría de los fotones

Dentro de los márgenes de la teoría de los fotones, la presión luminosa ha de interpretarse como el resultado de la transmisión del impulso de los fotones a una pared absorbente o reflectora. El flujo de luz monocromática de frecuencia ν que incide normalmente sobre la pared y que trae durante 1 s sobre 1 cm² una energía igual a E, contiene N fotones, donde N se determina mediante la condición

$$Nh\nu = E,$$

o sea, $N = E/h\nu$. Puesto que cada fotón posee un impulso $h\nu/c$, él comunicará a la pared absorbente un impulso $h\nu/c$, y a la pared reflectora, un impulso $2h\nu/c$ (ya que durante la reflexión, el impulso del fotón varía desde $+ h\nu/c$ hasta $- h\nu/c$, es decir, en $2h\nu/c$).

Así, el impulso transmitido durante 1 s a 1 cm² de una pared absolutamente absorbente es igual a

$$Nh\nu/c = E/c.$$

Pero el impulso transmitido a 1 cm² de superficie en el transcurso de 1 s es precisamente la presión sobre esa superficie. Así, la presión sobre la pared absorbente constituye $p = E/c$, y sobre la pared completamente reflectora, $p = 2E/c$. En un caso general, cuando el factor de reflexión es igual a R, del número total N de fotones que inciden durante 1 s se absorben $(1 - R)N$ y se reflejan RN fotones. El impulso que ellos transmiten a la unidad de superficie es igual a

$$(1-R)\,N\frac{h\nu}{c} + RN2\frac{h\nu}{c} = N\frac{h\nu}{c}(1+R) = \frac{E}{c}(1+R)$$

de acuerdo con la fórmula de Maxwell.

Como quiera que se interprete el fenómeno de la presión luminosa dentro de los márgenes de la teoría corpuscular o de la teoría ondulatoria, el propio hecho de su existencia experimentalmente establecida tiene gran importancia. Este hecho demuestra que la luz posee no sólo energía, sino también impulso, lo cual testimonia, sin duda alguna, acerca de la materialidad de la luz y de que ésta, al igual que la sustancia, es una de las formas de materia.

§ 187. Papel de la presión luminosa en algunos fenómenos cósmicos

Como ya se ha señalado, la presión luminosa permitió explicar varios fenómenos que transcurren en el Universo.

La formación de las colas de las cometas, que se desarrollan a medida que éstas se aproximan al Sol, y que se disponen en dirección contraria a este último, obligó aún a Kepler a plantear la idea de que

dichas colas representan el flujo de partículas rechazadas por el Sol bajo el efecto de la presión de la luz cuando la cometa se acerca bastante al astro. Los cálculos y, sobre todo, las investigaciones experimentales de Lebedev, aseguraron tal suposición. Según estos datos, se puede estimar que las partículas de *dimensiones bastante pequeñas* experimentaran, a causa de la radiación solar, una repulsión mucho más fuerte que la atracción por la masa del Sol, ya que, al disminuir el radio de la partícula, la atracción se reduce proporcionalmente al cubo del radio (masa), y la repulsión disminuye como el cuadrado del radio (superficie). Para las partículas de dimensiones convenientes, la predominación de la repulsión sobre la atracción (o viceversa) tendrá lugar a cualquier distancia del Sol, puesto que tanto la densidad de radiación, como el efecto de gravitación varían igual en función de la distancia ($1/r^2$). La circunstancia de que las colas de las cometas comiencen a desarrollarse sólo *en las proximidades* de Sol, podría explicarse sólo por el hecho de que cerca del Sol se forman partículas de dimensiones bastante pequeñas debido a la evaporación. Sin embargo últimamente se aclaró que la formación de las colas de las cometas representa un proceso muy complicado y, por lo visto, la presión luminosa no explica toda la variedad de los fenómenos.

Hace relativamente poco que se mostró que la presión luminosa desempeña un papel importante en la cuestión del tamaño límite de las estrellas. Partiendo de los datos astronómicos sabemos que las estrellas cuyas masas superan el máximo conocido, no se observan. Eddington prestó atención al hecho de que al aumento de las dimensiones de la estrella debe oponerse la siguiente circunstancia. Con el aumento de su masa y el crecimiento de la atracción de sus capas exteriores hacia el centro, se eleva el trabajo de compresión de sus capas interiores y, respectivamente, crece la temperatura de dichas capas, alcanzando millones de grados. Sin embargo, tal aumento de temperatura significa la elevación de la densidad de la energía radiante dentro de la estrella y, por lo tanto, el incremento de la magnitud de la presión luminosa. De acuerdo con los cálculos, el equilibrio entre la fuerza de atracción, por una parte, y las fuerzas de repulsión condicionadas por la presión luminosa, por otra parte, conduce a cierto valor límite para la masa de la estrella: las estrellas de masa grande son inestables y deberían descomponerse. En efecto, el límite superior de la masa de las estrellas, calculado a base de estos razonamientos, se halla en concordancia, por lo visto, con los resultados de las observaciones astrofísicas.

35. EFECTO QUÍMICO DE LA LUZ

§ 100. Introducción

Las *transformaciones químicas* bajo la acción de la luz se habían notado hace mucho tiempo y ya desde fines del siglo XVIII se convirtieron en objeto de investigación científica sistemática.

Las *transformaciones* fotoquímicas son muy diversas. Puede tener lugar la *polimerización* de la sustancia, es decir, la formación de moléculas que representan un conjunto de moléculas o átomos del producto inicial, por lo visto, así es el fenómeno de formación del fósforo rojo del amarillo. La modificación roja del fosforo se distingue mucho de la amarilla por una serie de propiedades físicas y químicas, y puede obtenerse de la modificación amarilla mediante una iluminación larga (mejor si la luz es de onda corta). La polimerización del fósforo también puede lograrse sin el efecto luminoso, por ejemplo, mediante el calentamiento considerable o como resultado de ciertas reacciones químicas.

Bajo el efecto de la luz se observa la descomposición de las moléculas complejas, por ejemplo, la descomposición del amoníaco NH_3 en nitrógeno e hidrógeno, o del bromuro de plata AgBr en plata y bromo. También ocurre la formación de moléculas complejas, por ejemplo, la conocida reacción de formación de cloruro de hidrógeno al iluminar la mezcla de cloro e hidrógeno, la cual transcurre con tanta intensión que va acompañada de una explosión.

Muchas de las reacciones fotoquímicas desempeñan un papel muy importante en la naturaleza y en la técnica. Es sobre todo importante, sin duda alguna, la descomposición fotoquímica del ácido carbónico que sucede bajo la influencia de la luz en las partes verdes de las plantas. Esta reacción tiene enorme valor, ya que asegura la circulación del carbono, sin el cual sería imposible la existencia duradera de la vida orgánica en la Tierra. Como resultado de la actividad vital de los animales y las plantas (respiración), transcurre un proceso continuo de oxidación del carbono (formación de CO_2). Los procesos inversos de reducción del carbono y la transformación de éste en formas que pueden ser asimiladas por los organismos, son procesos *fotoquímicos*. Bajo la influencia de la luz, en las plantas superiores y en los organismos unicelulares se realiza la reducción del ácido carbónico según el esquema

$$2H_2O + CO_2 + h\nu \rightarrow CH_2O + H_2O + O_2$$

con la posterior polimerización del formaldehído CH_2O que conduce a la formación de las moléculas de tipo $n(CH_2O) \rightarrow C_nH_{2n}O_n$ (hidrocarburos). A los hidrocarburos pertenece una serie de azúcares que, al transformarse posteriormente, pueden dar almidón y otras compues-

ciones muy importantes integrantes del tejido vegetal. Tal tipo de fotosíntesis transcurre en los complejos moleculares complicados y consta de varios procesos que ocurren sucesivamente, y los cuales hasta hoy día no han sido del todo aclarados. El proceso primario, en el que la luz participa directamente (etapa luminosa de la fotosíntesis), es la absorción del fotón en los pigmentos (clorofila, etc.). La energía de excitación es evacuada por la cadena molecular (los llamados exitones) e inicia una serie de reacciones químicas (etapa oscura de la fotosíntesis). Por cuanto la energía de reducción de CO_2 es de unos 110 kcal/mol (ó 5 eV por molécula), para la fotosíntesis de una molécula de CH_2O es necesario no menos de tres cuantos con una longitud de onda de 700 nm, lo cual corresponde a la absorción máxima de clorofila. Sin duda alguna esta circunstancia atestigua el carácter escalonada del proceso de fotosíntesis. En realidad, el número de fotones absorbidos es aún mayor y en ciertos casos alcanza ocho y más.

En algunas plantas tienen lugar otras reacciones fotoquímicas. Por ejemplo, para ciertas bacterias, el oxígeno es veneno, en lugar de agua se emplea sulfuro de hidrógeno según el esquema

$$2H_2S + CO_2 + mh\nu \rightarrow CH_2O + H_2O + 2S,$$

y como resultado se separa el formalhedído y el azufre. También desempeña un gran papel en la naturaleza, la reducción fotoquímica del nitrógeno.

La reacción fotoquímica mencionada anteriormente, relacionada con la descomposición del bromuro de plata (y también de otras de sus sales haloideas), es la base de la fotografía y de todas sus inmensas aplicaciones científicas y técnicas. Los fenómenos de descoloración de las pinturas, que se reducen principalmente a su oxidación fotoquímica, tienen gran importancia para comprender los procesos que ocurren en el ojo del hombre y los animales y que son la base de la percepción visual. Muchas reacciones fotoquímicas actualmente se utilizan en la producción química y adquirieron, de esta manera, una importancia química industrial directa.

§ 189. Leyes fundamentales de la fotoquímica

Ya hace relativamente mucho que la acción fotoquímica de la luz fue comparada con su absorción, después de lo cual se estableció que fotoquímicamente sólo puede actuar la luz absorbida. En lo que se refiere a la parte cuantiativa, aquí el trabajo de varios científicos condujo a la afirmación de que la cantidad de sustancia Q que reacciona fotoquímicamente es proporcional al flujo luminoso absorbido Φ y al tiempo de iluminación t, o sea, a la cantidad de energía lu-

minosa absorbida. La primera declaración de este tipo, aunque de una forma todavía muy indefinida, fue enunciada por Senebier en 1782. En lo sucesivo ésta se precisaba y argumentaba, mientras que por fin, después de las investigaciones minuciosas de Bunsen y Roscoe (1885), relacionadas con la reacción de formación de cloruro de hidrógeno a base de cloro e hidrógeno, esta ley fundamental de la fotoquímica fue establecida definitivamente.

Conforme a la ley fundamental, la cantidad de sustancia que reacciona fotoquímicamente es igual a

$$Q = k\Phi t, \qquad (189.1)$$

donde el valor del fator de proporcionalidad k depende de la naturaleza de la reacción fotoquímica que ocurre. De esta manera, el valor del coeficiente k determina la cantidad de sustancia que reaccionó y que corresponde a la unidad (por ejemplo a un Julio) de energía absorbida.

La investigación cuantitativa de los procesos fotoquímicos se complica enormemente por el hecho de que el proceso primario, provocado por la luz puede ir acompañado de numerosas reacciones secundarias de carácter puramente químico. Claro está que sólo el proceso primario transcurre a expensas de la energía luminosa absorbida; en todos los procesos secundarios tropezamos con cambios condicionados por las transformaciones químicas, es decir, con la variación de la configuración mutua de los átomos y, por lo tanto, con la modificación de la energía interna del sistema.

La presencia de procesos secundarios permite comprender la diversidad extremadamente grande de velocidades de los distintos procesos fotoquímicos, es decir, la diferencia del valor del coeficiente k que cambia al pasar de una reacción a otra miles e incluso centenares de miles de veces. Las regularidades generales que diferencian la influencia de la luz claro que han de buscarse en los procesos primarios, los cuales, hablando en general, deberían denominarse procesos fotoquímicos. Einstein (1905), tras enunciar la hipótesis de los cuantos luminosos, señaló una ley muy simple, válida para los procesos fotoquímicos (primarios): a cada cuanto absorbido $h\nu$ le corresponde la transformación de una molécula que absorbió la luz (*ley de equivalencia*). La verificación experimental de esta ley sólo es posible para las reacciones en las que podemos separar los procesos primario y secundario, o bien, donde los procesos secundarios no existen. Es natural suponer que el papel de los fenómenos secundarios es sobre todo importante en los procesos que transcurren muy impetuosamente. En efecto, en el proceso (acompañado de una explosión) de formación de cloruro de hidrógeno, el procedimiento primario es sólo la descomposición del cloro. El desarrollo impetuoso del proceso es el resultado

de una cadena de procesos secundarios, según las ecuaciones

$$Cl_2 + h\nu = Cl + Cl \text{ — proceso primario,}$$
$$\left.\begin{aligned} Cl + H_2 &= HCl + H \\ H + Cl_2 &= HCl + Cl \end{aligned}\right\} \text{ procesos secundarios}$$

etc.

La cadena en tales reacciones en cadena puede ser muy larga (más de un millón de eslabones), hasta que cualquier impureza casual o la propia pared del recipiente intercepte el átomo de cloro liberado y así mismo rompa la cadena. Es posible retener artificialmente el desarrollo de esta última si en la mezcla se introduce cualquier sustancia capaz de captar ávidamente el átomo de cloro. El uso de tal *aceptor* (captador) rompe la cadena y asegura la posibilidad de realizar la reacción lentamente, sin explosión. Con tal eliminación de los procesos secundarios o, aún mejor, estudiando las reacciones no complicadas por los procesos secundarios, se logró verificar la ley de Einstein y establecer su validez.

Las primeras mediciones seguras de este tipo, que requerían la medición de la cantidad de luz *monocromática* absorbida (de frecuencia ν) y la cantidad de sustancia que reaccionó, fueron efectuadas por Warburg en 1916. Se estudió la reacción de descomposición del bromuro de plata AgBr bajo la acción de la luz. Las mediciones mostraron que cada cuanto de luz absorbida descompone una molécula de bromuro de hidrógeno, es decir, la reacción transcurre según la ecuación $2HBr + 2h\nu = H_2 + Br_2$. Dentro de los márgenes de la teoría de los fotones es obvio que la absorción de la luz puede ser un estímulo para la transformación química. En efecto, la absorción de un fotón por la molécula, le comunica a ésta una cantidad de energía muy grande equivalente a la energía cinética media del movimiento térmico a temperaturas de decenas de miles de grados, de acuerdo con la relación $h\nu = {}^3/_2\, kT$, donde $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K y T es la temperatura absoluta.

También está claro que las ondas más cortas tienen que ser más activas químicamente. Puesto que la absorción de un fotón, según la ley de Einstein, debe conducir a la transformación de una molécula, entonces pueden ser activas sólo las ondas para las cuales $h\nu$ es mayor que la energía de activación D indispensable para el proceso primario (por ejemplo, la disociación de la molécula que ha absorbido la luz). Puesto que la probabilidad de que una molécula absorba a la vez dos o más cuantos es extremadamente pequeña, la condición que determina la frecuencia límite de la luz activa se escribe del siguiente modo

$$h\nu \geqslant D. \qquad (189.2)$$

Esta deducción, al igual que la ley de equivalencia de Einstein antes mencionada, sólo es válida para las condiciones cuando la intensidad de la luz es relativamente pequeña. Pero si la iluminación es lo suficientemente grande, la situación cambia radicalmente. Como se aclaró en el § 157 en el caso de iluminaciones muy grandes puede ocurrir la absorción simultánea de dos, tres o más cuantos. Como resultado, la energía necesaria de activación D es suministrada por varios fotones, y la condición (189.2) no corresponde al experimento.

También puede conducir al mismo resultado la absorción consecutiva de varios fotones por una misma molécula. En efecto, imaginémonos que a causa de la absorción de un fotón, la molécula pasa a cierto estado excitado, pero su energía es aún inferior a la energía de activación y, por lo tanto, no puede producirse la reacción. Si el flujo de fotones es bastante grande, la molécula, durante el tiempo de permanencia en estado excitado, tiene tiempo para absorber un fotón más y pasar al siguiente estado, energéticamente más alto, de este último, a un estado aun más alto, etc. Para muchas moléculas (por ejemplo CO_2, SF_6, BCl_3, etc.) fue revelada la absorción sucesiva de varias decenas de fotones de radiación infrarroja ($\lambda = 10$ μm) e incluso su disociación.

La excitación de las moléculas por muchos fotones exige una radiación muy potente (10 MW cm^2 y más), lo cual fue posible sólo después de la creación de los láseres. La monocromaticidad de la luz de láser también permite, hasta cierto grado, dirigir las reacciones fotoquímicas. El hecho consiste en que para que transcurran muchas reacciones es importante excitar un determinado grado de libertad de la molécula o un pequeño grupo de estas. Durante el calentamiento, en virtud de la ley de igual distribución de la energía, se excitan todos los grados de libertad. A diferencia de esto, la iluminación por la luz monocromática permite influir sobre el grado de libertad que es activo en sentido de la reacción química que nos interesa. De esta manera se logra, por ejemplo, realizar reacciones que durante el calentamiento general no surgen a causa de la presencia de otras reacciones que poseen menor energía de activación. Mediante la variación de la intensidad de la radiación de la mezcla reaccionante, puede controlarse la velocidad con que transcurren los procesos químicos, etc.

Con el desarrollo de la técnica de láser y la acumulación de material experimental en esta rama, indudablemente que las reacciones químicas controlables hallarán amplio uso en la tecnología química.

§ 190. Reacciones fotoquímicas consecutivas

Si $h\nu \geqslant D$, conforme al párrafo anterior la reacción fotoquímica primaria es posible. Pero para ello es indispensable que la molécula absorba la luz de una frecuencia ν indicada. Pero si ν permanece

fuera de la banda de absorción, entonces no habrá ni absorción ni reacción fotoquímica. No obstante, en este caso también es posible realizar el proceso de descomposición fotoquímica añadiendo a la sustancia que se investiga otra sustancia cuya banda de absorción comprende ν. El fotón $h\nu$ es absorbido por la molécula de esta segunda sustancia (sensibilizador), y la reserva de energía obtenida de esta manera puede ser transmitida (durante el choque) a la molécula de la sustancia sometida a estudio. Las reacciones fotoquímicas de este tipo se denominan reacciones *sensibilizadas*. Para realizarlas es necesario que el encuentro de la molécula de la sustancia de descomposición, con la molécula excitada del sensibilizador, suceda antes que esta última pierda su energía complementaria en forma de radiación (fluorescencia) o de cualquier otra manera. Por eso la condición indispensable de acción del sensibilizador es la existencia de choques bastante frecuentes entre las moléculas del sensibilizador y las de la sustancia sometida a estudio, es decir, la existencia de bastante presión (si se trata de a reacción en el gas).

Como ejemplo de tal proceso puede servir la formación de peróxido de hidrógeno H_2O_2 del hidrógeno y el oxígeno bajo la acción de una luz de longitud de onda $\lambda = 253{,}7$ nm. Esta luz no es absorbida ni por el hidrógeno ni por el oxígeno y no puede provocar ningunas transformaciones en su mezcla. Pero si en el recipiente se introducen vapores de mercurio, el cual absorbe muy bien la luz de tal longitud de onda, surgirá una reacción, por lo visto, según el siguiente esquema:

$$Hg + h\nu = Hg^*,$$

$$Hg^* + H_2 = HgH + H$$

(Hg^* significa el átomo excitado de mercurio), o bien

$$Hg^* + H_2 = Hg + 2H,$$

y los átomos de hidrógeno se combinan con el oxígeno formando H_2O_2.

Las reacciones sensibilizadas están bastante difundidas. Así, el proceso de asimilación de carbono, por lo visto, es una reacción sensibilizada en la que el papel de sensibilizador lo desempeña la clorofila que entra en la composición de todas las partes verdes de las plantas. La sensibilización se utiliza ampliamente en la técnica fotográfica.

§ 191. Fundamentos de la fotografía

La fotografía moderna es una aplicación práctica importante del proceso fotoquímico. Aquí también tiene lugar el proceso fotoquímico primario y las reacciones químicas ulteriores. Además, en la

fotoemulsión, los procesos primario y secundario están tan evidentemente separados que representan dos operaciones independientes.

El proceso fotográfico consiste en alumbrar una capa sensible de la placa fotográfica y en su tratamiento químico (*revelado*) ulterior. El resultado del proceso fotoquímico que ocurre en la placa o película fotográfica bajo la acción de la luz, es la descomposición del bromuro de plata, con la particularidad de que la plata metálica se separa en forma de partículas pequeñísimas. Sin embargo, para obtener un oscurecimiento considerable de la placa fotográfica se necesitaría una iluminación demasiado intensa y larga. En efecto, si la placa se envuelve hasta la mitad en un papel negro y se deja largo tiempo en la luz, entonces, tras quitar el papel, se puede notar que la parte iluminada es sólo un poco más oscura que la no iluminada. Pero durante las exposiciones breves efectuadas prácticamente, en la mitad de la placa expuesta de esta manera no se nota ninguna traza de alumbrado. El efecto fotográfico primario es solo el comienzo del proceso, preparando los lugares en la placa fotográfica sobre los cuales ejerció influencia la luz, para una separación más o menos intensa de la plata metálica (formando la llamada imagen *oculta* o *latente*). Actuando después sobre la placa mediante los correspondientes reactivos químicos, es posible provocar la reducción de la plata metálica (descomposición de AgBr), y tanto más cuanto más intensamente fue iluminada la parte correspondiente de dicha placa (*revelado*). Tras fijar el revelado se elimina el resto de bromuro de plata no descompuesto disolviéndolo en una solución de hiposulfito $Na_2S_2O_3$) y así la placa fotográfica se protege contra los cambios ulteriores en la luz (*fijación*). Del negativo obtenido se puede preparar una fotocopia positiva en otra placa o en un papel fotográfico.

Empleando de esta manera los procesos químicos secundarios, se logra obtener un negativo después de un tiempo de exposición que constituye una parte ínfima de segundo.

El proceso fotoquímico primario que conduce a la obtención de una imagen oculta, mucho tiempo permaneció poco claro. Se sabía que tal imagen podía mantenerse invariable en el transcurso de varios años y después de su revelación era capaz de transmitir todos sus detalles más diminutos. De esta manera, la imagen oculta es muy resistente, aunque no se somete a observación directa. Actualmente es posible, por lo visto, trazar el siguiente cuadro de este proceso. Las sales argénticas que forman la capa fotosensible contienen iones de plata. Bajo la acción de la luz se produce un efecto fotoeléctrico debido al cual los electrones libres neutralizan los iones positivos de la plata convirtiéndolos en átomos. La plata metálica, en forma de átomos aislados o de coloides finamente triturados, constituye una imagen oculta. Como la concentración de la plata separada no pasa (a base de las mediciones y los cálculos realizados) de 10^{-7} g cm^3, y la capa fotosensible tiene un grosor de 2 a 20 μm, se comprende que

la observación directa de la imagen oculta es imposible en tales condiciones. Al iluminar las capas gruesas se logró establecer la formación de plata metálica en cantidades suficientes para su revelación a base de la absorción de la luz.

Tales procesos fueron estudiados ya antes en los cristales de sal gema y en otros haluros de metales alcalinos, los cuales en capas gruesas dan una coloración evidente bajo la influencia de la luz, a causa de la separación de los metales en forma de átomos o partículas coloidales. Ya hace tiempo que se daban instrucciones acerca de la analogía entre estos procesos y la formación de la imagen oculta. En 1926 dicha suposición fue expresada de forma determinada, pero se demostró definitivamente a base de los trabajos de M.V. Savostiánova, así como de Pohl y sus discípulos.

Es interesante señalar que, por lo visto, experimentan descomposición inmediata en la luz no los cristales de bromuro de plata, sino sus sales menos estables, probablemente, los compuestos sulfurosos de plata formados en la superficie de los cristales en el proceso de amaduración de la emulsión fotosensible. El azufre interviene en calidad de impureza en la gelatina de la emulsión. Dicha gelatina, de la cual se eliminó minuciosamente el azufre, no sirve para preparar fotoemulsiones sensibles.

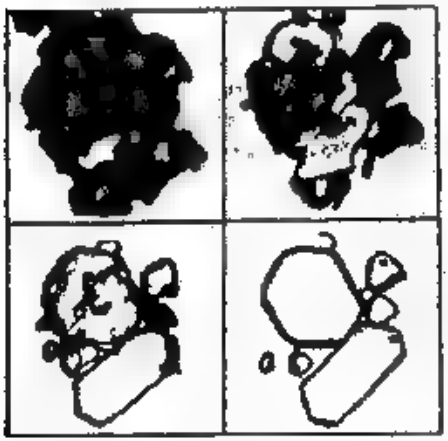


Fig. 35.1 Microfotografía de las etapas sucesivas del revelado de los cristales de bromuro de plata.

Los gérmenes en la superficie de los cristales de bromuro de plata, que surgen bajo la acción de la luz, hacen posible la acción del revelador sobre estos cristales, debido a lo cual el bromuro de plata se reduce a plata metálica mediante procedimiento químico (revelado).

Observando al microscopio el proceso de revelado se puede notar que la revelación iniciada conduce a la reducción de la plata en todo el cristal, incluso la misma a veces es arrojada de este último a modo de protuberancia (fig. 35.1). Así, pues, se separa una cantidad considerable de plata metálica, la cual puede superar decenas de millones de veces su cantidad en la imagen oculta. Cuanto más intensa es la luz incidente, en mayor número de cristales se forman gérmenes y más fuerte es el efecto de revelador. Por otra parte, cuanto más grande es el cristal, mayor efecto de revelado proporciona la formación del germen. De aquí se comprende que, siendo las demás condiciones

iguales, el aumento del tamaño de los cristales debe elevar la sensibilidad de la placa, pero, a su vez, ha de reducirse su capacidad de transmitir los detalles (*poder resolutivo* de la placa).

Gracias al enorme progreso en la fabricación de placas y películas fotográficas, la aplicación de la fotografía en la ciencia y la técnica alcanzó una difusión muy amplia. Y ni qué decir de la posibilidad de fijar fotográficamente los rayos infrarrojos y ultravioleta inaccesibles para la observación directa visual, la fotografía presta servicios insustituibles al reproducir procesos de muy corta duración (una chispa eléctrica, por ejemplo, con un tiempo de exposición de 10^{-5} .. 10^{-6} s, los impulsos de radiación de láser de 10^{-8} ... 10^{-12} s de duración) o procesos de una intensidad muy débil, que exigen la utilización de una exposición muy prolongada. Son muy diversos los usos de la fotografía en la astronomía y la astrofísica. En la técnica de reproducción la fotografía ocupa un lugar exclusivamente importante (cincografía, etc.) Por último, toda la técnica cinematográfica se basa en los logros de la fotografía.

§ 192. Sensibilización de las placas fotográficas

La emulsión fotográfica normal es sensible a las ondas luminosas relativamente cortas, ya que la absorción considerable provocada por el bromuro de plata comienza aproximadamente a cerca de 500 0 nm Dicha absorción aumenta para ondas más cortas, de modo que el máximo de sensibilidad en la parte visible corresponde al extremo violeta del espectro Así, pues, la distribución de los lugares claros y oscuros en la configuración del terreno fotografiado en una placa es semejante a la que se observa a través de un vidrio violeta. De la parte de las ondas ultravioletas cortas la sensibilidad de las placas se halla limitada a causa de que la gelatina comienza a absorber considerablemente la luz cerca de $\lambda = 230{,}0$ nm y, por consiguiente, las ondas cortas prácticamente no penetran en la emulsión y es preciso recurrir al uso de placas especiales sin gelatina

La utilización de sensibilizadores que funcionan según el principio descrito en el § 190 mejora el hecho en sumo grado. La capa de gelatina es teñida por el correspondiente colorante absorbente de unas u otras ondas. La sensibilidad al color verde amarillento se logra por lo general agregando eritrosina (placas ortocromáticas), en tanto que la sensibilidad a los colores verde amarillento y rojo se logra añadiendo pinacromo o pinacianol (placas pancromáticas). Eligiendo los colorantes adecuados se puede elevar en sumo grado la sensibilidad de la emulsión a uno u otro sector del espectro

Se han hallado sensibilizadores también para la radiación infrarroja La fotografía en la luz infrarroja ofrece grandes ventajas al fotografiar objetos alejados, a través de la atmósfera cubierta por una bruma ligera, gracias a la disminución de la dispersión de las

ondas largas (véase § 159). Se logró adelantar la toma de fotografías en la luz infrarroja aproximadamente hasta 1, 2 μm.

Excelentes resultados fueron alcanzados por los astrofísicos soviéticos (G. A. Shain y sus colaboradores), quienes utilizaron placas sensibles a los rayos infrarrojos, para fotografiar las nebulosas, además fueron establecidos contornos completamente nuevos en las nebulosas antes conocidas y descubrir nuevas. También aquí la causa del éxito radica por lo visto, en que, merced a la menor dispersión de las ondas luminosas largas, es posible fotografiar capas más profundas de las nebulosas, o las fuentes ocultas por las nebulosas situadas en el rayo visual

La toma de fotografías en placas corrientes en la zona ultravioleta corta, la cual es absorbida por la gelatina, se logra fácilmente por medio de la sensibilización basada en otro principio. La superficie sensible de la placa se cubre con una sustancia fluorescente bajo el efecto de los rayos ultravioleta cortos (por ejemplo, con una capa fina de aceite de máquinas). La luz fluorescente que tiene mayor longitud de onda penetra a través de la gelatina y se fotografía bien. Así, se logra sin dificultad utilizar placas corrientes para fotografiar en la luz ultravioleta de $\lambda = 180{,}0$ nm y más cortas.

§ 198. Percepción de la luz por el ojo

El sistema óptico del ojo consta de la córnea convexa que sirve de capa exterior, la pupila que desempeña el papel de diafragma, el cristalino y el humor vítreo transparente que ocupa toda la cuenca orbitaria (véase la fig. 14.8 del § 91). Todo el espacio libre lo ocupa el llamado humor acuoso. Este sistema óptico da la imagen de los objetos examinados, en la superficie interior de la cuenca orbitaria cubierta por la *retina*. Esta última representa una estructura complicada que consta de varias capas de neurocitos de diverso tipo y destino diferente, y que desempeña el papel de receptor de radiación.

El corte esquemático de la retina se da en la fig. 35.2, *a*. La luz incide del lado que corresponde a la parte superior de la figura. Las llamadas células de recepción (*conos retinales* y *bastones*) contenidas en la última capa de la retina son los elementos directamente sensibles a la luz (véase la fig. 35.2, *b*). Precisamente en dichas células la luz provoca el estímulo primario que se transforma en impulsos eléctricos, los cuales son transmitidos a través de una serie de células intermedias y salen de la retina por los tejidos del nervio óptico. Todas fibras (su número es del orden de varios millones) transmiten las señales a los centros subcorticales y de allí, a la corteza cerebral. El número de células de recepción es muy grande. El ojo humano contiene unos 7 millones de conos retinales, mientras que el número de bastones alcanza 130 millones. Todos ellos se hallan distribuidos muy irregularmente. La periferia del ojo está ocupada casi exclusivamente

por los referidos bastones, y el número de conos retinales por unidad de superficie crece de la periferia al centro del ojo. A cierta distancia del eje óptico, más cerca de la sien, se halla la zona denominada *mácula lútea* y que tiene en el centro una pequeña concavidad (*«fóvea central»*) ocupada exclusivamente por conos retinales, cuyo número alcanza aquí 13 000 ... 15 000. La fóvea central desempeña un papel muy importante al distinguir los detalles.

El experimento muestra que nosotros vemos con claridad sólo aquellos objetos cuya imagen es proyectada sobre la mácula lútea, y percibimos sobre todo bien los detalles proyectados sobre la fóvea central. Pero cuando la imagen cae sobre las partes periféricas del ojo, entonces, a pesar de que la sensación de luz es muy clara, prácticamente no se distinguen los detalles. Tal diferencia de las propiedades de las partes central y periférica de la retina está condicionada principalmente por dos causas. El ojo sólo puede distinguir los detalles del objeto cuyas dimensiones angulares no son menores que

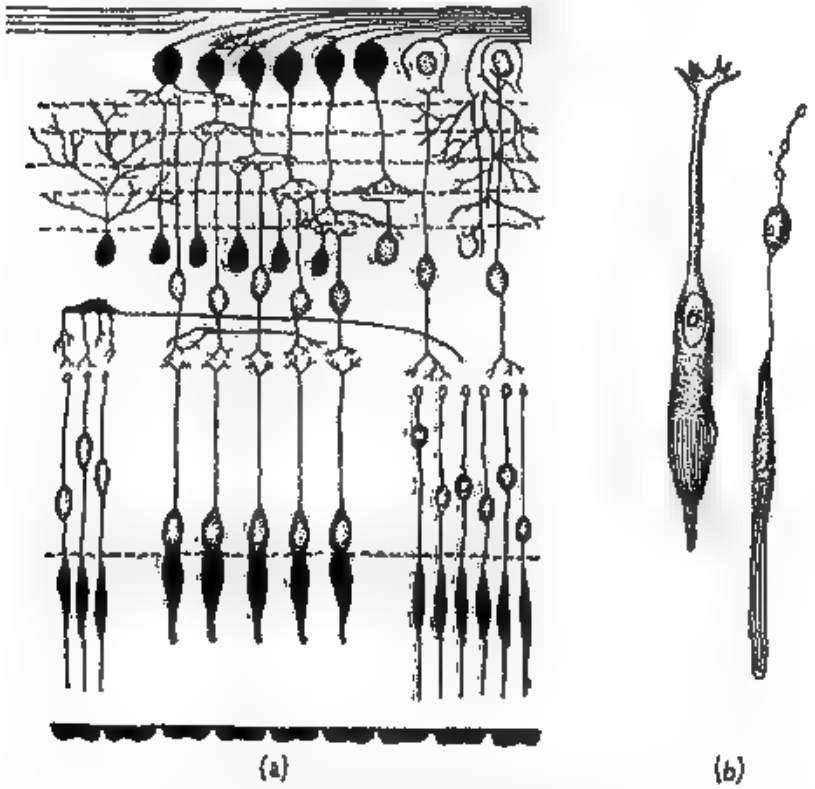


Fig. 35.2. Imagen esquemática de la retina:
a estructura de la retina del ojo (la parte inferior de la figura corresponde al fondo del ojo);
b, bastones y conos retinales.

la distancia angular entre los conos retinales o los bastones vecinos. En la fóvea central la densidad de los conos retinales es máxima, y la distinción de los detalles resulta la mejor. Al alejarse de la fóvea central, la densidad de los receptores disminuye, lo que provoca la reducción de la capacidad de distinguir los detalles. Además, el número de conos retinales en la fóvea central es igual al número de fibras del nervio óptico, es decir, cada cono retinal es un receptor independiente de luz. A medida que se pasa a la periferia de la retina, un número cada vez mayor de receptores corresponde a cada fibra, y el poder separador disminuye aún más, ya que la mínima distancia de separación se determina por las dimensiones de la zona de la retina ocupada por receptores unificadores. Debido a eso, al observar el objeto siempre fijamos su imagen en la mácula lutea o incluso en la fóvea central.

El campo visual de estas partes del ojo es pequeño. Así, sobre la mácula lútea puede ser proyectado simultaneamente un cuadro que ocupa horizontalmente unos 8°, y verticalmente, cerca de 6°. El campo visual de la fóvea central es aún menor y constituye 1° y 1½° horizontal y verticalmente. De este modo, de toda la figura del hombre que se encuentra a 1 m de nosotros, podemos fijar en la mácula lútea sólo, por ejemplo, su capa, y en la fóvea central, una superficie un poco mayor que la del ojo. Todas las partes restantes se proyectan sobre la parte periférica del ojo y se perciben en forma de detalles confusos. Sin embargo, el ojo humano posee la capacidad de moverse con rapidez (girar) en su órbita, de modo que durante un lapso muy breve podemos fijar sucesivamente una superficie grande.

La fig. 35.3, a muestra la trayectoria según la cual el ojo examina sucesivamente los detalles del objeto, y la fig. 35.3, b, el propio objeto. Los puntos corresponden a los lugares en los que el ojo se detiene, y las rayas, al movimiento del mismo. Así, pues, el ojo, como receptor de luz reúne en sí las peculiaridades propias de los métodos fotoeléctrico y fotográfico de registro. Al mismo tiempo se percibe con buen poder de resolución una parte pequeña, pero finita, de la imagen. A pesar de todo esta última se registra a expensas de una observación consecutiva. Tal estructura permite concentrar la atención en los detalles más importantes del objeto y a su vez tener una idea general de todo lo que se halla en el campo visual. Merced a esta peculiaridad del ojo no notamos las dimensiones limitadas del campo de visión clara y apreciamos el campo visual del ojo en las direcciones vertical y horizontal, aproximadamente en 120—150°, es decir, un campo mucho mayor que el de los instrumentos ópticos muy buenos.

Los elementos fotosensibles (conos retinales y bastones) desempeñan un papel absolutamente distinto en la percepción visual. Las investigaciones muestran con seguridad que los bastones son mucho más sensibles a la luz, y en la oscuridad (al anochecer) la sensación

visual ocurre a expensas de la excitación previamente de dichos bastones. Sin embargo, los conos retinales siendo menos sensibles, tienen capacidad de visión de los colores. Esto último requiere aclaración.

La visión de los colores es la capacidad de distiguir las radiaciones de diversa composición espectral *independientemente de su intensidad*. Puesto que incluso en una fotografía en blanco y negro los objetos de distinto color por lo general se diferencian uno de otro. No obstante, *con una relación adecuada de las intensidades* las radiaciones diferentes en cuanto al color pueden proporcionar igual ennegrecimiento en el negativo. La relación de las intensidades con la que las radiaciones de distinto color proporcionan iguales ennegrecimientos, se determina por la sensibilidad espectral de la capa. Al haber visión

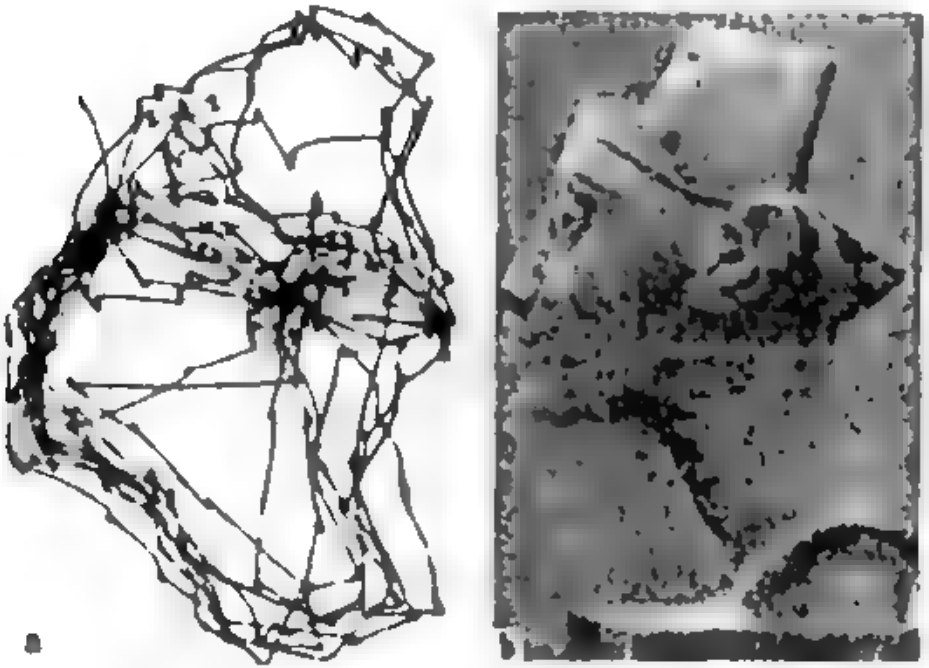


Fig. 88.3. Fotografía según la cual el ojo examina los detalles del objeto (a) y el propio objeto (b).

de los colores (lo mismo que en la fotografía en *color*), existen radiaciones cuyas acciones permanecen diferentes para cualesquiera relaciones de las intensidades. Por ejemplo, la luz roja de cualquier brillo se distingue de la luz verde, azul, blanca, etc.

Con una iluminación débil, cuando funcionan sólo los bastones, se pierde la capacidad de distinguir los colores. Al investigar la capacidad de ojo de distinguir las radiaciones, se logró con gran seguridad establecer que los bastones funcionan igual que una célula fotoeléctrica con una curva de sensibilidad completamente determinada y cuyo máximo constituyo cerca de 510 nm.

La distinción de los colores por el dispositivo de cono retinal es igual que la del sistema integrado por tres receptores fotosensibles con curvas de sensibilidad espectral diferentes, pero también completamente determinadas. Hoy día es difícil decir si los tres tipos de receptores se hallan en cada cono retinal o existen conos retinales de tres tipos diferentes, pero es evidente el propio hecho de que en los conos retinales de la retina humana existen receptores de tres tipos. A veces se encuentran personas (cerca del 5% de hombres y muy pocas mujeres, cuya vista se distingue de la normal por la falta de uno de los receptores, los llamados dicromáticos. Todas las radiaciones que para los observadores normales solo se diferencian por la excitación del receptor ausente, son indiscernibles para los dicromáticos. Aún con menos frecuencia se enfuentran individuos monocromáticos cuya vista es semejante a la proporcionada por los bastones incluso cuando la iluminación es fuerte.

Es muy diversa la vista de los animales en cuanto a la visión de los colores, particularmente la de los insectos. Los datos cuantitativos más precisos acerca de las singularidades de la vista de los animales fueron obtenidos a base de investigaciones electrofisiológicas. Resulta que los impulsos eléctricos en las fibras del nervio óptico se suministran no durante todo el tiempo de acción de la luz sobre la retina, sino sólo al variar la iluminación Si dos radiaciones son indiscernibles para un animal dado, al sustituir una de ellas por la otra, en la fibra nerviosa no surgen impulsos Este procedimiento permite, con buena precisión y seguridad, aclarar cuántos tipos de receptores existe en la retina de uno u otro animal y cómo son sus curvas de sensibilidad espectral.

Para excitar un receptor fotosensible, la luz debe absorberse por éste, además, cuanto mayor es esa absorción para cualquier longitud de onda, tanto mayor es, por regla general la sensibilidad respecto a éste. Por eso las curvas de sensibilidad espectral para las sustancias fotosensibles tienen mucho de común (con frecuencia simplemente coinciden) con sus curvas espectrales de absorción. Esta circunstancia hace tiempo que incitó a buscar pigmentos fotosensibles de la retina.

El primer pigmento descubierto fue la rodopsina (púrpura visual), sustancia fotosensible de los bastones. La rodopsina es una sustancia de color rosado que se descompone (descolora) bajo la influencia de la luz y luego se restablece en la oscuridad. Su curva espectral de absorción corresponde bien a la sensibilidad espectral del ojo cuando

la iluminación es débil y cuando sólo actúan los bastones. Esto se manifiesta considerablemente sobre todo en el *fenómeno de Purkyne*, el cual consiste en lo siguiente: la rodopsina tiene la máxima sensibilidad en la parte azul verdosa del espectro y prácticamente no es sensible en la parte roja anaranjada. En concordancia con esto, con una iluminación muy débil los objetos anaranjados y rojos que parecen muy brillantes por el día, con esta iluminación parecen muy oscuros en comparación con los objetos de color azul claro y azul oscuro.

La rodopsina ahora es hallada en la retina de muchos animales, y todos ellos, según los datos electrofisiológicos, tienen un receptor con la curva de sensibilidad espectral correspondiente. En los bastones de otros animales fue descubierto otro pigmento: la porfiropsina con una curva de absorción algo diferente y, por consiguiente, otra curva de sensibilidad espectral de los bastones.

En los conos retinales de los animales se logró separar sus pigmentos fotosensibles. Algunos animales (tortugas, pájaros diurnos) tienen receptores de distinta sensibilidad espectral, indispensable para distinguir los colores; dicha sensibilidad se logra a expensas de filtros ópticos singulares. Ante los conos retinales de tales animales se hallan dispuestas gotas grasas de color diferente. Esto recuerda el procedimiento usado en la fotografía en color (sobre todo en los procesos poligráficos de reproducción). El objeto de color se fotografía tres veces a través de tres filtros ópticos diferentes, estos filtros sustituyen la fotografía en las capas de distinta sensibilidad espectral. Un papel análogo lo desempeñan los filtros ópticos situados ante los conos retinales.

Una peculiaridad importante del ojo es su capacidad de funcionar en un intervalo extremadamente amplio de iluminaciones. Los rayos rectos del Sol crean en la Tierra iluminaciones del orden de 100 000 lx, y en la oscuridad el ojo puede diferenciar de la oscuridad una superficie con una iluminación de 10^{-6} lx. El funcionamiento en un intervalo tan amplio se determina por una serie de mecanismos diferentes. La pupila casi instantáneamente reacciona ante el aumento brusco de la iluminación; *diafragmando* el orificio de entrada del ojo, la pupila reduce la cantidad de luz incidente sobre la retina. Con una iluminación débil la pupila de nuevo se dilata. Algunos animales, sobre todo los insectos, se caracterizan por el hecho de que la variación de la fotosensibilidad de sus ojos sucede a expensas de la migración (en la retina) del pigmento oscuro que apantalla los receptores. Además, resulta que cuando la iluminación es débil, en una fibra nerviosa se suman las señales de muchos receptores y el número de estos últimos es tanto mayor cuanto más débil es la iluminación, con la particularidad de que el aumento de la sensibilidad se logra en perjuicio del poder resolutivo. Por lo visto, esto explica el hecho bien conocido de que con una iluminación no muy intensa, el ojo cesa de

distinguir los pequeños detalles. Como ya se ha dicho, para el trabajo con una iluminación débil existe un dispositivo de bastones especial.

Además de todos los medios enumerados el ojo puede además variar la sensibilidad de los receptores bajo la influencia de la luz. Cada uno sabe, por su propia experiencia, lo que ocurre al pasar de un local claro a uno oscuro y viceversa. En el primer caso el ojo al principio no distingue nada hasta que no se acostumbre a la oscuridad, pero al salir de un local oscuro a la luz, en el primer momento, mientras el ojo no se acostumbre a la luz, la iluminación parece cegante. Estos fenómenos se denominan *adaptación* del ojo. El tiempo necesario para la adaptación a la oscuridad alcanza 20 ... 30 min.

Hace relativamente poco que el mecanismo de adaptación lo relacionaban con el proceso de descoloración de la púrpura visual en la luz y de su regeneración en la oscuridad. Dicha interpretación se consideraba como una parte importante de la llamada teoría fotoquímica de la vista, la cual reduce la causa del surgimiento de la sensación visual a la descomposición química de la púrpura bajo la acción de la luz. Pero la cuestión, por lo visto, es mucho más complicada. Resulta que la sensibilidad del ojo a la luz varía sobre todo mucho cuando el cambio de la cantidad de púrpura visual aún es muy pequeña y, al revés, cuando la concentración de purpura se reduce bruscamente, la sensibilidad varía de modo insignificante. En algunos animales, por ejemplo, en los calamares, a base de procedimientos electrofisiológicos se manifiesta la variación de la fotosensibilidad en varios órdenes, aunque el pigmento fotosensible casi no se descolora. A la par con esto, la teoría fotoquímica de la vista ha obtenido nuevas confirmaciones. En muchos animales fueron hallados distintos pigmentos fotosensibles de la retina, con la particularidad de que entre las curvas de absorción de estos pigmentos y de la sensibilidad espectral de los receptores se observa una buena concordancia. Por eso la relación entre los mecanismos de la vista y la fotosensibilidad de los pigmentos es más o menos segura.

Todos los mecanismos mencionados permiten al ojo funcionar en un amplio intervalo de iluminación. En estado de adaptación total, el ojo es un instrumento muy sensible, capaz de reaccionar ante los flujos de energía muy pequeños, iguales a $2 \cdot 10^{-17}$ ... $3 \cdot 10^{-15}$ W. De esta manera, el ojo adaptado puede percibir un flujo luminoso que consta de varias decenas de cuantos por segundo (para $\lambda = 550$ nm) (compárese con el § 178).

Por otra parte, en estado de adaptación máxima a una iluminación fuerte (adaptación a la luz), el ojo puede, sin perjuicio del organismo, sufrir relativamente grandes luminancias. Merced a esto las variaciones del flujo luminoso que aun permanecen dentro de los límites del poder de percepción, son muy grandes: desde $2 \cdot 10^{-17}$ J/s hasta $2 \cdot 10^{-6}$ J/s. Cuando las luminosidades de la fuente son mayores

es necesario proteger el ojo artificialmente. Así, pues, la observación del Sol (eclipse solar) se puede llevar a cabo sólo a través de cristales ahumados u otros filtros ópticos adecuados. Al estudiar los glaciares también es indispensable emplear gafas ahumadas, o de color, etc.; es verdad que en este caso las gafas también son necesarias para absorber la luz ultravioleta que en grandes alturas alcanza una intensidad considerable y afecta el ojo. La variación intensa de la luminosidad, la cual sucede con tanta rapidez que el aparato protector del ojo no tiene tiempo para reaccionar, puede conducir a trastornos graves de la vista e incluso a la pérdida completa de ésta.

Si el funcionamiento de los bastones (vista crepuscular) puede considerarse aclarado en cierto modo, el efecto de los conos retinales y, en general, la percepción de los colores (vista diurna) permanece sin aclarar.

De las teorías existentes de la visión de los colores, la mejor que explica los hechos conocidos es *la teoría tricolor* de Helmholtz. En cuanto al mecanismo del receptor primario, dicha teoría es incluso la única posible. En efecto, la posibilidad de obtener una radiación de cualquier color (con pequeñas reservas), mezclando las radiaciones roja, verde y azul violeta, ha sido demostrada experimentalmente. Conforme a la teoría tricolor, eso se debe a la existencia en la retina del ojo de tres receptores fotosensibles, los cuales tienen distintas zonas de sensibilidad espectral. Por eso la luz azul violeta (de ondas cortas) excita con preferencia solo uno de los tres receptores, la luz verde (la parte media del espectro) excita principalmente el segundo receptor, y la luz roja, casi exclusivamente el tercero. Por eso, al mezclar las radiaciones de los tres colores en distintas cantidades, podemos obtener prácticamente cualquier combinación de excitaciones de tres receptores, lo cual significa que se puede obtener cualesquiera colores. Los razonamientos expuestos son en cierto grado esquemáticos, puesto que realmente todo es mucho más complejo.

El hecho es que las zonas de sensibilidad de los receptores se recubren, y por eso cualesquiera radiaciones excitan no uno, sino por lo menos dos receptores, o incluso los tres a la vez. Esto complica el esquema simplificado expuesto más arriba, pero no le priva de sentido físico. El análisis detallado releva una concordancia cuantitativa ideal de la teoría tricolor existente y el experimento.

Los ensayos electrofisiológicos efectuados con los animales, de los cuales se habló más arriba, a la par con las investigaciones de los pigmentos visuales, confirmaron una vez más la teoría de Helmholtz. Sin embargo, es preciso señalar que todo lo analizado hasta el momento se refiere a la capacidad del ojo de distinguir las radiaciones, pero no toca en absoluto todas las cuestiones relacionadas con las sensaciones de los colores, enlazadas en sumo grado con la sicología, y salen fuera de los márgenes de la física. En particular, es importante señalar que las sensaciones de los colores no se relacionan unívocamente

con la composición espectral de las radiaciones. Estas dependen de las acciones preliminares (adaptación, imágenes sucesivas), del ambiente (contraste simultáneo) e incluso de las condiciones de observación. Por ejemplo, el abrigo de un hombre iluminado por el sol parece negro, mientras que la pared de una casa en la sombra, parece blanca, aunque el abrigo en estas condiciones reflejan más luz que la pared. El ejemplo citado muestra la imposibilidad de relacionar todos los fenómenos complejos de las excitaciones visuales con el mecanismo primario de la fotorecepción en la retina.

RADIACIÓN TÉRMICA

36. LEYES DE RADIACION TERMICA

§ 194. Radiación térmica

La radiación electromagnética de todas las longitudes de ondas se halla condicionada por las oscilaciones de las cargas eléctricas que entran en la composición de la sustancia es decir, los electrones e iones. Las oscilaciones de los iones que forman la sustancia corresponden a la radiación de baja frecuencia (infrarroja) a causa de la masa considerable de las cargas oscilantes. La radiación que surge debido al movimiento de los electrones puede tener una frecuencia alta (radiación ultravioleta y visible) si los electrones entran en la composición de los átomos o moléculas y, por consiguiente, se mantienen cerca de su posición de equilibrio mediante fuerzas considerables. En los metales, donde hay muchos electrones libres, la radiación de estos últimos corresponde a otro tipo de movimiento; en este caso no se puede hablar de las oscilaciones cerca de la posición de equilibrio. Los electrones libres puestos en movimiento experimentan un frenado irregular, y su radiación adquiere carácter de *impulsos*, es decir, se caracteriza por un espectro de diversas longitudes de ondas, entre las cuales también puede haber ondas de baja frecuencia.

La radiación del cuerpo va acompañada de la pérdida de energía. Para asegurar una emisión prolongada de dicha energía es necesario recuperar su consumo; de lo contrario la radiación será acompañada de cualesquiera variaciones dentro del cuerpo, y el estado del sistema radiante variará continuamente Los procesos indicados pueden ser muy diversos y, por lo tanto, también puede ser distinto el carácter de iluminación.

Se conocen procesos de emisión que acompañan las transformaciones químicas dentro del cuerpo, la llamada *quimioluminiscencia*. A ésta pertenece, por ejemplo, la luminosidad de la madera en esta-

do de putrefacción, o la luminosidad del fósforo sometido a oxidación lenta en el aire. En este caso la emisión de energía radiante transcurre paralelamente a la variación de la composición química de la sustancia y a la disminución de la reserva de su energía interna.

Los procesos de radiación provocados por la iluminación simultánea o previa del cuerpo fueron unificados bajo el nombre de *fotoluminiscencia*. En este caso, para mantener la luminosidad es necesario transmitir al cuerpo la energía en forma de radiación emitida por una fuente exterior.

Está muy difundido el procedimiento de excitación de la luminosidad influyendo eléctricamente sobre el sistema radiante. La luminosidad más difundida de este tipo (*electroluminiscencia*) es la de los gases o vapores bajo la acción de la descarga eléctrica que pasa por ellos, la cual puede adquirir diversas formas: descarga luminiscente observada generalmente en los tubos de Geissler, lámpara de luz solar, arco eléctrico, chispa. En todos estos casos la energía indispensable para la radiación es suministrada a los átomos o moléculas del gas mediante el bombardeo con electrones acelerados por el campo eléctrico de la descarga. El bombardeo electrónico también puede provocar la luminiscencia de los sólidos, por ejemplo, de los minerales (luminiscencia catódica o, simplemente, *catodoluminiscencia*).

Por fin es posible hacer que el cuerpo emita luz comunicándole la energía necesaria mediante calentamiento. En este caso también es posible mantener invariable la radiación si la energía que ésta se lleva consigo es recuperada mediante la transmisión de la cantidad correspondiente de calor. Este último tipo de luminosidad es el más difundido y lleva el nombre de *radiación térmica*. Hablando en general, tal radiación también tiene lugar a temperaturas bajas (por ejemplo, a temperatura ambiente), pero únicamente en dichas condiciones la radiación en realidad solo consta de ondas infrarrojas muy largas.

La radiación térmica de los cuerpos puede oponerse a todos los demás tipos de radiación en virtud de las peculiaridades, una idea de las cuales la da el siguiente razonamiento.

Supongamos que el cuerpo radiante está rodeado de una envoltura idealmente reflectora e impenetrable para la radiación. Entonces la radiación emitida por ese cuerpo no se dispersará por todo el espacio, sino que, al reflejarse *totalmente* de las paredes, se mantendrá dentro de los límites de la cavidad, incidiendo de nuevo sobre el cuerpo radiante y absorbiéndose de nuevo más o menos por éste. En tales condiciones nuestro sistema (cuerpo radiante y radiación) no experimentará ninguna pérdida de energía. No obstante, esto todavía no significa que el cuerpo emisor y la radiación se hallan en equilibrio entre sí. La energía de nuestro sistema se encuentra parcialmente en forma de energía de radiación (de ondas electromagnéticas) y parcialmente en forma de energía interna del cuerpo radiante. El estado de este sis-

ma será equilibrado si con el tiempo la distribución de energía entre el cuerpo y la radiación no varía. Ubiquemos dentro de la cavidad un cuerpo calentado (sólido, líquido o gaseoso, da lo mismo). Si por unidad de tiempo el cuerpo emite más de lo que absorbe (o al contrario), su temperatura disminuirá (o aumentará). A su vez se debilitará o se intensificará la emisión hasta que, por fin, no se establezca el equilibrio. Este estado de equilibrio es estable. Después de cualquier infracción del mismo, en virtud del mecanismo descrito, el estado de equilibrio se restablece de nuevo.

Por el contrario, la radiación excitada no por el calentamiento, sino por cualquier otro proceso, no será de equilibrio. Supongamos, por ejemplo, que la radiación tiene carácter de quimioluminiscencia, es decir, acompaña cierto proceso de variación química de la sustancia. La absorción de mayor o menor parte de energía luminosa emitida no contribuirá a que la sustancia vuelva a su estado inicial. Además, el aumento de la temperatura, provocado por la absorción del cuerpo, conduce, por lo general, sólo a un desarrollo más enérgico de la reacción química. El proceso de variación constante del sistema radiante continuará hasta que pueda proseguir la reacción química y, por lo tanto, el sistema se alejará cada vez más de su estado inicial. El equilibrio se establecerá sólo cuando termine el proceso químico, y también la quimioluminiscencia, y el carácter de radiación establecida se determinará por la temperatura de nuestro cuerpo, o sea, el estado de equilibrio de nuevo corresponderá a la radiación térmica.

Eso mismo es válido para la fotoluminiscencia. Introduzcamos en una cavidad especular cierta sustancia fosforescente previamente excitada por la iluminación. La luminosidad de nuestro cuerpo disminuirá poco a poco, en efecto, la luz de la fosforescencia reflejada por las paredes especulares, en parte puede ser absorbida por nuestro cuerpo y calentarlo. Pero éste no puede mantener mucho tiempo la fosforescencia para cuya excitación se necesita una iluminación con una luz de longitud de onda más corta que la de la luz emitida (ley de Stokes). Por lo tanto, en este caso también tendrá lugar el calentamiento paulatino del cuerpo a expensas de la luz fosforescente, así como la sustitución gradual de esta radiación por la radiación térmica del cuerpo calentado, es decir, por la radiación cuya intensidad y composición espectral se determinan según la temperatura del cuerpo. De modo análogo disminuirá la luminosidad provocada por la descarga eléctrica de corta duración sustituyéndose por la radiación térmica correspondiente a la temperatura del sistema.

Así, pues, la radiación de equilibrio siempre tiene carácter de radiación térmica, con la particularidad de que tal equilibrio entre la radiación y la sustancia puede tener lugar para cualquier cuerpo (sólido, líquido o gaseoso). Esta radiación térmica o de equilibrio obedece ciertas regularidades comunes, las cuales se desprenden de los principios de la termodinámica, con arreglo a los cuales el equilibrio

térmico establecido de un sistema aislado no puede ser alterado por la radiación de cualquier parte del referido sistema o a causa de otros intercambios térmicos. La radiación térmica también es conocida como radiación de calor o emisión *calorífica*.

§ 109. Radiación térmica y regla de Prevost

La principal magnitud que caracteriza el estado térmico del cuerpo es su temperatura. Dicha magnitud también es determinante en los fenómenos de radiación térmica, lo que se puede demostrar fácilmente a base del siguiente experimento simple. Al calentar cualquier sustancia refractaria (carbón, metal), notamos que la luminosidad (roja oscura) observada a simple vista solo aparece a determinada temperatura (unos 500 °C). A medida que esta aumenta, la luminosidad se intensifica y se corresponde con ondas más cortas, pasando, aproximadamente a la temperatura de 1500 °C, a una incandescencia blanca brillante. Al controlar la luminosidad por el espectroscopio, podemos ver cómo a medida que sube la temperatura, se desarrolla paulatinamente el espectro continuo de luminosidad, comenzando de una zona estrecha de radiación roja ($\lambda \approx 700{,}0$ nm) y pasando gradualmente al espectro visible completo. Observando la luminosidad mediante un elemento térmico, se puede revelar tanto la radiación infrarroja como la ultravioleta del cuerpo sometido a calentamiento.

En estos experimentos también se aclara otro rango importantísimo de la radiación térmica. La composición espectral de la radiación, correspondiente a una temperatura dada, para distintas sustancias bien absorbentes (por ejemplo, los óxidos de diversos metales, el carbón, etc.) prácticamente es igual, pero para los cuerpos transparentes la radiación puede tener una composición muy distinta. Así, pues, al calentar un trozo de acero a la temperatura de unos 800 °C, veremos una incandescencia brillante de color gualda, mientras que una varilla transparente de cuarzo fundido, teniendo esa misma temperatura no brilla en absoluto y no emite rayos visibles (en particular, rojos). Así, pues, se revela un poder emisivo mayor de los cuerpos bien absorbentes. Esta circunstancia determina las condiciones de intercambio de energía radiante que conduce al establecimiento del equilibrio térmico entre los cuerpos.

El experimento muestra que los cuerpos que poseen distinta temperatura y que son capaces de transmitir calor uno a otro, al cabo de cierto tiempo adquieren igual temperatura, es decir, adquieren equilibrio térmico. Esto sucede en el caso de que tales cuerpos se hallen dentro de una envoltura impenetrable para el calor, en la cual se cree un vacío, es decir, se excluye toda posibilidad de intercambio térmico en virtud de la termoconductibilidad y la convección, y sólo tiene lugar la radiación y absorción. Radiando o absorbiendo calor los cuerpos A_1 y A_2 al fin y al cabo adquieren la misma temperatura

T. El equilibrio térmico tiene carácter dinámico, o sea, a una misma temperatura de todos los cuerpos, también tiene lugar la radiación y absorción de la energía radiante, pero de modo que por unidad de tiempo el cuerpo emite tanto calor como absorbe. De aquí se deduce que si dos cuerpos A_1 y A_2 poseen diverso poder de absorción, su poder emisivo no puede ser el mismo. En efecto, si se estableció el equilibrio térmico, para cada cuerpo ha de mantenerse la igualdad entre la cantidad de energía emitida y absorbida por ellos por unidad de tiempo. *Si dos cuerpos absorben diversa cantidad de energía, su emisión también debe ser distinta* (Prevost, 1809).

No es difícil comprobar esta conclusión mediante experimentos simples. A título de radiador tomaremos una caja llena de agua caliente (fig. 36.1), cuyas paredes planas poseen diverso poder de absorción: una de ellas está hecha de un metal bien pulido y por eso absor-

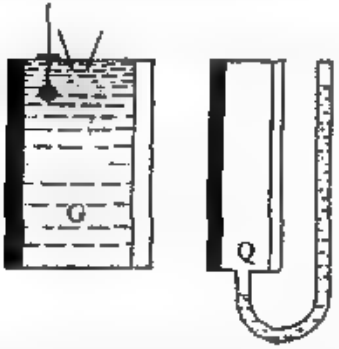


Fig. 36.1. Dispositivos para demostrar la regla de Prevost:
G, recipiente radiante, Q, termómetro de aire.

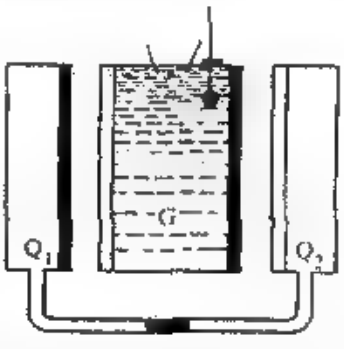


Fig. 36.2. Experimento que muestra la proporcionalidad entre el poder absorbente y el poder emisivo de una superficie:
G, recipiente radiante; Q_1, Q_2, termómetro de aire diferencial.

be poco, y la otra está cubierta de una capa negra de óxido y absorbe casi por completo la energía que incide sobre ella. En calidad de receptor es conveniente emplear un termómentro de aire, cuya cavidad Q también representa una caja metálica con paredes de distinto material. Acerca de la cantidad de calor suministrada por unidad de tiempo se puede juzgar por la expansión del aire en Q. Virando la parte brillante o negra del recipiente G hacia el termómetro (o Q hacia el radiador) es posible convencerse de que la superficie brillante emite menos y absorbe también menos energía que la negra. Haciendo que el termómetro sea diferencial y colocando todo de la forma expuesta en la fig. 36.2, la cual se entiende sin aclaraciones, señalaremos que la gota en el termómentro diferencial permanece en el mismo sitio, es decir, ambas cavidades Q_1 y Q_2 reciben la misma can-

tidad de calor. En tal variante este experimento permite deducir que el poder de absorción de cualquier superficie es proporcional a su poder emisivo.

Los experimentos descritos tienen un defecto de principio muy importante, ya que los poderes de absorción y de emisión se comparan a *distinta* temperatura, y la capacidad del cuerpo de emitir o absorber energía depende de su temperatura. Por otra parte, para los objetos elegidos (metal negro y metal pulido) y la insignificante diferencia de temperaturas (inferior a 100 °C) dicha diferencia desempeña un papel ínfimo.

§ 106. Ley de Kirchhoff

La regla de Prevost que establece la relación entre la capacidad de los cuerpos de absorber o emitir calor tenía un carácter cualitativo. Medio siglo más tarde Kirchhoff (1859) le dio un aspecto de ley estrictamente cuantitativa, la cual desempeña el papel principal en todas las cuestiones de radiación térmica.

Para caracterizar la radiación térmica utilizaremos la magnitud del flujo energético Φ, o sea, la cantidad de energía emitida por unidad de tiempo (potencia de radiación). El flujo emitido en todas las direcciones por un dad de superficie del cuerpo radiante, se denominará *poder emisivo* y lo designaremos por E. El poder emisivo determinado de esta manera corresponde a la luminosidad (véase la Introducción, conceptos fotométricos) y a veces se denomina *luminosidad energética*. A la par con ésta también puede examinarse *el brillo energético* B que se determina de modo análogo al brillo en las mediciones fotométricas. Para el cuerpo negro, el brillo no depende de la dirección, de modo que $E = \pi B$ (véase § 7).

La radiación térmica ocupa una zona espectral más o menos ancha, y puesto que el poder emisivo del cuerpo depende de la longitud de onda (frecuencia), para caracterizar esta última debemos especificar a qué sector espectral corresponde nuestra determinación. Supongamos que el sector espectral se halla entre las frecuencias ν y $\nu + d\nu$. Cuanto menor sea $d\nu$, tanto más detalladamente será caracterizado el poder emisivo del cuerpo (fig. 36.3, *a*). Al mismo tiempo, la cantidad de energía correspondiente a un intervalo espectral estrecho, es proporcional a su anchura $d\nu$, lo que impone un límite práctico a la reducción del intervalo espectral.

Así, pues, la magnitud del flujo luminoso $d\Phi$ de dicho intervalo espectral está relacionada con la anchura de este intervalo $d\nu$ mediante la expresión $d\Phi = E_\nu d\nu$, donde E_ν es el coeficiente que caracteriza *el poder emisivo* de nuestro cuerpo para la frecuencia ν.

Claro está que podemos presentar el poder emisivo no en función de la frecuencia ν, sino en función de la longitud de onda λ, o sea, trazar la gráfica no de E_ν, sino de E_λ (véase la fig. 36.3, *b*). Por cuanto

las áreas tanto bajo una como bajo otra curva determinan la energía de radiación total, tiene sentido elegir las escalas de modo que estas áreas sean iguales. Separando cada vez una superficie que ofrece la misma magnitud del flujo luminoso $d\Phi$, referente al intervalo de frecuencias $d\nu$ o al intervalo de las longitudes de ondas $d\nu$ correspondientes, hallamos

$$d\Phi = E_\nu d\nu = E_\lambda d\lambda, \quad \text{o sea,} \quad E_\nu = E_\lambda \frac{d\lambda}{d\nu}.$$

Puesto que $\lambda\nu = c$ (c es la velocidad de la luz), entonces

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

con la particularidad de que el signo menos no tiene un significado esencial, ya que muestra sólo que con el aumento de ν, λ disminuye.

Así, $E_\nu = E_\lambda \lambda^2/c$, es decir, al pasar de la curva E_ν a la curva E_λ el aspecto de la curva se transforma (véase la fig. 36.3). En particular, la posición de los máximos en una y otra curva corresponde a diferentes frecuencias (longitudes de ondas). Por esta razón es conveniente señalar cuál de las curvas se tiene en cuenta. En los cálculos teóricos se encuentra con más frecuencia la curva E_ν, y en los resultados de los experimentos, con mayor frecuencia se halla E_λ.

El experimento muestra que E_ν (al igual que E_λ) depende en sumo grado de la *temperatura* del cuerpo emisor, de modo que el poder emisivo $E_{\nu,T}$ es una función de la frecuencia y la temperatura. El hecho que $E_{\nu,T}$ depende de la temperatura del cuerpo radiador y no depende de la temperatura de los cuerpos circundantes, es la expresión física de la idea de Prevost acerca del equilibrio dinámico entre los cuerpos que intercambian energía radiante. El cuerpo calentado hasta la temperatura T emite por unidad de tiempo la misma cantidad de energía independientemente de si está rodeado de cuerpos

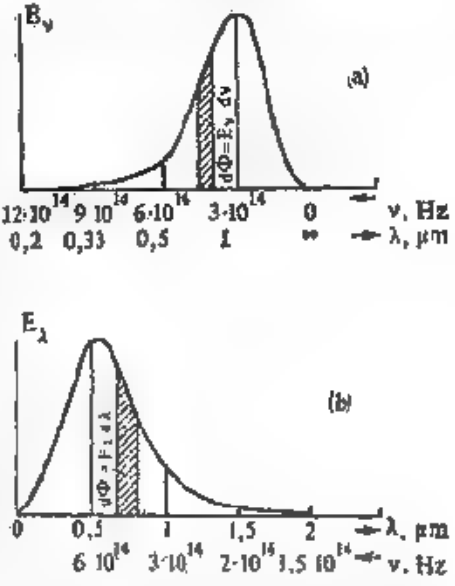


Fig. 36.3. Dependencia espectral del poder emisivo de un cuerpo negro a $T = 2000$ K:

a, dependencia entre E_ν y ν, expresada en la escala uniforme de frecuencias; b, dependencia entre E_ν y λ, expresada en la escala uniforme de longitudes de ondas. El área del sector sombreado proporciona el flujo $d\Phi = E_\lambda\, d\lambda = E_\nu d\nu$ que pertenece al intervalo de frecuencias $d\nu$ o que corresponde al intervalo de longitudes de ondas $d\lambda$.

calientes o fríos, pero el equilibrio térmico se establece al nivel determinado por el balance de energía entre todos estos radiadores.

Así, el poder emisivo del cuerpo $E_{\nu,T}$ se puede determinar midiendo el flujo energético que emite la unidad de superficie del cuerpo en todas las direcciones, de acuerdo con la relación

$$d\Phi = E_{\nu,T}d\nu. \tag{196.1}$$

Sabiendo la emisión del cuerpo en cada sector espectral, se puede, sin dificultad alguna, calcular la radiación sumaria integrando (196.1) en todas las frecuencias:

$$E_T = \int d\Phi = \int_0^\infty E_{\nu,T}\,d\nu \tag{196.2}$$

Al mismo tiempo, si sobre la unidad de superficie del cuerpo incide un flujo luminoso $d\Phi$, parte de este flujo $d\Phi'$ se absorberá por el cuerpo. *El poder de absorción* del cuerpo A se denomina relación entre el flujo absorbido $d\Phi'$ y el flujo incidente $d\Phi$, o sea,

$$A = \frac{d\Phi'}{d\Phi}.$$

Está claro que en este caso también se tiene en cuenta un flujo en un intervalo espectral $d\nu$ estrecho (casimonocromático), ya que el poder de absorción de los cuerpos también depende de la longitud de onda. La experiencia muestra que A también depende de la temperatura, así que el poder de absorción del cuerpo es función de la frecuencia y la temperatura del cuerpo. $A_{\nu,T}$, según la determinación adoptada, siempre es un quebrado regular, y el valor máximo de $A_{\nu,T}$ es la unidad.

Kirchhoff denominó los cuerpos para los cuales $A_{\nu,T} = 1$ en todas *las frecuencias y temperaturas, cuerpos absolutamente negros o cuerpos absolutamente absorbentes.* El hollín, al igual que el platino de Mohr, se aproxima, según sus propiedades, al cuerpo negro.

La ley de Kichhoff se refiere a la relación entre $E_{\nu,T}$ y $A_{\nu,T}$ y enuncia: *la relación de los poderes emisivo y de absorción no dependen de la naturaleza del cuerpo*, es decir, $\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}}$ es una función universal de la frecuencia y la temperatura para todos los cuerpos, mientras que $E_{\nu,T}$ y $A_{\nu,T}$ por separado, pueden variar mucho al pasar de un cuerpo a otro.

Al designar por $\varepsilon_{\nu,T}$ el poder emisivo de un cuerpo negro, y por $\alpha_{\nu,T}$, el poder de absorción, se puede escribir la ley de Kirchhoff en forma de

$$\frac{E_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = \frac{\varepsilon_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = \varepsilon_{\nu,T}, \tag{196.3}$$

ya que $\alpha_{\nu,T} = 1$.

Así, pues, la función universal de Kirchhoff es precisamente *el poder emisivo de un cuerpo negro*. Los razonamientos del científico, que condujeron a la enunciación de su ley, tienen un carácter muy general y radican en el segundo principio de la termodinámica, en virtud del cual el equilibrio térmico que se establece en un sistema aislado, no se puede perturbar mediante el intercambio de calor entre las partes del sistema.

Imaginémonos una envoltura cerrada cuya parte interior está vaciada y las paredes son un cuerpo negro que se caracteriza por los coeficientes $E_\nu T = \varepsilon_\nu T$ y $\alpha_\nu T = 1$. Sea que la temperatura de las paredes en todas las partes es la misma e igual a T. Algunos sectores de las paredes se intercambian de radiación, pero ese intercambio no puede perturbar el equilibrio térmico. Por lo tanto, la radiación que emite por unidad de tiempo cierto sector de la pared $d\sigma$ hacia dentro de la cavidad (o sea, $\varepsilon\, d\sigma$), es igual a la radiación que absorbe éste durante el mismo tiempo. Pero como el factor de absorción de este sector es igual a 1, la magnitud $\varepsilon\, d\sigma$ caracteriza la radiación que llega por unidad de tiempo hasta nuestro sector de toda la demás envoltura. Imaginemonos ahora que nuestro sector de la pared $d\sigma$ se sustituye por un sector*) de la misma temperatura, pero que se diferencia del negro y que sus poderes absorbente y emisivo son A y E. Dicho sector seguirá recibiendo por unidad de tiempo la misma radiación igual a $\varepsilon\, d\sigma$, ya que es la que viene de toda la parte restante de la envoltura que permanece invariable. De esta radiación, dicho sector absorberá la energía $A\varepsilon\, d\sigma$. Durante el mismo tiempo, el sector emite $E\, d\sigma$. Puesto que el equilibrio térmico (constancia de temperatura de las paredes de toda la envoltura) no debe perturbarse mediante el intercambio de calor, es obvio que $E\, d\sigma = A\varepsilon\, d\sigma$ o bien $E/A = \varepsilon$.

La ley de Kirchhoff está demostrada, de esta manera, para cualquier cuerpo. De los razonamientos expuestos está claro que el sector $d\sigma$ sustituido por nosotros dentro de la pared de la cavidad, para el investigador que observa la radiación emitida por este sector no se diferencia en nada de los demás sectores negros de la pared. En efecto, por unidad de tiempo éste emite hacia dentro de la cavidad una radiación $E\, d\sigma$ y refleja del flujo de radiación total que incide sobre él, $(1 - A)\, \varepsilon\, d\sigma$. La cantidad total de radiación que emite éste es $d\sigma\,[E + (1 - A)\,\varepsilon] = \varepsilon\, d\sigma$ (en virtud de la relación $E/A = \varepsilon$ demostrada anteriormente), es decir, es igual a la radiación de cualquier sector *negro* de una pared del mismo tamaño.

*) Está claro que este sector no debe dejar pasar nada, ya que, de lo contrario, parte de la radiación se transmitirá hacia fuera, y el sistema en cuestión ya no será aislado. Por cuanto la permeabilidad de nuestro cuerpo es igual a cero, su factor de reflexión será $(1 - A)$, es decir, de toda la energía que incide sobre él, *absorbe una porción igual* A *y refleja una porción igual a* $1 - A$.

§ 197. Aplicación de la ley de Kirchhoff. Cuerpo absolutamente negro

La ley de Kirchhoff y sus numerosos corolarios se confirman muy bien mediante los experimentos. Por ejemplo, al introducir en la llama caliente de hidrógeno no iluminada un trozo de porcelana pintada con un dibujo oscuro en un campo blanco, se puede observar, al caldearse la porcelana, un dibujo luminoso (radiante intensamente) en un campo relativamente oscuro (fig. 36.4). Sin embargo, si introducimos semejante trozo dentro de una cavidad cerrada (horno), que tiene sólo un pequeño orificio para la observación, y se calientan intensamente las paredes del horno, no podremos distinguir el dibujo en el casco incandescente que emite prácticamente de modo uniforme: los lugares claros radían menos, pero reflejan más, y los lugares oscuros, al contrario.

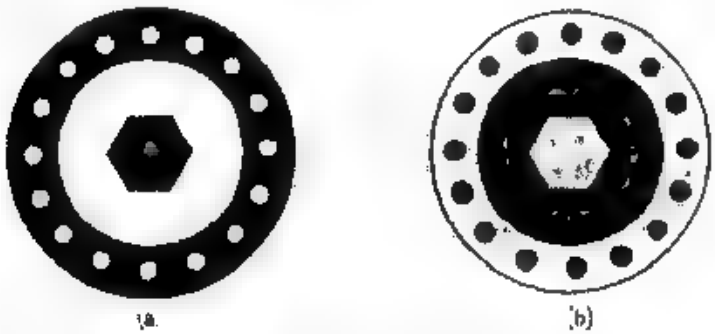


Fig. 36.4. *Los lugares oscuros de la porcelana pintada (a) emiten con más intensidad durante el caldeo (b).*

Sin embargo, es necesario señalar que de acuerdo con la ley de Kirchhoff el cuerpo que más absorbe también debe emitir más pero sólo a condición de que la comparación se realice a *igual* temperatura. Esta condición ha sido observada en el experimento (descrito más arriba) con la porcelana pintada, cuyas partes aisladas se calentaron hasta una misma temperatura. Lo mismo sucede en otros experimentos análogos: durante la incandescencia de una placa de platino cubierta hasta la mitad de negrura de platino, las partes negras se iluminan mucho más fuerte; una gota de fosfato de sodio en el hilo de platino permanece oscura, aunque el hilo está calentado al rojo vivo, ya que la gota, incluso a temperatura alta, queda transparente para los rayos visibles, etc. Por eso es sólo una paradoja aparente el conocido experimento, en el cual a la llama de hidrógeno se introducen junto trozos de cal y carbón y la cal resulta estar más calentada al rojo vivo que el carbón. Claro

está que el poder absorbente y, por lo tanto, el poder emisivo es mucho mayor para el carbón que para la cal en todas las longitudes de ondas, por eso a temperaturas iguales, el carbón alumbrará en todo el intervalo espectral con mas brillo que la cal. Pero en las condiciones descritas del experimento, la temperatura del carbon resulta mucho mas baja que la de la cal. La causa radica, en parte, en los procesos químicos acompañados de la absorción de calor, y en parte, en que el carbón, precisamente debido a su gran poder emisivo, emite mucha energía en todo el espectro, incluida también la zona infrarroja. Este enorme gasto continuo de energía es lo que conduce a que la temperatura, hasta la que se calienta el carbón, resulta inferior a la temperatura de la propia llama o de la cal, la cual no tiene tantas pérdidas de energía, ya que su poder emisivo es selectivo y, en particular, en la parte infrarroja es muy pequeño.

Wood describió un caso extraordinariamente instructivo de aplicación de la ley de Kirchhoff. Como se sabe, el cuarzo fundido, es decir, la masa de vidrio preparada de cristales puros fundidos de cuarzo posee buena transparencia en un amplio intervalo de longitudes de ondas. De acuerdo con esto, durante la incandescencia, esto ilumina mal. Wood logro confeccionar cilindros finos de cuarzo pintados por los iones de algunas tierras raras, por ejemplo, por neodimio que da bandas claras de absorción, al calentar semejante cuarzo en la llama del mechero Bunsen, se puede observar un perfecto espectro de bandas roja, anaranjada y verde, divididas por intervalos oscuros. Las zonas de los máximos de la luminosidad correspondían a las zonas de absorción del cuarzo *pintado* a temperatura próxima a la de la luminosidad. A una temperatura suficientemente alta, el cuarzo puro fundido comienza a absorber y a emitir considerablemente la luz, de modo que a la temperatura de unos 1 500° C el mismo comienza a emitir luz blanca.

La ley de Kirchhoff tiene un valor general, independiente del mecanismo que determina la absorción. Cualquier sistema que absorbe intensamente, emitirá también con intensidad independientemente de si la intensa absorcion está condicionada por las propiedades de la superficie o por la estructura del sistema como un todo íntegro. Así, por ejemplo, un cepillo de agujas pulidas de acero, situadas como muestra la fig. 36 5, absorberá fuertemente la luz, ya que el rayo que cae entre las agujas experimentará reflexion múltiple de diversas agujas, antes de salir a la superficie. De esta manera, aunque la absorción de la superficie de la aguja pulida es pequeña, la absorcion total del sistema será considerable, puesto que para cada rayo este fenomeno transcurrirá muchas veces. Al ser calentado, tal sistema, conforme a la ley de Kirchhoff, emitirá intensamente, con la particularidad de que aquí tambien el mecanismo de la emisión considerable está relacionado con que cada sector de la superficie de la aguja no sólo emite directamente, sino

también refleja al exterior los numerosos rayos emitidos por otros sectores.

La estructura de un cuerpo que más se aproxima, según sus propiedades, al cuerpo negro se basa en el mismo principio. Este se confecciona en forma de una cavidad casi cerrada (fig 36.6), la cual posee un pequeño orificio cuyo diámetro no supera 1/10 del diámetro de la cavidad, de modo que dicho orificio se ve desde los puntos de la pared bajo un ángulo sólido, no mayor de 0,01 sr. La radiación que penetra a través del orificio incide sobre las paredes de la cavidad, es absorbida parcialmente por éstas y parcialmente se dispersa o se refleja y de nuevo incide sobre esas paredes. Debido a las dimensiones pequeñas del orificio, el rayo tiene que sufrir muchas reflexiones y dispersiones antes que pueda salir por el orificio otra vez al exterior. Las absorciones repetidas en las

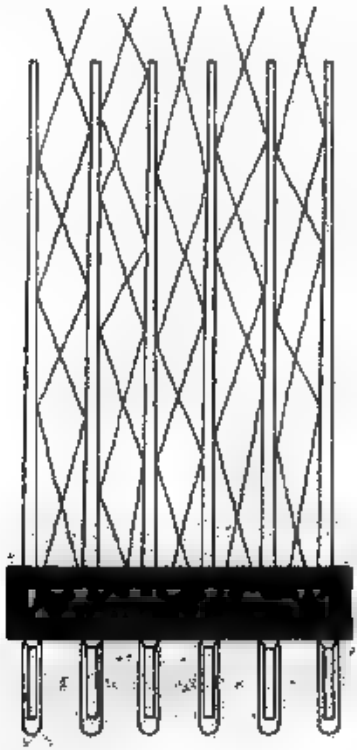


Fig. 36.5. La escobilla de agujas pulidas a causa de las reflexiones múltiples, posee gran poder emisivo y absorbente.

Fig. 36.6. Cuerpo negro.

paredes conducen a que prácticamente toda la luz de cualquier frecuencia es absorbida por tal cavidad (véase el ejercicio 223).

El poder absorbente del cuerpo negro bien confeccionado, del mecanismo descrito, prácticamente no se diferencia de la unidad para cualquier longitud de onda. De acuerdo con la ley de Kirch-

hoff, el poder emisivo también será muy próximo a $\varepsilon_{\nu,T}$, donde T significa la temperatura de las paredes de la cavidad. En todas las investigaciones con el cuerpo absolutamente negro se emplea precisamente el mecanismo descrito, el cual supera considerablemente, según sus características, la superficie cubierta por platino de Mohr u hollín. Además es necesario señalar que las altas propiedades absorbentes de estos materiales en parte se explican por su porosidad, sobre todo para el hollín, merced a lo cual la luz que cae sobre éstos sufre varias reflexiones antes de obtener la posibilidad de salir de la capa del material. De esta manera, la negrura del hollín aumenta sobre todo gracias a su porosidad. Con esto se explica el color saturado del terciopelo o, en general, de las telas de pelusa larga, en oposición al tono blancuzco de las telas lisas que reflejan distintas longitudes de ondas; el color saturado de las banderas ondeantes, los tapices que caen formando pliegues grandes, etc.

§ 198. Radiación de los cuerpos no negros

En oposición a los cuerpos negros, llámase cuerpo no negro el que tiene un poder absorbente $A_{\nu,T}$ inferior a la unidad. A esta categoría pertenecen prácticamente todos los cuerpos, comenzando por el hollín, cuyo factor de absorción es próximo a 0,99, y terminando por los metales bien pulidos, para los cuales el factor de absorción no supera algunas unidades de tanto por ciento.

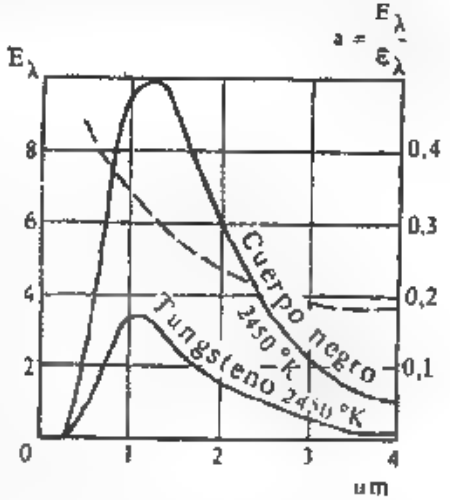


Fig. 36.7. Poder emisivo de un cuerpo negro y del tungsteno a temperatura de 2450 K.

La curva de trazos que da la relación $a = E_\lambda/\varepsilon_\lambda$, muestra que la radiación relativa del tungsteno crece a medida que se reduce la longitud de onda (selectividad de radiación del tungsteno)

Conforme a la relación principal de Kirchhoff, $E_{\nu,T} = \varepsilon_{\nu,T} A_{\nu,T}$. Por lo tanto, para los cuerpos no negros $E_{\nu,T} < \varepsilon_{\nu,T}$, ya que $A_{\nu,T} < 1$. Esto significa que para *cualquier* longitud de onda el poder emisivo del cuerpo no negro no puede ser mayor que el poder emisivo del cuerpo negro a la misma temperatura. El propio aspecto de la función $E_{\nu,T}$ puede diferenciarse de la función $\varepsilon_{\nu,T}$ a causa de que el poder de absorción $A_{\nu,T}$ depende de ν, es decir, posee un desarrollo selectivo.

De acuerdo con esto, también la radiación del cuerpo no negro puede tener un carácter selectivo.

Como ejemplo de tal sustancia de radiación selectiva de gran importancia práctica se puede citar el tungsteno. La fig. 36.7 muestra la dependencia del poder emisivo del tungsteno E_λ a $T = 2450$ K en función de la longitud de onda. Para la comparación, en la misma figura se muestra la curva de la dependencia entre ε_λ y λ a la misma temperatura para el cuerpo negro. La curva punteada muestra la relación de las ordenadas de ambas curvas $E_\lambda/\varepsilon_\lambda$. Del desarrollo de la curva punteada se deduce, en primer lugar, que la emisión del tungsteno para todas las longitudes de ondas es menor que la emisión del cuerpo negro ($E_\lambda < \varepsilon_\lambda$) y, en segundo lugar, que el tungsteno posee una radiación selectiva considerable en la parte visible del espectro (la relación $a = E_\lambda/\varepsilon_\lambda$ crece con rapidez al disminuir λ). La última circunstancia hace que el tungsteno sea material útil para las lámparas de incandescencia (véase cap. 37).

Recordemos una vez más que la ley de Kirchhoff sólo se refiere a la radiación térmica y no es válida en caso de que la luminosidad se condiciona por otras causas. Así, por ejemplo, durante la foto y quimioluminiscencia la intensidad de la luminosidad en una serie entera de zonas espectrales es más alta que la de la radiación térmica del cuerpo negro a temperatura del cuerpo luminiscente. La ley de Kirchhoff es tan propia para la radiación térmica que puede ser el criterio más seguro para el reconocimiento de la naturaleza de la luminosidad: la luminosidad que no obedece la ley de Kirchhoff a ciencia cierta no es una luminosidad térmica.

§ 198. Ley de Stefan—Boltzmann

La ley de Kirchhoff $E_{\nu,T}/A_{\nu,T} = \varepsilon_{\nu,T}$*) pone en el centro de atención de la teoría de la radiación térmica la función $\varepsilon_{\nu,T} = f(\nu, T)$ que representa el poder emisivo del cuerpo negro. La determinación del aspecto de esta función fue la tarea principal de la teoría de radiación de calor. La solución de este problema no se halló de repente. Primero se estableció teórica y experimentalmente la ley que determinaba la radiación sumaria del cuerpo negro (ley de Stefan—Boltzmann); luego fueron determinados algunos rasgos principales de la función incógnita (ley de Wien), se encontró su desarrollo experimental muy preciso en función de ν para diferentes T y, por fin, después de ciertos intentos fallados que, sin embargo, tuvieron un valor muy importante para comprender la cuestión (V. A. Mijelson, Rayleigh—Jeans, Wien,

*) Escribimos todas las fórmulas de la teoría de radiación para el poder emisivo $E_{\nu,T}$. Con frecuencia se escriben para la densidad de radiación $u_{\nu,T}$. No es difícil hallar la relación $u = 4E/c$, donde c es la velocidad de la luz (véanse los ejercicios 222 y 224).

Lorentz), se logró hallar la solución teórica definitiva del problema (Planck, 1900). Es necesario señalar que ésta fue hallada sólo después de un cambio radical decisivo de las posiciones fundamentales de la física, mediante la creación de *la teoría de cuantos* que fomentó una nueva base de principio de la ciencia física. Esta nueva teoría resultó ser tan importante y fructífera que su desarrollo ulterior constituyó el contenido principal de la física teórica en el transcurso de los años posteriores y abarcó casi todas las ramas de nuestra ciencia.

La primera etapa, como se ha dicho, fue la búsqueda de la ley que estableciese la dependencia entre la radiación *sumaria* o *total* (es decir, la radiación general para todas las longitudes de ondas) y la temperatura. Stefan (1879), a base de sus propias mediciones, así como analizando las mediciones de otros investigadores, llegó a la conclusión de que la energía sumaria emitida de 1 cm² durante 1 s, es proporcional al cuarto grado de la temperatura absoluta del radiador. Stefan enunció su ley para estudiar *cualquier* cuerpo, en cambio, las siguientes mediciones mostraron lo erróneo de sus deducciones. En 1884, basándose en las consideraciones termodinámicas y partiendo de la existencia de presión de la energía radiante, proporcional a su densidad, Boltzmann demostró teóricamente que la radiación sumaria de un cuerpo negro debe ser proporcional al cuarto grado de la temperatura, o sea,

$$\varepsilon_T = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu, T}\, d\nu = \sigma T^4, \qquad (199.1)$$

donde σ es constante. De esta manera, la deducción de Stefan es válida sólo para los cuerpos negros, con los que Stefan no experimentó. Sólo más tarde, cuando se confeccionó el cuerpo negro según el principio descrito en el § 197, resultó posible investigar de modo experimental las deducciones de Boltzmann. Las mediciones minuciosas permitieron confirmar la ley de Boltzmann y determinar la constante σ de esta ley. Según las mediciones modernas

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-12}$ W/cm²·grad⁴.

Con relación a los cuerpos no negros, la ley de Stefan no se puede conservar. Hubo intentos de darle una forma más común $E = BT^n$, donde el coeficiente B y el índice n deberían ser determinados experimentalmente para cada cuerpo. Así, en las proximidades de $T = 1000$ K, para el platino se obtienen resultados satisfactorios de la fórmula

$$E_{Pt} = 3{,}56 \cdot 10^{-12} T^{4{,}77},$$

y para el tungsteno

$$E_W = 5{,}9 \cdot 10^{-17} T^{5{,}86}.$$

Sin embargo, las observaciones a diferentes temperaturas muestran que ni el coeficiente B, ni el índice n no permanecen constantes. Así, pues, para el tungsteno en las proximidades de $T = 2000$ K ya tenemos nuevos valores: $B = 2{,}4 \cdot 10^{-14}$ y $n = 4{,}85$.

Por lo tanto, la ley de Stefan—Boltzmann tiene vigor sólo para el cuerpo negro.

§ 200. Ley de desplazamiento de Wien

La ley de Stefan—Boltzmann se refiere sólo a la intensidad de la radiación integral del cuerpo negro y no dice nada respecto a la distribución espectral de la energía. El primer investigador que intentó teóricamente determinar el aspecto de la función $e_{\nu, T}$, fue V. A. Mijelsón (Moscú, 1887). Aunque la fórmula de Mijelsón

Fig. 36.8. Esquema de los experimentos para investigar la distribución de la energía en el espectro de un cuerpo negro:
S, cuerpo negro; Sp, monocromador; T, termoelemento con el galvanómetro G

no satisfacía por completo los datos experimentales, pero su descubrimiento jugó un papel importante en la historia de este problema.

En 1893 Wien teóricamente argumentó la segunda ley de radiación de un cuerpo negro, la cual indicó el carácter de la función $e = f(\nu, T)$, aunque no permitió definirla por completo. Wien examinaba termodinámicamente el proceso de compresión de la radiación, encerrado dentro de un recipiente idealmente especular, al disminuir el volumen de este último y, tomando en consideración la variación de la frecuencia de la radiación reflejada del espejo en movimiento (principio Doppler), llegó a la conclusión de que el poder emisivo del cuerpo negro tiene la forma

$$e_{\nu, T} = c\nu^3 f(\nu/T), \tag{200.1}$$

donde c es la velocidad de la luz en el medio ambiente (en el vacío), y f, la función para determinar el aspecto de la cual las consideraciones desarrolladas por Wien resultaron insuficientes.

El importante resultado logrado por Wien consiste en que la temperatura entra en la expresión para el poder emisivo sólo en forma de la relación ν/T. Ya esta circunstancia permite prever algunas peculiaridades de la función que nos interesa. Las mediciones

minuciosas de una serie de investigadores condujeron al establecimiento del desarrollo empírico de la función $\varepsilon_{\nu, T}$ y permitieron verificar teóricamente las deducciones de Wien.

El método de investigación consistía en el estudio de la distribución de la energía según el espectro de la radiación emitida por el cuerpo negro de distinta temperatura. El esquema de los experimentos se da en la fig. 36.8. Aquí S es el cuerpo negro de la temperatura prefijada, y L, la lente que concentra la radiación en las rendijas del monocromador provisto de la red de difracción R. De receptor de la energía sirve un termoelemento sensible o un bolómetro T.

Las curvas obtenidas como resultado de estas investigaciones se ofrecen en la fig. 36.9. Las mismas expresan $\varepsilon_{\lambda, T}$ en función de λ. De la figura se deduce que $\varepsilon_{\lambda, T}$ para cada temperatura tiene un máximo. Para determinar la posición de este máximo en la escala de λ pasemos, en la expresión de la ley de Wien (200.1), de ν a λ, empleando la relación $\varepsilon_\nu = \varepsilon_\lambda \lambda^2/c$ (véase § 196):

$$\varepsilon_{\lambda, T} = \frac{c^5}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right).$$

Igualando a cero la derivada $\frac{\partial \varepsilon_{\lambda, T}}{\partial \lambda}$ no es difícil ver que la posición del máximo $\lambda_{\text{máx}}$ satisface la condición

$$T\lambda_{\text{máx}} = b, \qquad (200.2)$$

donde b no depende de la temperatura. Las curvas experimentales que se exponen en la fig. 36.9 confirman esta conclusión y dan la posibilidad de determinar b.

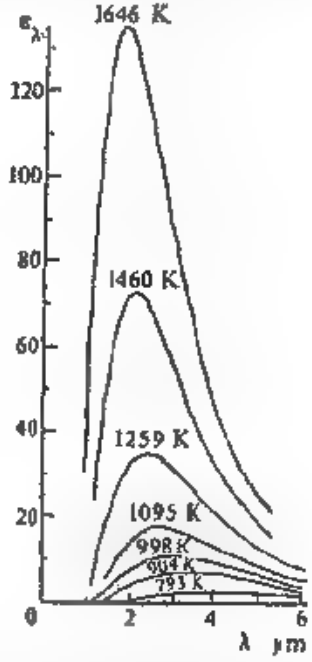


Fig. 36.9. Curvas de distribución de la energía en el espectro de un cuerpo negro para distintas temperaturas.

El valor actual de $b = 0{,}2898$ cm·grad $= 2{,}898 \cdot 10^7$ Å·grad.

En esta forma la ley de Wien lleva el nombre de *ley de desplazamiento*, ya que indica que la posición del máximo de la función $\varepsilon_{\nu, T}$, a medida que sube la temperatura, se desplaza a la zona de ondas cortas.

Conforme a lo expuesto anteriormente se puede resolver el problema de la posición del máximo en la curva de distribución espec-

tral en las coordenadas ν/T, es decir, la posición correspondiente a la fórmula (200.1). Determinando la posición del máximo de esta función, según la condición $\frac{\partial \varepsilon_{\nu,T}}{\partial \nu} = 0$, hallamos que ésta corresponde a la relación

$$\frac{T_c}{\nu_{máx}} = T\lambda^*_{máx} = a,$$

donde a no depende de T y, de acuerdo con las mediciones, $a = 0{,}5100$ cm·grad.

La posición del máximo hallada en la curva $\varepsilon_{\lambda,T}$ corresponde a la longitud de onda que se diferencia de la posición del máximo en la curva $\varepsilon_{\nu,T}$ 1,76 veces (véase el ejercicio 232). La circunstancia de que la posición del máximo en la curva de distribución de la energía dependa de la elección de las coordenadas en esta curva, fue aclarada en el § 198. Eso está relacionado con el hecho de que en una expresión dividimos la curva en bandas de la misma anchura según λ (anchura de la banda $\Delta\lambda$), y en otra, en bandas de igual anchura según ν (anchura de la banda $\Delta\nu$).

§ 201. Fórmula de radiación de Planck

Los numerosos intentos de establecer teóricamente la ley de radiación del cuerpo negro, que condujeron, como hemos visto, a importantes leyes particulares (Boltzmann, Wien), no pudieron dar una solución general del problema y condujeron a conclusiones concordantes con el experimento sólo en un intervalo limitado entre T y ν. La causa de los fracasos radicaba en lo más profundo de la teoría clásica: las leyes de la electrodinámica clásica, mediante las cuales se realizaban todas estas investigaciones, resultaron sólo aproximadamente válidas y daban un resultado erróneo al examinar los procesos elementales determinantes de la radiación térmica.

Si se confecciona un cuerpo negro teórico con ayuda de un conjunto infinito de osciladores armónicos, cada uno de los cuales da una línea monocromática aislada, y todos juntos, una radiación continua del cuerpo negro, entonces, empleando las leyes que dirigen el comportamiento de estos osciladores, se puede llegar a la ley de radiación del cuerpo negro de este sistema. Las consideraciones generales basadas en la ley de Kirchhoff, muestran que la ley de radiación hallada para un cuerpo negro, es válida para cualquier otro cuerpo negro, es decir, todos ellos emiten el mismo tipo de radiación, a saber, la radiación del cuerpo negro.

Siguiendo esa tendencia, Planck, sin embargo, no obtuvo la concordancia de la ley y el experimento y, analizando la situación, llegó a la conclusión de que la causa del fracaso consistía en la ina-

plicabilidad de las leyes de la física clásica a tales osciladores atómicos.

Según las leyes clásicas, el oscilador de frecuencia ν puede contener cualquier cantidad de energía, ya que su energía es proporcional al cuadrado de la amplitud; conforme a esto, el oscilador radiante puede emitir por unidad de tiempo cualquier cantidad de energía. Según la deducción de Planck, estas leyes simples no tienen lugar en este caso. El oscilador armónico de la frecuencia ν sólo puede poseer tal cantidad de energía, la cual contenga un número entero de porciones elementales de magnitud $h\nu$ cada una, donde h es la constante universal, igual a $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s. Por eso también la radiación del oscilador se emite en porciones de $h\nu$ (o porciones enteras, múltiples, de $h\nu$).

Estas nuevas leyes cuánticas no se hallan en desacuerdo con las leyes clásicas en la zona de bajas frecuencias (por ejemplo, la radiofrecuencia) para la cual fueron precisamente establecidas las leyes clásicas a base de la teoría electromagnética de Maxwell.

En efecto, si ν no es muy grande, la porción de $h\nu$ será tan pequeña que en nuestros experimentos no podremos saber si nuestro oscilador contiene un número entero o fraccionario de dichas porciones. Así, por ejemplo, para $\lambda = 3$ mm, la magnitud $h\nu$ es de $6{,}626 \cdot 10^{-25}$ J, y en ningún experimento con osciladores relativamente aproximados, sintonizados a esa longitud, no podemos establecer si la energía del oscilador es múltiple a tal ínfima magnitud*) Al revés, para los osciladores atómicos, la frecuencia y las porciones elementales de energía son respectivamente mayores, y la precisión de las mediciones de los procesos atómicos es tal que la divergencia entre las representaciones clásicas y las cuánticas se vuelve bastante grande: las deducciones de las interpretaciones clásicas resultan en desacuerdo agudo con el experimento, mientras que los razonamientos que toman en consideración la teoría cuántica conducen a una concordancia perfecta con éste.

Así, al calcular el conjunto de osciladores armónicos que obedecen las leyes clásicas, Planck halló para la función de Kirchhoff la siguiente expresión

$$e_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^3} kT, \qquad (201.1)$$

antes también conocida (fórmula de Rayleigh—Jeans). Teniendo en cuenta las nuevas leyes cuánticas que dirigen al oscilador Planck obtuvo

$$e_{\nu, T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \qquad (201.2)$$

*) En el desarrollo moderno de la teoría cuántica se aclaró que el oscilador de frecuencia ν posee una energía de $^1/_2 h\nu + nh\nu$, donde n es un número entero, pero esto no influye en el asunto.

La densidad espectral volumétrica $u_{\nu,T}$ de la energía de radiación con frecuencia ν está relacionada con el poder emisivo $\varepsilon_{\nu,T}$ mediante la relación

$$\varepsilon_{\nu,T} = {}^1/_4 u_{\nu,T} c$$

(véase el ejercicio 222). Por eso, de acuerdo con la teoría de Planck,

$$u_{\nu,T} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \qquad (201.3)$$

En estas fórmulas, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s significa la velocidad de la luz, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/grad es la constante de Boltzmann (que determina, en la teoría clásica, la energía media del oscilador a temperatura absoluta T), y $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s es la constante de Planck. Si ν es pequeña (ó T es grande), de modo que $h\nu/kT$ es insignificante en comparación con la unidad, la fórmula (201.2) se puede simplificar. En realidad descomponiendo $\exp(h\nu/kT)$ según las potencias $h\nu/kT$ y menospreciando las potencias superiores, hallamos la fórmula que coincide con (201.1).

Esta coincidencia demuestra que, de acuerdo con las principales suposiciones de la teoría de los cuantos, en la zona de bajas frecuencias sus deducciones no se diferencian de las de la teoría clásica. Esta última resulta sólo una aproximación de la realidad, una aproximación que es bastante satisfactoria para el círculo de fenómenos con los que choca la electrodinámica macroscópica, es decir, la electrodinámica de los sistemas que constan de muchos átomos o moléculas. Por lo visto, incluso el movimiento de los iones, es decir, cargas elementales de gran masa (en comparación con el electrón), aún se describe bastante bien mediante la electrodinámica y mecánica clásica, aunque la precisión de las mediciones modernas permiten establecer desviaciones (los experimentos de la difracción de los haces moleculares). No obstante, el comportamiento de los electrones dentro de los átomos y moléculas debe describirse con ayuda de las leyes cuánticas de la mecánica y la electrodinámica; pero la aplicación (a ellos) de las leyes que tienen vigor para el macromundo, conduce a grandes contradicciones con el experimento.

La fórmula (201.2) obtenida por Planck proporciona una perfecta concordancia con los resultados de las investigaciones experimentales más minuciosas de la variación del poder emisivo del cuerpo negro en función de ν y T, y es, por lo tanto, la solución completa del problema principal planteado por Kirchhoff.

No es difícil cerciorarse de que la fórmula de Planck incluye en sí las leyes mencionadas en los párrafos anteriores, acerca de la radiación del cuerpo negro, a saber, la ley de Stefan—Boltzmann y la ley de Wien. Además, de la fórmula de Planck no sólo se obtiene la forma exterior de estas leyes, sino también es posible calcular las constantes σ y b que entran en ellas, valiéndose de las constantes uni-

versales h, k y c (véanse los ejercicios 230 y 232). Y viceversa, utilizando los valores de σ y b, hallados experimentalmente, se pueden calcular los valores de h y k. Precisamente ese fue el método por el que se obtuvo el primer valor numérico de la constante de Plank. Más tarde se estableció una serie de métodos de determinación de h, basados en fenómenos físicos completamente distintos (compárese con el cap. 32). Todos ellos conducen a los mismos valores.

El método expuesto de deducción de la fórmula de Planck fue históricamente el primero. Posteriormente el problema se resolvía repetidas veces mediante diversos procedimientos, tanto por el propio Planck, como por otros investigadores. A su vez, las suposiciones fundamentales fueron enunciadas no en un desacuerdo tan brusco con las leyes clásicas, como fue hecho más arriba, aunque, claro está, se mantenía la suposición radicalmente nueva, acerca del carácter cuántico de los procesos. La deducción simple y aleccionadora de la fórmula de Planck, basada en las nociones acerca de la absorción y emisión de la energía por el átomo del tipo de átomo de Bohr, fue dada por Einstein (véase § 211).

---

37. APLICACIÓN DE LAS LEYES DE RADIACIÓN TÉRMICA

§ 202. Pirometría óptica

Basándose en las leyes de radiación de calor podemos determinar la temperatura de los cuerpos incandescentes. Si el cuerpo emisor es negro (o se aproxima bastante a éste), para determinar su temperatura pueden ser aplicadas las leyes de radiación del cuerpo negro. Para los cuerpos calentados intensamente (a más de 2 000°C), las mediciones de la temperatura mediante termoelementos, bolómetros, etc., no son muy exactas. Por lo tanto, en este intervalo de temperaturas (y aún mayores), el único procedimiento seguro de medición de éstas es el basado en las leyes de radiación del cuerpo negro. Dicho procedimiento fue comprobado no sólo comparándolo con los datos de otros métodos termométricos en la zona donde estos últimos son seguros, sino también mediante el estudio de la distribución relativa de la energía según el espectro, lo que permite hallar la temperatura del emisor comparando los datos experimentales con las fórmulas teóricas.

a. *Pirómetros y temperatura de radiación.* Considerando las constantes de las leyes de Boltzmann (σ) y de Wien (b) establecidas con seguridad, es posible, valiéndose de ellas, medir temperaturas aún más altas que aquellas para las cuales éstas fueron medidas directamente (extrapolación a temperaturas más altas). Al utilizar la ley de Boltzmann es necesario medir con gran precaución la radiación sumaria emitida hacia el receptor, teniendo en cuenta el valor del

ángulo sólido de la radiación influente, las pérdidas de reflexión y absorción en el dispositivo, etc. Actualmente también existen dispositivos portátiles relativamente simples que permiten realizar semejantes mediciones con la precisión suficiente. La estructura de los llamados *pirómetros de radiación* (fig. 37.1) se reduce a la posibilidad de proyectar la imagen de la fuente sobre el receptor del dispositivo, de modo que el receptor *s* siempre permanezca totalmente cubierto por la imagen de dicha fuente, y la radiación penetre en el dispositivo bajo un ángulo sólido constante, determinado por las dimensiones del aparato.

Durante las mediciones, el dispositivo se orienta hacia fuente más o menos alejada *S* de suficiente tamaño, mediante el objetivo *L* que permite obtener una imagen clara de la fuente sobre el receptor. La nitidez de esa imagen se controla con ayuda de un ocular que

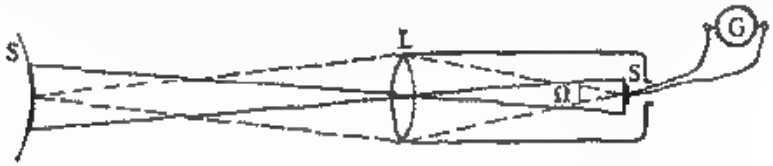


Fig. 37.1. Esquema de un pirómetro de radiación para medir la temperatura de radiación.

no aparece en la figura. En estas condiciones la energía adquirida por el pirómetro será proporcional al brillo de la fuente independientemente de la distancia entre ellos, al igual que cuando observamos a simple vista las fuentes luminosas alejadas (véase el ejercicio 234). De esta manera, las lecturas del pirómetro dependerán del brillo y, como consecuencia, de la temperatura del cuerpo negro en cuestión. Al graduar previamente el pirómetro por el cuerpo negro con una temperatura conocida, se pueden emplear sus indicaciones para medir la temperatura sometida a estudio.

A título de receptor en los pirómetros de radiación se utiliza lo más a menudo un termopar o un bolómetro, pero existen también pirómetros con una espira bimetálica que se dobla al calentarse, así como con un termómetro de gas, etc. Si se investiga no un cuerpo negro, las lecturas del pirómetro de radiación ofrecen no su temperatura verdadera, sino la llamada temperatura *de radiación* T_r, por la cual se comprende la temperatura de un cuerpo negro cuya radiación sumaria es igual a la radiación del cuerpo en cuestión. Entre la temperatura verdadera del cuerpo T y su temperatura de radiación T_r es fácil hallar relación si se conoce la relación entre el poder emisivo sumario de dicho cuerpo y el poder emisivo del cuerpo negro a esa misma temperatura, es decir, $Q_T = E_T/\varepsilon_T$. Según su propia defini-

ción; Q_T es inferior a la unidad y, por lo general, aumenta algo al subir la temperatura.

Los valores de Q_T son conocidos para muchos materiales importantes desde el punto de vista técnico. Para los metales esos valores son pequeños (desde 0,1 hasta 0,3), sin embargo, para los óxidos metálicos y el carbón, Q_T son considerables (alcanzando hasta 0,9). Algunos de estos valores se citan en la tabla 37.1.

Tabla 37.1. Valores de Q_T para ciertas sustancias

Sustancia	Temperatura	Q_T
Tungsteno	1900	0,15
	2300	0,29
	3300	0,34
Molibdeno	1300	0,12
	2300	0,23
Tántalo	2300	0,25
Carbón	1300	0,52
Plata	1300	0,04
Hierro	1500	0,11
Oxido férrico	1500	0,80
Níquel	1500	0,06
Oxido de níquel	1500	0,85
Platino	1500	0,15
Cobre fundido	1400	0,15
Oxido cúprico	1400	0,54

Conociendo Q_T y la temperatura de radiación del material calentado podemos hallar su temperatura verdadera mediante la relación evidente $T = T_r/\sqrt[4]{Q_T}$ (véase el ejercicio 235). Ya que Q_T siempre es inferior a la unidad, la temperatura de radiación del cuerpo siempre es menor que su temperatura verdadera.

b. *Temperatura del color y distribución de la energía en el espectro del cuerpo radiante.* Si se halló la distribución de la energía en el espectro del cuerpo negro, entonces se conoce la posición del máximo en la curva de energía $e_{\lambda, T}$, y la temperatura puede ser determinada a base de la ley de desplazamiento de Wien, mediante la relación $\lambda_{máx} T = b$.

Así, pues, teniendo en cuenta las correcciones de la absorción en la atmósfera terrestre, para el Sol se halló $\lambda_{máx} = 470$ nm, lo cual corresponde a una temperatura de 6150 K si el Sol es considerado como un cuerpo negro. Las magnitudes obtenidas tienen carácter de

valores medios, ya que en el centro del disco solar $\lambda_{máx}$ resulta un poco menor que en los bordes.

Si el cuerpo radiante no es negro, entonces no tiene sentido emplear la fórmula de Wien. Sin embargo, a veces la distribución de la energía en el espectro de tales cuerpos se puede identificar en la práctica con la distribución de la energía de cierto cuerpo negro de temperatura T_c. En este caso el cuerpo radiante tiene el mismo color que el cuerpo negro de temperatura T_c. T_c, determinada de este modo, con frecuencia se denomina temperatura *del color* del cuerpo.

De aquí queda claro que para los cuerpos cuyo carácter de radiación se diferencia mucho de la radiación del cuerpo negro (por ejemplo, para un cuerpo con zonas de radiación selectiva claramente manifiestas), el concepto de temperatura de color no tiene sentido, ya que el color de tales cuerpos puede reproducirse muy aproximadamente mediante el cuerpo negro. En los casos cuando la determinación de la temperatura del color es posible (los llamados «cuerpos grises», por ejemplo, el carbón, los óxidos, ciertos metales), para hallarla es necesario investigar la distribución de la energía en el espectro con ayuda de los dispositivos espectrales correspondientes. La fig. 37.2 reproduce los resultados de tal investigación del Sol; al mismo tiempo, en la figura se trazan las curvas de distribución para el cuerpo negro a temperaturas de 6000 y 6500 K. La fig. 37.2 muestra que la identificación del Sol con el cuerpo negro puede considerarse muy aproximada. Empleando esta aproximación a título de evaluación de la temperatura del color del Sol, obtenemos unos 6500 K.

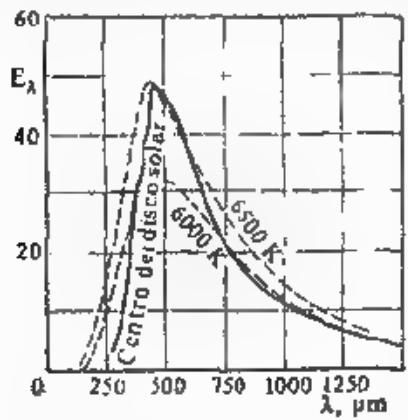


Fig. 37.2. *Distribución de la energía en el espectro del Sol y en los espectros de un cuerpo negro a temperaturas de 6000 y 6500 K.*

La comparación de las curvas permite considerar la temperatura cromática del Sol igual a 6500 K

Para hallar la temperatura real a partir de la temperatura del color del cuerpo no negro, es necesario saber el poder emisivo monocromático de éste para diversas longitudes de ondas, o sea, la relación entre el poder emisivo del cuerpo en cuestión y el cuerpo negro para una longitud de onda λ dada y la temperatura T. Por lo general es posible limitarse a la determinación de dos longitudes de ondas; $\lambda = 660$ nm y $\lambda = 470$ nm, aplicando el método simplificado de comparación de las relaciones halladas en las dos zonas señaladas del espectro (véase el ejercicio 237).

c. *Temperatura de brillo y pirómetro de filamento.* El método más difundido de determinación óptica de la temperatura consiste en comparar la radiación del cuerpo calentado en un sector espectral determinado λ, con la radiación del cuerpo negro de la misma longitud de onda. Tal comparación se realiza lo mejor de todo con un pirómetro de filamento confeccionado de la siguiente manera. En el foco del objetivo *O* (fig. 37.3) se ubica una lámpara eléctrica *L* con un balón de vidrio bueno (lo mejor de todo en forma de un barril con fondos planos) y con un filamento curvado en forma de semicírculo. El ocular *Oc* permite observar simultáneamente la parte media del filamento y la imagen de la superficie de la fuente sometida a investigación, la cual se proyecta mediante *O* y los espejos *M* en el plano del filamento. Los vidrios rojos *FF* ubicados entre el ocular y el ojo dejan pasar una parte de luz más o menos monocromática emitida por la

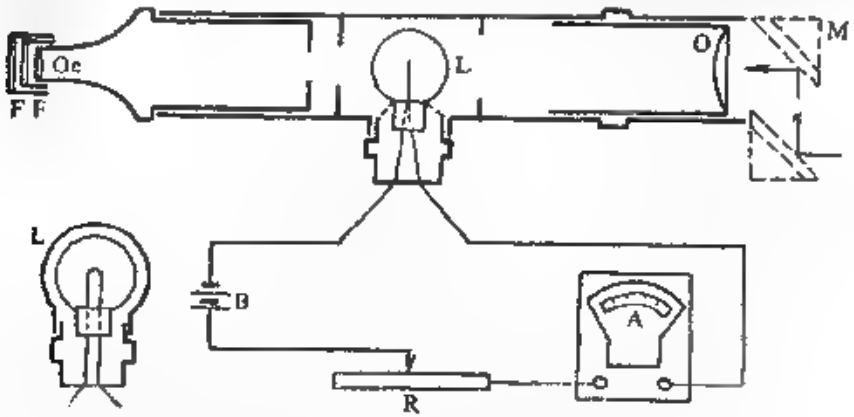


Fig. 37.3. *Esquema del pirómetro de filamento para determinar la temperatura de brillo.*
A la izquierda se muestra la estructura de la lámpara L.

fuente y el filamento. Por lo común, la zona de transmisión corresponde a $\lambda = 660{,}0$ nm. La lámpara es alimentada por la corriente de la batería *B* que se regula con el reóstato *R*; el de la corriente se lee en el amperímetro de precisión *A*. Al medir la temperatura, la corriente en el filamento se regula hasta que este último desaparezca en el fondo de la imagen. Con tal intensidad de corriente *I*, el brillo de la radiación del filamento coincide con el brillo de la fuente para $\lambda = 660{,}0$ nm y, por consiguiente, para esa misma λ también coinciden los poderes emisivos de la fuente y el filamento.

Si mediante la graduación previa y la observación del cuerpo negro de diversa temperatura se logró establecer a qué temperaturas de ese cuerpo corresponde la desaparición del filamento con distintas

intensidades de corriente I, entonces, por las lecturas del amperímetro obtenemos la posibilidad de juzgar a qué temperatura del cuerpo negro S_λ corresponde la radiación de la fuente sujeta a observación. Si esta fuente también fuese un cuerpo negro, entonces la temperatura hallada S_λ sería su temperatura verdadera. De lo contrario, la temperatura hallada caracterizará la temperatura S_λ de un cuerpo negro que, para $\lambda = 660{,}0$ nm, tiene el mismo brillo que un cuerpo radiante en condiciones de observación. Por eso S_λ se denomina *temperatura de brillo* de la fuente.

Si se conoce la relación entre Q_{660} de brillo del cuerpo radiante para $\lambda = 660{,}0$ nm, y el brillo del cuerpo negro a esa misma temperatura, entonces podemos, según la temperatura de brillo, hallar la temperatura verdadera.

La relación de Q_{660} ha sido determinada para muchos materiales técnicamente importantes; la misma depende algo de T; algunos de sus valores se dan en la tabla 37.2.

Tabla 37.2. Valores de Q_{660} para una serie de sustancias

Sustancia	Temperatura en K	Q_{660}
Molibdeno	1300	0,40
	2300	0,36
Tántalo	1300	0,44
	3200	0,38
Carbón	1500	0,89
	2500	0,84
Plata	a temperatura de fusión	0,05
	fundida	0,07
Hierro	a temperatura de fusión	0,36
Oxido férrico	1500	0,92
Níquel	a temperatura de fusión	0,37
Oxido de níquel	1500	0,85
Platino	sólido	0,31
	líquido	0,35
Cobre fundido	1500	0,15
Oxido cuproso	1300	0,80
	1500	0,60

Puesto que el brillo del cuerpo no negro puede depender de la dirección, los valores de Q_{660} se dan para una dirección normal a la superficie radiante. Del mismo modo ha de realizarse el enfoque del pirómetro. El enlace entre la temperatura de brillo y la temperatura

verdadera se obtiene mediante la relación (véase el ejercicio 238)

$$\ln Q_{\lambda, T} = \frac{c_2}{\lambda}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{S_\lambda}\right), \qquad (202.1)$$

donde la constante $c_2 = hc/k = 1{,}4387$ cm·grad.

Además de los pirómetros de filamento existen algunos otros dispositivos para determinar la temperatura de brillo y, mediante ésta, también la temperatura verdadera de los cuerpos incandescentes.

Así, pues, según el método de observación determinamos ópticamente una de las tres temperaturas convencionales: la de radiación (T_r), la del color (T_c) o la de brillo (S_λ). El paso a la temperatura verdadera sólo es posible sabiendo algunos parámetros complementarios del cuerpo radiante. T_r y S_λ siempre son menores que la temperatura verdadera, T, por lo común, es un poco mayor que esa temperatura y, como regla, difiere menos de ella que T_r y S_λ.

§ 203. Fuentes de luz

De lo expuesto en los párrafos anteriores está claro que la utilización de un cuerpo incandescente en calidad de fuente luminosa es tanto más ventajoso cuanto mayor es la temperatura de este cuerpo. En efecto, con el aumento de la temperatura crece no sólo la potencia de radiación, sino también la parte relativa de la energía radiante que incide sobre la parte visible del espectro. Según la ley de Stefan—Boltzmann, la intensidad sumaria para el cuerpo negro crece con arreglo a la cuarta potencia de la temperatura. Pero la intensidad de los sectores del espectro de ondas más cortas aumenta con más rapidez, sobre todo a temperaturas no muy elevadas. Así, en las proximidades de la temperatura de incandescencia roja, la energía total del espectro *visible* del platino crece proporcionalmente al trigésimo grado de la temperatura e incluso cerca de la incandescencia blanca es aún proporcional al decimocuarto grado de la temperatura. La intensidad de los rayos *amarillos* aumenta el doble cuando la temperatura del cuerpo negro varía de 1800 a 1875 K, o sea, sólo el 4%.

Si de radiador sirviese un cuerpo negro, entonces, utilizando la fórmula de Planck podríamos calcular, para cada temperatura, esta parte de la energía útil para la iluminación, así como el rendimiento luminoso de nuestra fuente de luz. Si se tiene en cuenta que la sensibilidad máxima del ojo humano se halla cerca de 550 nm en la parte verde amarillenta del espectro, resulta que el cuerpo negro es la fuente más ventajosa a temperatura de unos 5200 K. «Luz blanca» (en la luminotecnia) convencionalmente se denomina la radiación del cuerpo negro a dicha temperatura. La radiación solar cerca de la superficie de la Tierra, es decir, algo modificada a causa de la absorción en la atmósfera terrestre, tiene una temperatura del color próxima a

ano numero, lo que sirvió de fundamento para tal designación convencional.

Al seguir subiendo la temperatura del cuerpo negro, crece la radiación perteneciente a la parte del espectro útil para la iluminación, pero disminuye su porción en la energía radiante total, de modo que el aumento ulterior de la temperatura no es económico desde el punto de vista de la luminotecnia.

La radiación de los cuerpos no negros, por ejemplo, de los metales incandescentes, siempre es inferior a la radiación de los cuerpos negros. Sin embargo, *el rendimiento luminoso*, es decir, la relación entre la energía útil para la iluminación, y su parte invisible para el metal incandescente a una temperatura T dada, puede ser mayor que para el cuerpo negro a esa misma temperatura, así como se observa en las curvas dadas en la fig. 36.7.

Estas curvas proporcionan la distribución de la energía (según el espectro) para el tungsteno y el cuerpo negro con la misma temperatura, ahí mismo se da la relación de las ordenadas de ambas curvas (línea a trazos) que muestra la relación entre el poder emisivo del tungsteno para diversas longitudes de ondas, y el poder emisivo del cuerpo negro. De la curva a trazos se deduce que en la zona de luz visible, la emisión del tungsteno constituye cerca del 40% de la emisión del cuerpo negro de la misma temperatura, mientras que en la zona de rayos infrarrojos (cerca de 3 μm) solo constituye el 20%. Tal selectividad de la radiación distingue ventajosamente al tungsteno y, como su temperatura de fusión es muy alta, hace que éste sea el mejor material para la fabricación de filamentos de bombillas.

De esa misma figura 36.7 se deduce que, aunque a causa de la selectividad, el máximo de radiación del tungsteno se halla algo desplazado hacia la zona de ondas cortas en comparación con el máximo del cuerpo negro, no obstante, a la temperatura de 2450 K, para la cual se trazó la gráfica, ese máximo aún permanece cerca de 1100 nm, o sea, aún se halla muy lejos del máximo de la sensibilidad del ojo (550,0 nm). Por eso el aumento ulterior de la temperatura podría elevar considerablemente el rendimiento luminoso del tungsteno incandescente.

Dicha temperatura corresponde a la temperatura normal de una lámpara incandescente de vacío con filamento de tungsteno (de 50—60 W). La temperatura de fusión del tungsteno se encuentra más arriba (3655 K); sin embargo, el caldeo ulterior es peligroso ya que el filamento calentado se evapora (se pulveriza en el vacío con tanta rapidez que el aumento de la temperatura del filamento a más de 2500 K provoca rápidamente su destrucción).

En la cuestión del mejoramiento de la luminotecnia, un gran paso hacia adelante fue la proposición de Langmuir (1913) de llenar los balones de las lámparas de un gas inerte, por ejemplo, de nitrógeno o, aún mejor, de argón; la presión del gas alcanza aproximadamente

$^1/_2$ at, y su presencia retarda mucho la pulverización del filamento, la cual permite aumentar la temperatura de éste hasta 3000 K y más sin reducir considerablemente la duración del servicio de la lámpara (unas 1000 horas). En este caso aumenta mucho el rendimiento luminoso. Sin embargo, el rendimiento total de la lámpara es igual a la relación entre la energía de la parte útil del espectro y la energía total que alimenta esa lámpara, o sea, es preciso considerar no sólo las pérdidas de radiación invisible, sino también de conductibilidad térmica y de convección. Los últimos tipos de pérdidas aumentan mucho al llenar de gas el matraz de la lámpara, de modo que las lámparas de gas, desde el punto de vista de aumento de rendimiento, no tendrían ventaja ante las lámparas de vacío, aunque su luz sería agradable para los ojos, ya que se asemeja más a la composición de la luz diurna («blanca»). La disminución de las pérdidas en el enfriamiento se puede lograr sustituyendo el filamento recto por un hilo fino en forma de espira. Precisamente de este modo se confeccionan las lámparas de incandescencia económicas modernas, cuyo rendimiento es mucho más alto que el de las lámparas de vacío.

Tabla 37.3. Datos acerca del rendimiento luminoso de las lámparas de diverso tipo

Tipo de lámpara	Rendimiento luminoso, lm/W	Rendimiento	Temperatura verdadera	Temperatura del color	Brillo, 10^4 cd/m^2
50 W, de vacío, de electrodos de carbón	2,5		2095	2130	cerca de 50
50 W, de vacío, de filamento de tungsteno	10	1,6%	2400	2505	150—200
50 W, de gas, de filamento de tungsteno	10		2685	2670	cerca de 500
500 W, ídem	17,5	2%	2900	2880	cerca de 1000
2000 W, ídem	21,2	3,5%	3020	3000	1300—1500

La tabla 37.3 da una idea del rendimiento de las lámparas de incandescencia de diverso tipo en un régimen normal de funcionamiento. Como medida del rendimiento luminoso se adopta la relación entre el flujo luminoso total emitido por la lámpara (en lúmenes) y la potencia total consumida por ésta (en vatios). La duración del servicio de las lámparas es de 1000 horas.

De la tabla se deduce que el rendimiento luminoso crece al aumentar la temperatura del filamento (la del color y la verdadera relacionada con ésta). Tal aumento de temperatura se logra cambiando el

tipo de lámpara (de gas), el material del filamento y la dimensión de la lámpara, ya que con el desarrollo de la potencia de ésta se reducen relativamente las pérdidas en el enfriamiento. Claro está que junto con la temperatura aumenta el brillo del filamento de la lámpara.

Es mucho mayor el rendimiento de los arcos eléctricos cuyo cráter positivo tiene una temperatura de cerca de 4000 K. En los arcos de ignición intensiva (cuya intensidad de la corriente alcanza 300 A), la temperatura del cráter alcanza 5000 K, y en los arcos bajo una presión de 20 at, Lümmer logró elevar la temperatura del cráter hasta 5000 K, es decir, obtener una fuente semejante, según sus propiedades luminosas, al Sol. En los arcos corrientes, la parte principal de la radiación (de 85 a 95%) se emite por el cráter positivo, cerca del 10%, por el cátodo, y solo el 5% corresponde a la luminosidad de la nube de gases entre los electrodos. En los arcos de ignición intensa, en los cuales se introducen sales de elevado punto de fusión de algunos elementos de gran poder emisivo (tierras raras), aumenta el papel de la nube y al cráter sólo le corresponde el 40—50% de la radiación general. Aunque, por lo visto, en tales arcos la radiación tiene casi exclusivamente carácter térmico, sin embargo, debido a la gran selectividad de radiación de los elementos introducidos en la composición de la nube, el rendimiento luminoso de tales fuentes resulta superior a la del carbón incandescente y la de los metales.

Aún mayor selectividad de radiación poseen, por ejemplo, los vapores de sodio, cuya parte considerable de radiación (cerca de 1/3) está concentrada en la zona visible (dos rayas amarillas intensivas de 589,0 y 589,6 nm). De acuerdo con esto el rendimiento luminoso de radiación del sodio puede alcanzar 200 lm/W en las lámparas de estructura correspondiente. En general la iluminación de los gases, en virtud de su selectividad, se distingue por ser la más económica, pero dicha selectividad es, al mismo tiempo, un defecto práctico, ya que debido a ella el espectro de las fuentes de gas consta de rayas aisladas o bandas y se diferencia mucho de la luz blanca habitual para el ojo humano.

En los casos cuando este defecto desempeña un papel secundario, las fuentes de descarga luminiscente pueden sustituir con éxito a las lámparas de incandescencia y a los arcos eléctricos que son menos económicos. Así, para el alumbrado de los caminos a veces se emplean lámparas de sodio, las cuales, incluso en condiciones de explotación con pérdidas en los dispositivos auxiliares, dan un rendimiento luminoso de cerca de 50 lm/W.

El uso de las lámparas de descarga luminiscente alcanzó gran desarrollo merced a su importante innovación técnica. La superficie interior del balón en estas lámparas, por lo general de vapor de Hg, se cubre con una capa de sustancia capaz de fluorescer bajo la acción de la radiación de las ondas cortas de descarga. Fue S. I. Vavilov quien propuso (aún en los años veinte) utilizar la luminiscencia ultra-

violeta en las lámparas de descarga luminiscente mediante la transformación luminiscente. Actualmente las lámparas de tal tipo hallaron amplio uso técnico. El luminóforo se elige de modo que su luminosidad cubra la insuficiencia de composición espectral de la luminosidad gaseosa. Como resultado se obtiene una fuente cuyo color de radiación se aproxima al color solar («lámparas de luz solar»). Como en estas lámparas parte de la radiación ultravioleta se transforma en luz visible, con esto se logra un aumento adicional del rendimiento económico de su luminotecnia.

Las buenas lámparas de este tipo tienen un rendimiento luminoso de hasta 40—50 lm/W cuando la composición espectral de la radiación es próxima a la luz solar. Las lámparas de este tipo también poseen algunos defectos técnicos, pero rivalizan exitosamente con las lámparas de incandescencia y, sin duda alguna, en un futuro próximo las sustituirán.

LUMINISCENCIA

38. RADIACIÓN DE LOS ÁTOMOS Y MOLÉCULAS. REGULARIDADES ESPECTRALES

§ 204. Espectros de rayas

La radiación de los átomos aislados, por ejemplo, de los átomos de un gas monoatómico rarificado o del vapor de un metal (Na, Hg), se distingue por ser la más sencilla. Los electrones que entran en la composición de tales átomos se hallan bajo la acción de las fuerzas intraatómicas y no experimentan influencia excitatriz por parte de los átomos alejados que los rodean. Los espectros de semejantes gases constan de una serie de rayas espectrales discretas de distinta intensidad, correspondientes a diversas longitudes de ondas. Al investigar los gases que constan de moléculas multiatómicas, el espectro resulta más complicado. Así, por ejemplo, en el espectro del hidrógeno (H_2), a la par con ciertas líneas bastante alejadas una de otra, se observa un gran número de rayas situadas estrechamente (el llamado espectro *de rayas múltiples o de bandas* del hidrógeno).

La investigación muestra que este último caracteriza las moléculas de hidrógeno, mientras que el primero, constituido por rayas discretas, corresponde a los *átomos* de hidrógeno formados en el tubo de descarga a causa de la disociación de las moléculas bajo la acción de la descarga. Los espectros de distintos átomos se distinguen por su gran diversidad, además, algunos de ellos, por ejemplo, el espectro del hierro contiene varios miles de rayas. A pesar de todo, nosotros podemos sin gran dificultad diferenciar dichos espectros atómicos ricos en rayas, de los espectros moleculares de bandas y con una agrupación determinada de las líneas numerosas.

Verdad es que tampoco las líneas del espectro atómico de rayas representan una acumulación desordenada. El estudio detallado de los espectros de rayas ya hace tiempo que condujo al establecimiento

do determinadas regularidades en su disposición. Sólo a principios del siglo XX se logró establecer el sentido físico de esas regularidades y después hallarles una explicación en las peculiaridades de la estructura del átomo (Bohr, 1913). De esta manera, la creación de la teoría del átomo iba mano a mano con la explicación de las regularidades espectrales. La información diversa y precisa obtenida como resultado de las investigaciones espectroscópicas, resultó un material importantísimo que orientó las investigaciones teóricas y permitió verificar las conclusiones de la teoría. A su vez, dichas conclusiones teóricas dieron la posibilidad de prever muchos nuevos aspectos de los fenómenos y orientar correspondientemente las investigaciones experimentales.

El espectro de rayas de los gases se puede excitar mediante procedimientos muy diversos. Se manifiesta en distintos tipos de descargas eléctricas a través de un gas (tubo de Geissler, chispa, descarga en arco) al bombardear los átomos de éste con los electrones emitidos por el cátodo incandescente (lo cual también puede considerarse como una forma de descarga eléctrica), al calentar los vapores y gases (en la llama de un mechero, por ejemplo), al alumbrar los vapores mediante una luz de longitud de onda conveniente, etc. En todos estos casos se obtienen rayas espectrales cuyas longitudes de ondas son propias del gas sometido a estudio. Sin embargo, en función de las condiciones de excitación, la intensidad relativa de diversas líneas puede diferenciarse mucho, así que algunas rayas pueden estar ausentes durante unos u otros procedimientos de excitación. A veces es posible, incluso, excitar una sola raya de todo el espectro. Así, pues la forma exterior del espectro de un gas dado depende considerablemente de las condiciones de excitación; pero es necesario recordar que, variando las condiciones de excitación, podemos hacer que desaparezcan o aparezcan *sólo determinadas rayas para una sustancia dada* cuyo conjunto de rayas constituye precisamente el espectro típico de dicha sustancia.

Cada una de esas rayas espectrales no es, sin embargo, la radiación de una longitud de onda estrictamente determinada, sino que es (como ya se señaló reiteradas veces) la radiación en un sector espectral muy estrecho, en el que la energía está distribuida de modo que la intensidad desciende con rapidez desde el centro hacia los bordes. La medición de la anchura de la raya espectral (véase § 158) muestra que en la radiación de un gas rarificado, las dimensiones de este sector a menudo constituyen centésimas e incluso milésimas de Angstrom. No obstante, las condiciones de excitación también pueden influir mucho sobre dichas dimensiones, al igual que sobre la posición del centro (máximo) de la raya espectral. El campo externo eléctrico (o magnético) provoca el ensanchamiento (o incluso la descomposición) de la raya espectral, y tales campos externos (sobre todo el eléctrico) pueden, en condiciones de descarga en un gas,

caracterizarse por una alta concentración de iones en la descarga y alcanzar gran valor; el choque del átomo luminoso con los átomos vecinos en el proceso de radiación, también conduce al ensanchamiento de la línea; a eso mismo conduce el propio hecho de movimiento térmico del átomo a causa del efecto Doppler. En condiciones especiales, por ejemplo, al producirse descargas potentes acompañadas de intensa ionización, o al manifestarse una densidad considerable del gas, estas alteraciones pueden alcanzar gran magnitud. Sin embargo, generalmente, el efecto de todas las causas enumeradas no es muy grande y la radiación del gas posee un espectro característico de los átomos que constituyen este gas.

§ 205. Regularidades espectrales

Los espectros de rayas, como ya fue señalado, son un conjunto de rayas espectrales que integran los sistemas conocidos y que no se hallan desordenadas en las longitudes de ondas. La relación entre las frecuencias de cada raya la estableció por primera vez Balmer (1885).

La regularidad descubierta por Balmer corresponde a cuatro líneas de hidrógeno. Precisamente resultó que las longitudes de ondas correspondientes a esas líneas pueden expresarse mediante la fórmula general

$$\lambda = b\frac{m^2}{m^2-4},$$

donde $b = 364{,}57$ nm y m son una serie de números enteros sucesivos 3, 4, 5, 6.

Introduciendo en lugar de λ la frecuencia $\nu = c/\lambda$, la fórmula de Balmer se puede escribir de la siguiente forma:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \tilde{R}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

donde $\tilde{R}$ es constante. En la espectroscopía práctica ν se sustituye por la magnitud $N = \nu/c = 1/\lambda$. Esto es el llamado *número de onda* que indica cuántas ondas de una longitud dada caben en la extensión de 1 cm. Así, pues, la fórmula de Balmer adquiere el aspecto don-

$$N = \frac{1}{\lambda} = \frac{\tilde{R}}{c}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right), \qquad (205.1)$$

de $m = 3, 4, 5, 6$. La magnitud R se halla enlazada con la constante b antes introducida, mediante la relación simple $R = 4/b$.

En los tiempos de Balmer sólo se conocían 4 líneas de hidrógeno que satisfacían su fórmula. En la actualidad se conoce unas 30 líneas de H en la parte visible del espectro, y las frecuencias de todas ellas pueden calcularse con gran precisión mediante la fórmula de Bal-

mer si m adquiere valores enteros de 3, 4, 5 ... La constante R, que recibió el nombre de constante de Rydberg, de acuerdo con los datos actuales es igual a $1{,}097677587 \cdot 10^5$ cm^{-1}. El número de signos con el que se determina *la constante de Rydberg*, por una parte muestra qué grado de exactitud ha alcanzado la espectroscopía moderna, y por otra, ilustra lo bien que la fórmula de Balmer transmite los resultados de las observaciones. Aún más convincente demuestra la exactitud de la fórmula de Balmer la tabla 38.1, en la cual se comparan los valores medidos de las longitudes de ondas de la serie de Balmer en el espectro de hidrógeno con los valores calculados por la fórmula de Balmer.

Tabla 38.1. Valores medidos y calculados de las longitudes de ondas en el espectro de hidrógeno

m	λ (calc), nm	λ (obs), nm	m	λ (calc), nm	λ (obs), nm
3	656,280	656,280	18	369,159	369,156
4	486,138	486,133	19	368,686	368,683
5	434,051	434,047	20	368,284	368,281
6	410,178	410,174	21	367,938	367,936
7	397,011	397,007	22	367,639	367,636
8	388,909	388,905	23	367,380	367,376
9	383,543	383,539	24	367,151	367,148
10	379,793	379,790	25	366,950	366,947
11	377,067	377,063	26	366,772	366,768
12	375,018	375,015	27	366,613	366,610
13	373,440	373,437	28	366,441	366,468
14	372,197	372,194	29	366,344	366,341
15	371,201	371,197	30	366,229	366,226
16	370,389	370,386	31	366,125	366,122
17	369,719	369,715			

Esta tabla demuestra con claridad que operamos no sólo con una fórmula empírica bien elegida, sino con una expresión de cierta regularidad interatómica. Esto se confirmó otra vez más al establecer que las líneas de hidrógeno halladas más tarde, situadas en las zonas ultravioleta e infrarroja del espectro, también se someten a fórmulas análogas, a saber: la serie de Lyman (en la lejana zona ultravioleta) a la fórmula

$$N = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad (m = 2, 3, 4); \qquad (205.2)$$

la serie de Paschen (en la cercana zona infrarroja), a la fórmula

$$N = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad (m = 4, 5, 6, 7, 8); \tag{205.3}$$

la serie de Brackett (en la zona infrarroja más alejada), a la fórmula

$$N = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad (m = 5, 6); \tag{205.4}$$

y la serie de Pfund (en la zona infrarroja aún más alejada), a la fórmula

$$N = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad (m = 6, 7).$$

Todas las líneas del espectro de hidrógeno, por lo tanto, pueden ser divididas en varias series unificadas por la fórmula general:

$$N = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right), \tag{205.5}$$

donde $n = 1, 2, 3, 4, 5$, m son números enteros, además, $m > n$ y R es la misma constante antes mencionada. El número n determina la serie, y m, una línea (raya) aislada de esa serie: cuando $n = 1$ obtenemos la serie de Lyman; cuando $n = 2$, la serie de Balmer; cuando $n = 3$, la serie de Pasche; cuando $n = 4$, la serie de Brackett; y cuando $n = 5$, la serie de Pfund. La fig. 38.1 muestra esquemáticamente el espectro completo de hidrógeno y varias series en que éste puede descomponerse. Cada serie consta de varias rayas cuya distancia entre ellas, como se deduce de la fórmula, disminuye hacia las longitudes de ondas cortas.

Aumentando poco a poco, las frecuencias de las líneas tienden a un límite determinado cuya magnitud se halla fácilmente por la fórmula espectral. A veces se observa un espectro débil *continuo* adyacente a la frontera de la serie de la parte de las grandes frecuencias. La fig. 38.2 ilustra la fotografía de las líneas de la serie de Balmer.

El éxito de Balmer dirigió la atención de los investigadores a la búsqueda de dependencias de series en los espectros de otras sustancias. En primer lugar fueron estudiados los espectros de los metales alcalinos, luego los de las tierras raras y de algunos otros elementos. A pesar de la dificultad de desciframiento, aquí también fueron halladas series, y lo que es muy importante, las fórmulas obtenidas se parecían mucho a la fórmula de series del hidrógeno. La diferencia se reduce a los términos correctores α y σ que para el hidrógeno son nu-

$$N = R\left[\frac{1}{(n+\alpha)^2} - \frac{1}{(m+\beta)^2}\right]. \tag{205.6}$$

A cada elemento le corresponden varios términos correctores de ese tipo, mediante los cuales se pueden expresar todas las series características de un elemento dado. Así, por ejemplo para el sodio tales correcciones tienen los valores de —1,35, —0,87, —0,01 y 0, de modo

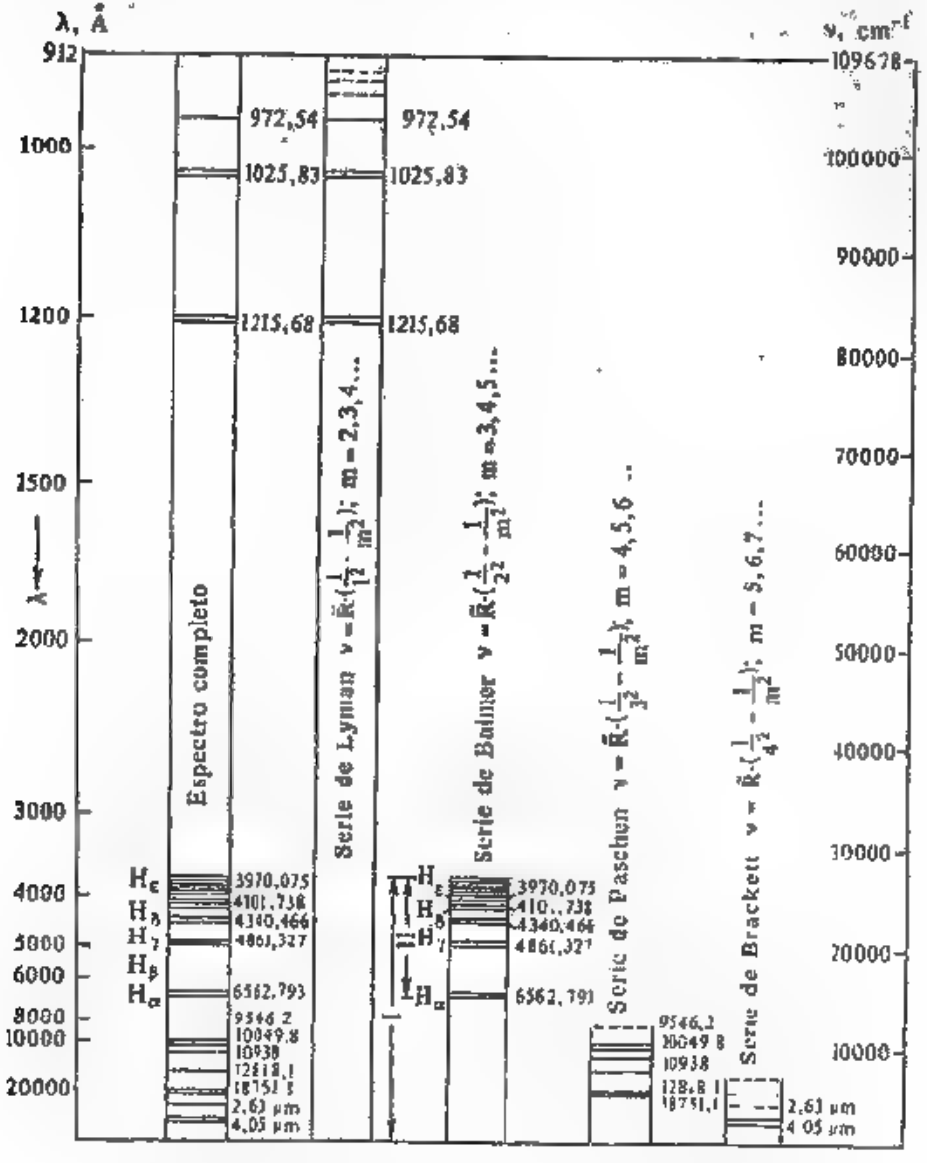


Fig. 38.1. Ilustración esquemática del espectro del átomo de hidrógeno; espectro completo y series espectrales independientes.

que las cuatro series de sodio conocidas se expresan de la siguiente forma:

$$N = R\left\{\frac{1}{(3-0{,}87)^2} - \frac{1}{(m-1{,}35)^2}\right\}, \quad m = 4, 5, 6, \ldots \text{ (serie fuerte);}$$

$$N = R\left\{\frac{1}{(3-1{,}35)^2} - \frac{1}{(m-0{,}87)^2}\right\}, \quad m = 3, 4, 5, \ldots \text{ (serie principal)}$$

$$N = R\left\{\frac{1}{(3-0{,}87)^2} - \frac{1}{(m-0{,}01)^2}\right\}, \quad m = 3, 4, 5, \ldots \text{ (serie difusa)}$$

$$N = R\left\{\frac{1}{(3-0{,}01)^2} - \frac{1}{m^2}\right\}, \quad m = 4, 5, 6, \ldots \text{ (serie fundamental).}$$

Como vemos, n en todas las series es igual a 3, mientras que m adquiere valores enteros $\geqslant 3$. Los términos correctores entran en di-

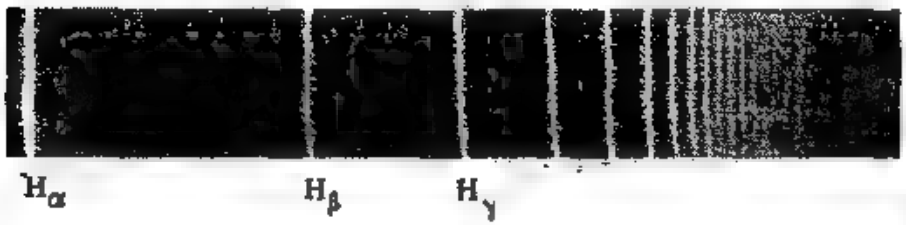


Fig. 33.2. Fotografía de las rayas espectrales de la serie de Balmer

versas combinaciones, aunque no en todas las posibles (regla de selección). R tiene casi el mismo valor que en la serie de Balmer.

Las mediciones más minuciosas muestran que R aumenta un poco a medida que crece la masa atómica, tendiendo para el hidrógeno el valor de 109 678 cm^{-1}, y para los átomos más pesados, 109 737 cm^{-1}, con la particularidad de que comenzando aproximadamente desde el cloro, el aumento de R prácticamente ya no se nota. En particular, para el sodio $R_{Na} = 109\,735$ cm^{-1}.

Los espectros de los metales alcalinos y los metales alcalinotérreos, así como de otros elementos, son mucho más complejos que el espectro del hidrógeno. Una de las diferencias que también tiene lugar en otros elementos complejos es el carácter *multiplete* de las líneas: éstas constan de varias (dos, tres y más) componentes con valores cercanos de las frecuencias. Las frecuencias de algunas componentes también obedecen determinadas regularidades. Es muy difícil buscar estas últimas en espectros tan complicados, y eso resultó en sumo grado un hecho de conjeturas e ingeniosidad. Merced a los trabajos de Rydberg y otros científicos fueron aclaradas algunas reglas que

ayudan a revelar y separar ciertas series. Hoy día la teoría del átomo permitió fundamentar muchas de estas reglas. En particular, la pertenencia de la línea a una u otra serie se puede establecer según el carácter de descomposición anómala en el campo magnético (véase § 172).

Las investigaciones de Rydberg (1890) aclararon el carácter universal de la constante R y la posibilidad de representar ciertas frecuencias mediante fórmulas de dos términos de tipo mencionado anteriormente, es decir, en forma de la diferencia de dos términos (*termi*). Además, resultó que distintos termi (dependientes de n y l) pueden combinarse de par en par, dando inicio a nuevas series (*principio de combinación de Ritz* 1908). De esta manera se aclara que *precisamente el term tiene sentido físico*. Las peculiaridades del átomo se manifiestan en los términos correctores de las fórmulas de series y en el estado multiplete de las líneas (mejor dicho, de los termi).

El establecimiento de las regularidades de series, la relación entre las series (principio de Ritz) y el carácter universal de la constante de Rydberg todo esto atestigua el profundo sentido físico de estas leyes descubiertas. Sin embargo, los intentos de establecer, a base de estas leyes, el mecanismo atómico interior que condiciona las regularidades halladas, sufrieron un gran fracaso. Estaba claro que cada serie era provocada absolutamente por un mismo mecanismo. Entretanto es difícil imaginarse que la radiación de una serie entera de frecuencias sea provocada por un átomo tan simple como, por ejemplo, el átomo de hidrógeno. Se conocen, naturalmente, tipos de radiadores mecánicos que dan una serie de oscilaciones, por ejemplo, la cuerda. Sin embargo, el espectro de tal radiador consta de una frecuencia principal y de sus sobretonos que representan frecuencias enteras múltiples de la principal y que no se parecen en nada a las regularidades observadas en las series espectrales. Hubo intentos de inventar tipos de radiadores que dieran frecuencias relacionadas con las fórmulas análogas a las de las series espectrales (Ritz, membranas fijas). Pero estos intentos también fracasaron. Ritz mostró que no se podía explicar las leyes de las series espectrales mediante las leyes clásicas de los sistemas oscilatorios.

En efecto, la solución del problema fue hallada en 1913 por Niels Bohr, quien utilizó *la teoría de los cuantos* para explicar las regularidades atómicas. De este modo resultó que las leyes clásicas establecidas para los fenómenos macroscópicos, son insuficientes para explicar la estructura de los átomos.

§ 208. Modelos del átomo de J. J. Thomson y Rutherford

El conjunto de conocimientos acerca de los fenómenos ópticos, y en primer lugar el efecto Zeeman, son testimonio de que la radiación de la luz está condicionada por los procesos en los cuales participan los electrones que entran en la composición del átomo.

Para explicar el espectro de rayas emitido por un átomo aislado, habría que suponer que el electrón en un átomo emisivo realiza (casi) oscilaciones armónicas, las cuales, de acuerdo con las leyes clásicas, determinan la radiación casi monocromática. Por eso, a base del aspecto de los espectros atómicos sería posible admitir una estructura tal del átomo, en la que los electrones integrantes del mismo fuesen capaces de realizar oscilaciones armónicas, es decir, se mantuviesen cerca de la posición de equilibrio mediante una fuerza cuasielástica de tipo $f = -kx$, donde k es una constante y x, la desviación del electrón respecto a la posición de equilibrio.

Partiendo de la ley de interacción de las cargas eléctricas puntuales (ley de Coulomb) era posible imaginarse un modelo del átomo que satisfaciese tal demanda. Conforme a tal modelo propuesto por J. J. Thomson (1903), el átomo es una esfera uniformemente llena de electricidad positiva dentro de la cual se halla el electrón. Si la carga de éste es igual a la carga positiva de la esfera, entonces dicho átomo será neutral, y la fuerza que actúa sobre el electrón durante su desplazamiento obedece la ley de la fuerza cuasielástica.

Los intentos de interpretar las regularidades de series en los espectros de emisión y absorción de los átomos, así como el análisis de los resultados de las investigaciones de la red actinotérmica del efecto fotoeléctrico y algunos otros fenómenos (véanse capítulos 32—36) condujeron a la revisión de las nociones acerca de las leyes que dirigen el comportamiento de los microsistemas (átomos, moléculas, etc.), y obtuvieron un significado muy importante para toda la física. Respecto a esto, presenta gran interés el proceso de formación de la teoría cuántica, y en los párrafos siguientes (véanse §§ 207—209) se examinan las etapas fundamentales del desarrollo de las ideas cuánticas en la espectroscopia. No obstante, para explicar las regularidades espectrales, el modelo de Thomson resultó absolutamente inútil. Además, las consideraciones iniciales de Thomson respecto al carácter de distribución de las cargas positivas y negativas en el átomo no se basan en cualquier experimento directo. Por eso es necesario reconocer como un paso hacia adelante, el intento de sondear experimentalmente las zonas internas del átomo con el fin de establecer la distribución espacial de las cargas en éste.

Un intento de tal tipo fue emprendido aún por Lenard (1903), quien estudió el paso de los electrones rápidos a través de los cuerpos materiales y llegó a la conclusión de que el átomo no se puede interpretar como un cuerpo consistente de una sustancia con carga distribuida uniformemente por todo su volumen, sino que más bien es necesario atribuirle una estructura calada. A estas mismas conclusiones, pero mucho más tarde y procesadas cuantitativamente, llegó Rutherford (1913), quien emprendió la investigación del interiores del átomo mediante procedimientos más potentes.

A título de sonda para «palpar» el átomo, Rutherford eligió los

partículas α o sea los iones de helio de gran velocidad, de masa atómica 4 y de doble carga elemental que se separan durante la desintegración radiactiva de los átomos compuestos. Puesto que las partículas α son relativamente pesadas (su masa atómica es igual a 4, es decir, su masa es $6{,}65 \cdot 10^{-24}$ g) y se mueven con gran velocidad (hasta $^1/_{15}$ de la velocidad de la luz), la energía cinética de algunas de ellas es bastante grande. Esto ofrece la posibilidad de observar directamente en el experimento algunas peculiaridades α. En efecto, existen varios métodos de tales observaciones. El más simple de ellos es el *método de centelleo* basado en la capacidad de la partícula α, al chocar con una pantalla fosforescente, de provocar un impulso luminoso lo suficientemente brillante para observarlo con una lupa. También se puede observar la trayectoria de la partícula α en forma de un hilo estrecho de niebla en la cámara de Wilson.

Utilizando la posibilidad de observar ciertas partículas α, Rutherford investigó (mediante el procedimiento de centelleo), de qué modo varía la dirección de las partículas α al pasar éstas a través de una capa de cualquier sustancia (dispersión de las partículas α).

Al pasar las partículas α a través de una sustancia, ocurre la variación de la dirección de su trayectoria a causa de la interacción con las cargas que entran en la composición del átomo. En este caso la colisión con el electrón no debe influir mucho sobre la trayectoria de la partícula α, ya que su masa es aproximadamente 7000 veces mayor que la del electrón, al chocar con la partícula α, éste se desviará en some grado permaneciendo la trayectoria de la partícula α sin variar sustancialmente. Al contrario, el choque contra la parte del átomo de carga positiva puede provocar un cambio más o menos brusco de la dirección de la partícula α.

Los experimentos de Rutherford mostraron que a la par con los casos de desviación de las partículas α a pequeños ángulos, ocurren con mucha frecuencia choques que provocan el giro brusco de la trayectoria de la partícula α, en particular, arrojándola incluso hacia atrás. Las investigaciones minuciosas y exactas de las leyes de dispersión de las partículas α, realizadas por Rutherford y sus colaboradores en primer lugar por Chadwick permitieron llegar a la conclusión de que la carga positiva del átomo está concentrada en su pequeña parte central llamada núcleo, de dimensiones que no superan 10^{-12} cm.

Así, pues, ha sido demostrado que no se puede emplear el modelo de Thomson (la esfera positiva tiene las dimensiones del átomo) y es necesario interpretar el átomo integrado por Z electrones, como un sistema de cargas en cuyo centro se halla un núcleo de carga positiva igual a Ze, y alrededor del núcleo están situados los electrones distribuidos por todo el volumen que ocupa el átomo. Mejor dicho, por dimensiones del *átomo* consideramos las de la zona donde se hallan los electrones pertenecientes al mismo. Este sistema de cargas no puede

encontrarse en equilibrio estable si estas últimas son inmóviles (condición general de la electrostática). Por eso es necesario suponer que los electrones se mueven alrededor del núcleo central igual que los planetas del sistema Solar, describiendo alrededor de ese núcleo trayectorias cerradas. Así surgió *el modelo nuclear del átomo* de Rutherford que conservó su importancia hasta hoy día, aunque dentro de los márgenes de las nociones modernas no podemos hablar sobre la localización de las cargas ni de sus trayectorias de un modo tan determinado.

§ 207. Postulados de Bohr

El modelo propuesto por Rutherford se basa en datos experimentales sólidos, obtenidos de los ensayos de las partículas α y, por lo visto, es necesario para la explicación de dichos ensayos. Pero a la par con esto, el referido modelo no sólo no explica las regularidades espectrales, sino que incluso tampoco puede explicar el propio hecho de emisión de radiación monocromática por el átomo si los procesos se describen en este sistema, o sea, basándose en las leyes clásicas de la mecánica y la electrodinámica.

En efecto, el movimiento de los electrones describiendo circunferencias o, generalmente, órbitas curvilíneas, es un movimiento acelerado y, conforme a las leyes de la electrodinámica, tiene que ir acompañado de radiación de luz de frecuencia correspondiente. En particular, durante el giro circunferencial uniforme la frecuencia de radiación es igual a la frecuencia de rotación, para movimientos periódicos más complicados, la radiación puede interpretarse como una serie de componentes monocromáticas, de acuerdo con el teorema de Fourier. No obstante, durante este movimiento, por ejemplo, circular, a causa de la radiación disminuirá la energía del sistema atómico, y a la vez se reducirá la distancia entre el electrón y el centro del núcleo y, por consiguiente, también disminuirá el período de rotación. Así, pues la frecuencia de rotación y, consiguientemente, la frecuencia de radiación aumentarán sin interrupción; el átomo emitirá un espectro continuo; al mismo tiempo el electrón se aproximará constantemente al núcleo y dentro de una ínfima parte de segundo deberá caer en él, después de lo cual el átomo, como tal, terminará de existir.

Así, según la electrodinámica clásica, el átomo de Rutherford debe ser inestable, y durante su existencia ha de radiar un espectro continuo. Ambas deducciones se hallan en gran desacuerdo con el experimento.

Como ya fue señalado, Bohr propuso una salida de la situación complicada, renunciando al uso de las leyes de la electrodinámica clásica respecto al átomo. Basándose en las ideas de la teoría cuántica de Planck, Bohr abordó el enfoque del modelo de Rutherford desde

el punto de vista de esas nuevas ideas. Sin embargo, es necesario señalar que la teoría de Planck, reconociendo la inaplicabilidad de la electrodinámica clásica respecto a un oscilador elemental, aún no había expuesto en su lugar la teoría cuántica establecida. Por eso tampoco Bohr pudo resolver el problema complejo del átomo de Rutherford, pues la solución debería fundamentarse en la aplicación de las leyes de la nueva física. Bohr se vio obligado a formular, en forma de postulados, afirmaciones determinadas al compás de la nueva teoría, sin dar alguna argumentación racional a la utilización de dichos postulados. Sin embargo, siguiendo esa tendencia a ciencia cierta imperfecta, se obtuvieron resultados tan sorprendentes, que la idea de Bohr se hizo evidente. El desarrollo ulterior de la teoría cuántica condujo al establecimiento de la mecánica cuántica y la electrodinámica cuántica, mediante las cuales fue posible obtener los postulados de Bohr como sus corolarios.

Bohr generalizó las ideas de Planck, suponiendo que en el caso del átomo de Rutherford tampoco existe una radiación continua requerida por la electrodinámica clásica. Para interpretar los espectros de rayas de tal átomo, es necesario suponer que la emisión de rayos por el sistema atómico ocurre no según las nociones macroscópicas corrientes, debido a lo cual mediante esas nociones es imposible determinar la frecuencia de radiación. Bohr admitió que la radiación posee una frecuencia ν que se determina mediante la siguiente *condición para la frecuencia*:

$$h\nu = E_m - E_n, \tag{207.1}$$

donde E_m y E_n son las energías del sistema antes y después de la radiación. Así, la frecuencia ν de radiación no está relacionada, hablando en general, con ninguna frecuencia de movimiento del sistema atómico.

Partiendo de esta ley podemos llegar a la conclusión de que los espectros no nos dan el cuadro de movimiento de las partículas en el átomo, como se admite en la teoría clásica de la radiación, sino que sólo permiten juzgar acerca de las variaciones de la energía durante los diversos procesos posibles en el átomo. De acuerdo con este concepto, el carácter discreto de las rayas espectrales testimonia acerca de la existencia de determinados valores discretos de energía, correspondientes a estados peculiares del átomo. A estos estados es conveniente llamarlos estados *estacionarios*, ya que se supone que el átomo puede permanecer cierto tiempo en cada uno de ellos y, al abandonarlo, cae de nuevo en otro estado estacionario, cambiando su energía en una magnitud finita.

Las consideraciones expuestas fueron enunciadas por Bohr en forma de dos postulados.

1) El átomo se caracteriza por estados conocidos, en los cuales la emisión de energía no tiene lugar incluso si las partes cargadas del

átomo se hallan en movimiento mutuo, de modo que, según las leyes de la electrodinámica corriente, debería esperarse que hubiese radiación. Estos estados pueden denominarse *estados estacionarios* del sistema en cuestión.

2) Cualquier emisión o absorción de la radiación debe corresponder a la transición de un estado estacionario a otros. Durante tales transiciones se emite (o absorbe) una radiación *monocromática* cuya frecuencia ν se determina por la relación

$$h\nu = E_m - E_n,$$

donde E_m y E_n son, respectivamente, las energías del sistema en el primero y segundo estados estacionarios.

Los postulados de Bohr han tenido un valor extraordinariamente grande, ya que, basándose en ellos, se logró sistematizar un amplio material espectroscópico (analizado más arriba) y ante todo el espectro del átomo de hidrógeno.

§ 208. Atomo de hidrógeno

Conforme a Rutherford, el átomo de hidrógeno es un núcleo de masa atómica 1 y carga $+e$ (protón), alrededor del cual gira un electrón que se mantiene en la proximidad del núcleo mediante la fuerza de Coulomb de atracción electrostática. Utilizando las leyes de la mecánica es fácil calcular que el referido electrón debe describir una órbita elíptica en cuyo foco se halla el protón. La energía de tal sistema $E = -e^2/2a$ (véase el ejercicio 243), donde a es el semieje grande de la elipse; la frecuencia de rotación del electrón describiendo la órbita ω*) se determinará mediante la relación

$$\omega^2 = \frac{2|E|^3}{n^2\mu e^4}, \qquad (208.1)$$

donde μ es la masa del electrón.

Puesto que la energía de dicho sistema no depende de la excentricidad de la elipse, las mismas fórmulas también son válidas para la órbita circular de diámetro $2a$. En los cálculos se supone que la masa del protón puede ser considerada infinitamente grande en comparación con la del electrón, por lo tanto el protón ha de considerarse inmóvil. Además, no se tiene en cuenta la dependencia entre la masa del electrón y su velocidad. El espectro del átomo de hidrógeno, según Balmer-Rydberg, se describe mediante la fórmula:

$$\nu = cR\,(1/n^2 - 1/m^2) = cR/n^2 - cR/m^2$$

*) Aquí ω es la frecuencia corriente y no la angular. Hemos introducido esta designación en lugar de la acostumbrada ν para diferenciarla de la frecuencia calculada dentro de los márgenes de la teoría de los cuantos.

[compárese con (205.5)], donde c es la velocidad de la luz. Comparando esta expresión con la condición de las frecuencias de Bohr (207.1)

$$\gamma = E_n/h - E_m/h,$$

hallamos que las energías E_n y E_m de los estados estacionarios se expresan por las relaciones

$$-E_n = hRc/n^2, \qquad -E_m = hRc/m^2.$$

De esta manera, los term de las fórmulas espectrales adquieren un sentido físico determinado, resultando relacionados con la energía de los estados estacionarios del átomo, mientras que el principio de combinación de Rits resulta un colorario natural del segundo postulado de Bohr.

Subrayemos otra vez más que *la frecuencia* ν *de la luz* emitida al pasar del estado estacionario m al estado n, no es igual *a la frecuencia de rotación* del electrón ni en uno ni en otro estado. En efecto,

$$\omega_n^1 = \frac{2h^3R^2c^3}{n^3\mu e^4}, \qquad \omega_m^2 = \frac{2h^3R^2c^3}{n^3\mu e^4 m^6},$$

hablando en general, se diferencia mucho de $\nu_{m,n}$, que son las frecuencias de transmisión del m—ésimo estado al n-ésimo.

Conforme al postulado de los estados estacionarios, la energía E debe tener valores discretos, y el problema consiste en su determinación. Sin embargo, sin conocer las leyes que controlan los procesos atómicos es imposible establecer esos estados estacionarios, puesto que la mecánica corriente conduce a cualquier valor de la energía de acuerdo con la fórmula $E = -e^2/2a$, ya que el diámetro de la órbita electrónica puede adquirir cualquier valor. Se podrían introducir ciertas condiciones cuánticas complementarias especiales, como fue hecho en uno de los primeros trabajos de Bohr; pero se puede elegir una vía más general, también indicada por Bohr.

Examinando los corolarios de la teoría de Planck, hemos señalado que en un caso límite para las zonas de ondas largas (pequeñas frecuencias), la teoría de Planck conduce a deducciones correspondientes a la teoría clásica. Es natural establecer también semejante correspondencia en el caso del sistema atómico. El paso del estado $(n+1)$-ésimo al n—ésimo para valores grandes de n debe corresponder a la emisión de ondas largas (pequeñas frecuencias), como se deduce de la fórmula

$$\nu_{n+1,n} = Rc\left[\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}\right].$$

Si n es mucho mayor que la unidad, aproximadamente se puede considerar

$$\nu_{n+1,n} = 2Rc/n^3.$$

En la zona de estas ondas largas ha de esperarse la coincidencia de la frecuencia de la luz emitida (calculada por la teoría cuántica), con la frecuencia determinada por los métodos clásicos, es decir, con la frecuencia de rotación del electrón. Esta última tiene para ambos estados estacionarios valores prácticamente coincidentes (ya que $n \gg 1$), a saber:

$$\omega_n^2 \approx \omega_{n+1}^2 = \frac{2h^3R^3c^3}{\pi^3\mu e^4 n^6}. \tag{208.2}$$

Igualando (de acuerdo con lo dicho) las expresiones clásica y cuántica para la frecuencia, hallamos

$$\frac{4R^3c^3}{n^3} = \frac{2h^3R^3c^3}{\pi^3\mu e^4 n^6}, \tag{208.3}$$

de donde

$$R = \frac{2\pi^3\mu e^4}{ch^3}. \tag{208.4}$$

De este modo la suposición acerca de la coincidencia (para la zona de frecuencias bajas) de los resultados de los cálculos basados en los postulados de Bohr y en la teoría clásica, permitieron expresar la constante de Rydberg a través de las constantes universales del átomo y, por lo tanto, establecer la fórmula espectral (para el hidrógeno) por medio de los postulados de Bohr, de la forma

$$N = \frac{E_m - E_n}{hc} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = \frac{2\pi^3\mu e^4}{ch^3}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right). \tag{208.5}$$

Sustituyendo los valores de μ, e, c y h hallamos que $R = 1{,}097 \times 10^5$ cm^{-1}, lo que coincide perfectamente con el valor experimental de $R = 109\,678$ cm^{-1}.

Así, tales razonamientos condujeron a Bohr a la fórmula espectral que numéricamente reproduce muy bien los resultados de las observaciones.

El procedimiento utilizado por Bohr, de establecer la correspondencia entre las teorías cuántica y clásica, fue la base del llamado *principio de correspondencia* que desempeñó un papel primordial en la primera etapa de desarrollo de la teoría cuántica del átomo.

Así, el método de Bohr permitió interpretar detalladamente el inmenso material espectroscópico, en particular, el espectro del átomo de hidrógeno. Las frecuencias de las rayas espectrales fueron relacionadas con las energías de los estados estacionarios de átomo. En el esquema de la fig. 38.3, el conjunto de tales niveles energéticos se ha trazado observando la escala, de modo que la distancia vertical entre los niveles correspondientes proporciona directamente la fre-

cuencia de las líneas emitidas. Los números de las transmisiones, indicados en el esquema, significan los valores de las longitudes de ondas, expresados en Å = 10^{-8} cm.

En el esquema también se observa fácilmente que la serie de Lyman corresponde a las transiciones de uno de los niveles superiores al nivel principal, es decir, el nivel correspondiente a la reserva mínima de energía, la serie de Balmer, a las transiciones de los niveles superiores al segundo nivel, etc. El valor límite (máximo) de ν (para cada serie) corresponde al caso en que $m = \infty$ ($E_m = 0$), o sea, el estado inicial corresponde a un alejamiento infinitamente grande del electrón respecto al núcleo, o a la separación completa del electrón del átomo. Es el llamado estado de ionización. Así, pues, la energía de ionización debe ser igual a $h\nu_\infty$ y puede ser calculada si se conoce la frecuencia de límite de la serie, o sea, ν_∞.

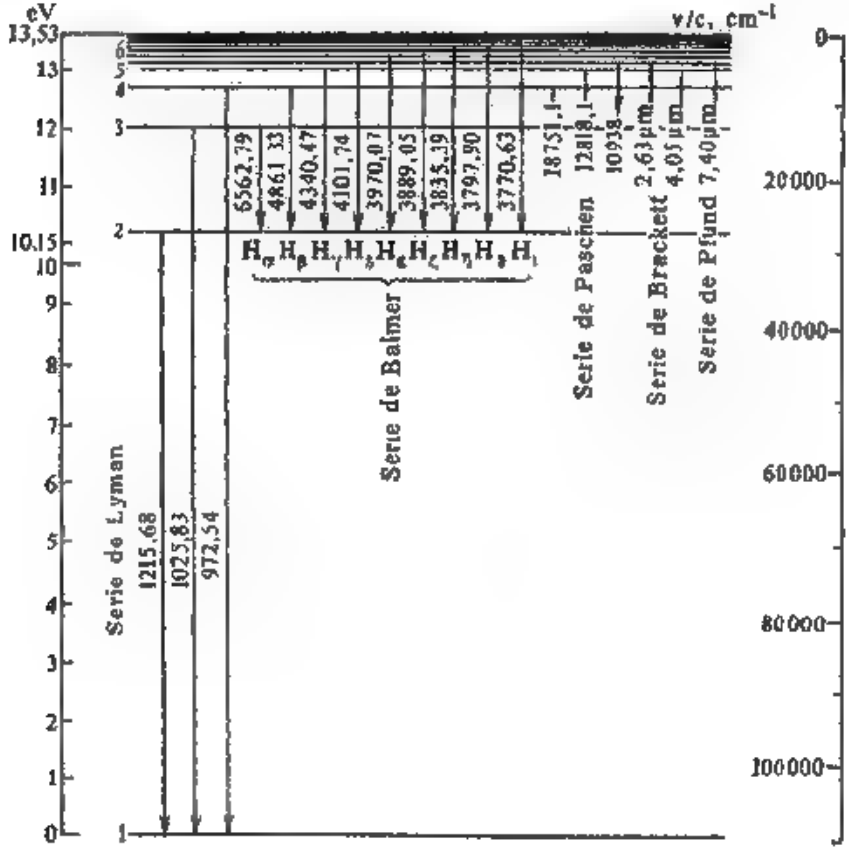


Fig. 38.3. Esquema de los niveles energéticos del átomo de hidrógeno.

La comparación de los resultados de tales cálculos con los datos de las mediciones directas de la energía de ionización, conduce a una coincidencia bastante satisfactoria. Puesto que el electrón separado del átomo puede poseer una energía cinética arbitraria $\mathcal{E}_{cin}$, al ser captado por el ion debe librarse una energía $h\nu_\infty + \mathcal{E}_{cin}$. De acuerdo con el segundo postulado de Bohr, se emitirá una frecuencia

$$\nu = \frac{h\nu_\infty + \mathcal{E}_{cin}}{h} = \nu_\infty + \frac{\mathcal{E}_{cin}}{h}. \qquad (208.6)$$

Con otras palabras, en estas condiciones es posible una radiación de frecuencia mayor que el límite de la serie en *cualquier* valor $\mathcal{E}_{cin}/h$. De esta manera, dicha radiación debe formar un *espectro continuo* adyacente al límite de la serie, como realmente se observa en el experimento.

§ 209. Radiación de resonancia

La absorción de la luz monocromática por los átomos de un vapor o un gas confiere al átomo absorbente determinada reserva de energía. Investigando en qué estado se encuentra el átomo a causa de tal influencia, Wood (1904—1905) realizó el siguiente ensayo (fig. 38.4). Dentro del balón evacuado G se colocó un trozo pequeño de sodio metálico, y el balón se calentó de tal modo que se llenó de vapor de sodio. La luz del mechero en la que se introdujo sal común la cual emite intensamente rayas amarillas D_1 y D_2 de sodio, se dirigía, mediante la lente L, al recipiente G. En la trayectoria de los rayos incidentes, los vapores en el recipiente comenzaban a emitir luz amarilla, cuya investigación espectroscópica mostró que esta también consta de rayas amarillas típicas del espectro de sodio ($\lambda_{D_1} = 589{,}0$ nm y $\lambda_{D_2} = 589{,}0$ nm). Al aumentar la temperatura del recipiente, es decir, al elevar la densidad del vapor, la iluminación se desplaza hacia el lugar de entrada de los rayos, transformándose en una iluminación de una capa superficial fina. Este último fenómeno se determina por el incremento de la absorción de las líneas D_1 D_2 a medida que aumenta la densidad del vapor de sodio, a causa de lo cual la luz excitatriz cesa de penetrar en la profundidad del recipiente. En este caso las rayas D_1 y D_2 se unen.

Wood también observó fenómenos análogos en los vapores de mercurio, con la particularidad de que en este caso la luz excitatriz era una radiación de mercurio con $\lambda = 253{,}7$ nm. Claro que el recipiente para los vapores debe hacerse de cuarzo, y de fuente de excitación ha de servir una raya de mercurio emitida, por ejemplo, por una lámpara de cuarzo de vapores de mercurio que arde en condiciones, en las que la raya excitatriz $\lambda = 253{,}7$ nm es bastante fuerte e intensa (se excluye la absorción de dicha raya por las capas más frías de los va-

pores de Hg que pueden acumularse en la parte periférica de la descarga). También se logra observar la emisión de la segunda línea de Hg con $\lambda = 185{,}0$ nm, la cual es absorbida con mucha más intensidad y cuya observación, por eso, es mucho más difícil.

Más tarde estas observaciones también fueron aplicadas a otros elementos. Indudablemente que el experimento es posible con cualquier sustancia, aunque prácticamente su realización puede complicarse debido a la dificultad de elegir la fuente adecuada de excitación y a causa de la intensa absorción de las rayas correspondientes.

La interpretación del experimento, que condujo a que el fenómeno fuera llamado *radiación de resonancia*, radicaba en las nociones clásicas acerca de la resonancia (coincidencia de los períodos) de la luz excitatriz y el átomo excitado, a causa de lo cual este último comienza a oscilar intensamente y se convierte en una fuente independien-

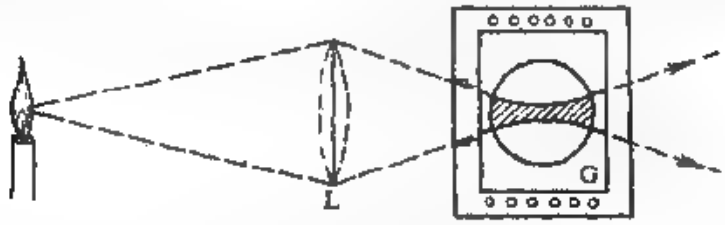


Fig. 38.4. *Esquema de los experimentos relacionados con la excitación de resonancia de los vapores de sodio.*

te de radiación correspondiente. Claro está que son posibles los casos cuando el átomo absorbente transmite su energía a los átomos circundantes antes que la amplitud de su oscilación adquiera un valor considerable, es decir, antes que su radiación de resonancia alcance el valor observado. En este caso ésta escapará de la observación, y el efecto de absorción de la luz se reducirá al calentamiento de todo el gas. Es obvio que tales fenómenos surgirán al existir una interacción fuerte entre los átomos circundantes, por ejemplo, cuando la densidad del vapor es grande o al añadir a éste un gas ajeno de suficiente densidad. En efecto, en estas condiciones la luminancia se debilita en sumo grado e incluso desaparece por completo (*extinción* de la iluminación). Así, si a los vapores de mercurio cuya presión constituye cerca de 0,001 mm Hg y que manifiestan una iluminación de resonancia bien expresada, se añade hidrógeno bajo una presión de 0,2 mm Hg, la intensidad luminosa disminuirá el doble, y con mayor presión del hidrógeno se debilitará relativamente con más intensidad. De modo análogo influyen las adiciones de otros gases, aunque la cantidad necesaria para debilitar la luminancia el doble, depende de la natura.eza del gas que se agrega, lo cual es ilustrado por los datos dados a continuación.

Gas	H_2	O_2	CO_2	H_2O	Ar	He
Presión de la impureza necesaria para reducir el doble la luminosidad de resonancia del Hg, en mm Hg	0,2	0,35	2	4	240	~ 760

Dentro de los márgenes de la teoría de Bohr, la luminosidad de resonancia tiene otra interpretación que en las representaciones clásicas. La absorción de una luz de frecuencia ν ocurre cuando el átomo recibe una cantidad de energía $h\nu$, merced a la cual el mismo pasa a un estado excitado con energía $E_2 = E_1 + h\nu$, donde E_1 es la energía de su estado inicial. Al dejarlo en tranquilidad ese átomo regresará a su estado inicial con menor energía y, por lo tanto, más estable, emitiendo el exceso de energía en forma de radiación, la cual, de acuerdo con el segundo postulado de Bohr tendrá precisamente la frecuencia ν, o sea, poseerá carácter de resonancia. El hecho de que la radiación de resonancia del sodio consta de dos rayas, demuestra que el átomo de este elemento puede existir en dos estados discretos excitados, semejantes en cuanto a su energía (fig. 38.5).

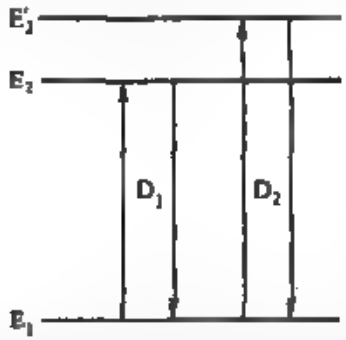


Fig. 38.5. Esquema de los niveles energéticos del átomo de sodio, que aclara la aparición de dobletes en la emisión y la absorción.

El átomo que absorbió la luz permenece en estado excitado durante cierto tiempo. Mediante diversos procedimientos se logró medir ese tiempo, el cual es distinto para cada estado de dicho átomo y claro está que también es distinto para átomos diferentes. En general, este tiempo es aproximadamente igual a 10^{-8} s (a veces un poco mayor). Algunos estados se caracterizan por una estabilidad tan grande que los átomos pueden permanecer en ellos mucho más tiempo, hasta que cualquier influencia exterior no les obligue a abandonar ese estado. Tales estados se denominan estados *metaestables*; como regla, los mismos no emiten luz, ya que la salida de ellos, acompañada de radiación, ocurre relativamente rara vez. No obstante, de modo indirecto desempeñan un papel muy importante, contribuyendo a la acumulación de átomos en tales estados intermedios y haciendo posible la absorción de las longitudes de ondas correspondientes al paso del átomo a un estado de mayor energía. De esta manera se logra observar la ab-

sorción de las líneas correspondientes al paso entre diversos estados del átomo, más altos que el estado fundamental. Experimentos muy diferentes mostraron, por ejemplo, la posibilidad de una excitación *gradual* del átomo, es decir, la posibilidad de una acumulación paulatina de energía en éste, mediante la absorción consecutiva de dos *distintos* cuantos. También se ha descubierto una serie de otros fenómenos parecidos. Todos estos experimentos, realizados por diversos investigadores, resultaron en perfecta concordancia con el proceso general de radiación elaborado a base de los postulados de Bohr.

§ 210. Duración del estado excitado

Más arriba, en el § 158 mencionamos los experimentos de Wien que sirvieron para medir directamente la duración τ de la luminiscencia de los átomos que se hallan en condiciones cuando su irradiación no es alterada por ninguna acción perturbadora.

Los valores de τ obtenidos por este método, que muestran durante qué tiempo la intensidad luminosa disminuye e veces, se adoptaban como medida del amortiguamiento natural del átomo según la ley exponencial $I = I_0 \exp(-t/\tau)$. Además, se suponía que todos los átomos excitados comenzaban su irradiación inmediatamente después de ser excitados, emitiendo continuamente, lo cual significa que la reducción observada de la intensidad luminosa general es el resultado de la reducción paulatina de la intensidad luminosa de cada átomo.

Dentro de los márgenes de las ideas en las cuales se funda la teoría de Bohr, el fenómeno de emisión de luz por un átomo aislado ocurre a causa del paso de un estado estacionario a otro, además, se supone que tal paso ocurre prácticamente al instante. Desde este punto de vista, el debilitamiento paulatino de la luminosidad significa que el átomo excitado puede permanecer cierto tiempo en estado de excitación, hasta que no suceda el acto de transición a otro estado estacionario acompañado de radiación. El propio paso transcurre al instante, pero el tiempo de permanencia del átomo en estado excitado puede ser más o menos duradero.

El fenómeno de emisión de luz tiene carácter de proceso estadístico semejante al fenómeno de desintegración radiactiva. Cada átomo excitado se caracteriza por determinada probabilidad de emisión α, la cual no depende del tiempo que el mismo permaneció en estado excitado. En este caso la variación del número de átomos excitados con el tiempo ha de transcurrir según la ley

$$n = n_0 \exp(-\alpha t), \tag{210.1}$$

donde n_0 es el número de átomos excitados en el momento inicial correspondiente a $t = 0$. El tiempo de existencia en estado excitado para distintos átomos es diferente, pero la duración *media* del estado exci-

tado tiene un valor determinado, a saber: $1/\alpha$. Esta magnitud estadística precisamente se adopta como característica *de la duración* del estado excitado y se designa por $\tau = 1/\alpha$ (véase el ejercicio 214). Puesto que la intensidad de radiación del sistema es proporcional al número de átomos excitados presentes, por lo tanto, la intensidad luminosa también debe disminuir con arreglo a la misma ley exponencial, o sea, según la ley $I = I_0 \exp(-t/\tau)$. De este modo, de las ideas acerca del carácter intermitente de emisión de luz, llegamos a la misma ley de amortiguamiento natural deducida de las ideas clásicas. Pero si el proceso de amortiguamiento clásico caracterizaba cada átomo por separado, en la teoría cuántica ese proceso adquiere sentido estadístico para un conjunto entero de átomos.

Así, según como examinamos el proceso de radiación, partiendo de las ideas clásicas o dentro de los márgenes de las ideas cuánticas, una misma magnitud τ sirve para apreciar *la duración del proceso de radiación* (arrastre de radiación) del átomo o para estimar *la duración de su estado excitado* (retraso de radiación).

Además del método de Wien existen otros procedimientos de determinación directa de la magnitud τ.

§ 214. Procesos radiactivos en la teoría cuántica del átomo. Deducción de la fórmula de Planck según Einstein

Hasta ahora no hemos examinado la interpretación cuántica de las regularidades referentes a las intensidades de las rayas espectrales. La coincidencia de las frecuencias de algunas rayas de emisión y absorción tiene en la teoría cuántica una explicación simple: tales rayas se atribuyen a las transiciones entre un mismo par de niveles. Sin embargo, la cuestión de si existe alguna relación entre la magnitud del factor de absorción y la intensidad de la raya de emisión de la misma frecuencia, no halló respuesta. El experimento muestra que las intensidades de las rayas en el espectro de radiación de un mismo átomo pueden diferenciarse decenas y centenares de veces, además, en diversas fuentes, de distinta manera. Por ejemplo, en el espectro luminoso de una lámpara de descarga de gases de sodio, además de las rayas amarillas D ($\lambda = 589{,}0$ y $589{,}6$ nm) hay una gran cantidad de otras rayas, mientras que en la llama de un mechero de gas se excitan casi solo las rayas D. Y viceversa, existen rayas para las cuales la relación de sus intensidades es prácticamente igual en todas las fuentes luminosas.

En 1916, con motivo del análisis del problema de la radiación térmica de equilibrio, Einstein complementó la teoría cuántica de Bohr mediante la descripción cuantitativa de los procesos de absorción y emisión de luz. Las nuevas ideas y conceptos introducidos por Einstein han conservado por completo su valor hasta hoy día y sirven de base para el análisis teórico de la mayoría de los problemas referentes a la intensidad de las rayas de emisión y absorción.

Examinemos un gas que consta de átomos iguales. Cada uno de éstos, de acuerdo con los postulados de Bohr, puede hallarse en estados estacionarios que enumeramos (1, 2, . . ., i, . .) en orden de aumento de la energía interna ($E_1, E_2, \ldots, E_i$) perteneciente a esos estados. El gas elemental lo caracterizaremos por un número promedio de átomos N_i que se hallan en estado i y que poseen una energía E_i. Este número de átomos con frecuencia se denomina *densidad de población del nivel* i.

Conforme a lo expuesto anteriormente, los postulados de Bohr permiten calcular las frecuencias de las rayas espectrales si se conocen las energías de los estados estacionarios del átomo. A su vez, dichos postulados dejan sin aclarar la cuestión acerca de la relación de los valores de las energías de los estados estacionarios con las peculiaridades de la estructura interior del átomo, o sea, el número de electrones que posee, su interacción entre sí y con el núcleo, etc. Este problema halló su resolución en la mecánica cuántica que adquirió validez en los años 20 durante el desarrollo ulterior de las ideas cuánticas.

Los valores de las energías E_i, como ya fue señalado, se determinan por la estructura interior del átomo y en lo sucesivo se considerarán establecidos. En lo que se refiere a las densidades de población, éstas dependen de las condiciones exteriores respecto al átomo. Si, por ejemplo, el gas se encuentra en estado de equilibrio termodinámico a temperatura T, las densidades de población se determinarán mediante el principio de Boltzmann

$$N_i/N_j = (g_i/g_j) \exp [-(E_i - E_j)/kT], \qquad (211.1)$$

donde g_i es *el peso estadístico* o la multiplicidad del estado i[*]). En condiciones desequilibradas, pero invariables con el tiempo, las densidades de población pueden calcularse si se conoce la duración τ_i del estado i (véase § 210) y el número de actos de excitación W_i de los átomos en estado i por unidad de tiempo la llamada *probabilidad de excitación* por unidad de tiempo), a saber:

$$N_i = W_i \tau_i. \qquad (211.2)$$

Por lo visto, la relación (211.2) significa la igualdad del número de actos de excitación (W_i) y del número de actos de salida del estado i (N_i/τ_i) por unidad de tiempo. La magnitud W_i depende de las peculiaridades del procedimiento de ejecución de la excitación del átomo. Esto puede ser el choque de éste con un electrón en la descarga de gas acompañada de la trasmisión de la energía del movimiento de traslación a los grados interiores de libertad del átomo, o bien de la adquisición de energía por el átomo durante la disociación de la molé-

[*]) Véase *D. V. Sivujin*, Curso de física general, volumen II, «Naúka», 1975 (en ruso).

cula, o bien de la reacción química cuyos productos resultan en estado excitado, etc. Con algunos procedimientos de excitación trabaremos conocimiento más tarde (véanse § 212 y cap. 39 y 40). En el presente párrafo se supone que las densidades de población también son magnitudes conocidas establecidas.

Supongamos que el átomos, por una u otra causa, se halla en estado excitado m. Si se aísla por completo de las influencias ulteriores cualesquiera que sean, el mismo, sin embargo, experimentará el paso a uno de los estados (n) que posee menos energía E_n, y en este caso se emitirá un fotón con frecuencia $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$ Tal proceso se denomina *emisión espontánea* de luz, y las transiciones correspondientes del átomo, *transiciones espontáneas*.

Las causas de la emisión espontánea son aclaradas por la electrodinámica cuántica, mientras que en la teoría de Bohr es un hecho que se utiliza para exilicar y describir los datos experimentales.

Supongamos que los procesos de excitación garantizan una densidad de población de los estados excitados, invariable en función del tiempo. Esto significa que en lugar de los átomos que experimentaron transiciones espontáneas, llegan átomos nuevos, y el gas en total crea una radiación con cierta potencia media constante. Para pasar entre ciertos niveles determinados m y n, la potencia media de la radiación espontánea Q^{esp}_{mn} es proporcional a la energía del fotón correspondiente $\hbar\omega_{mn}$ y a la densidad de población N_m del nivel m superior para dicha transición, es decir, que posee mayor energía:

$$Q^{esp}_{mn} = A_{mn}\hbar\omega_{mn}N_m. \qquad (211.3)$$

El coeficiente A_{mn} de dimensión s^{-1} es la característica de la transición examinada $m \to n$ y se denomina *primer coeficiente de Einstein* o *coeficiente de Einstein para la emisión espontánea*. La magnitud

$$z^{esp}_{mn} = Q^{esp}_{mn}/\hbar\omega_{mn} = A_{mn}N_m \qquad (211.4)$$

es, por lo visto, el número de transiciones $m \to n$ que sucedan por unidad de tiempo a causa de la emisión espontánea de los fotones $\hbar\omega_{mn}$. Por lo tanto se puede decir que A_{mn} es el número de transiciones por unidad de tiempo a razón de un átomo en el nivel m superior para dicha transición. Por eso A_{mn} se denomina con frecuencia *velocidad* o *probabilidad de la transición espontánea* $m \to n$.

Si del estado m el átomo puede pasar *sólo* al estado n, la potencia Q^{esp}_{mn}, por lo visto, es igual a la energía $\hbar\omega_{mn}N_m$ dividida por la duración τ_m del estado m. En este caso $A_{mn} = 1/\tau_m$. Pero si del estado m son posibles los pasos a varios estados l ($E_l < E_m$), entonces $\sum_l A_{ml} = 1/\tau_m$, y la magnitud $A_{ml}\tau_m$ caracteriza la parte del número general de transiciones del estado m que constituyan las transiciones $m \to l$.

De la relación (211.3) se deduce que respecto a la potencia de la emisión espontánea se puede dividir estrictamente el papel de las condiciones exteriores en las cuales se encuentran los átomos expresados por el número de átomos excitados N_m, y el papel de la estructura interior del átomo que determina la magnitud del coeficiente A_{mn}. Por eso se puede decir que A_{mn} sirve de característica atómica de la emisión espontánea del fotón al pasar de $m \to n$, por analogía a cómo la energía E_n caracteriza los estados estacionarios del átomo en la teoría de Bohr.

La cuestión de la relación entre los coeficientes A_{mn} y la estructura interior del átomo sale fuera de los márgenes de la teoría de Einstein. Este problema ha sido aclarado del todo por la mecánica cuántica, y los métodos establecidos por ésta permiten calcular los valores de A_{mn} prácticamente para cualquier transición partiendo de las propiedades de los niveles m y n. A continuación se citan, a título de ejemplo, los coeficientes A_{mn} para algunas rayas del hidrógeno simple (series de Lyman L y Balmer H):

Símbolo de la raya	L_α	L_β	L_γ	H_α	H_β	H_γ	H_δ
Longitud de onda λ, nm	121,6	102,6	97,3	656,3	486,1	434,0	410,2
Coeficiente de Einstein A_{mn}, 10^8 s^{-1}	4,68	0,55	0,13	0,44	0,084	0,025	0,0097

En la mayoría de los experimentos que se examinaron antes respecto a la argumentación experimental de la teoría de Bohr, nos enfrentamos precisamente con la emisión espontánea de la luz. Así mismo ocurre en muchas fuentes modernas: arcos eléctricos, llamas, tubos de descarga de gas, etc.*). Dirijamos la luz de la fuente a un dispositivo espectral y midamos la intensidad de la raya espectral correspondiente a la transición $m \to n$. De las condiciones geométricas del experimento es fácil calcular la parte de la potencia general Q_{mn}^{esp} que cae sobre el receptor de la radiación y, según el valor medido de la intensidad de la raya, determinar Q_{mn}^{esp}. Si de algunos razonamientos se conoce la densidad de población N_m, entonces, mediante (211.3) se puede hallar el coeficiente de Einstein A_{mn}. También existe una serie de otros métodos de medición de este coeficiente.

La relación (211.3) permite explicar los resultados de las observaciones antes mencionadas. Compongamos la relación de las intensidades de dos rayas espectrales correspondientes a las transiciones $m \to n$ y $k \to l$:

$$Q_{mn}^{esp}/Q_{kl}^{esp} = \frac{\omega_{mn}}{\omega_{kl}} \frac{A_{mn}}{A_{kl}} \frac{N_m}{N_k}.$$

*) A veces resulta también importante el hecho de que la luz emitida por las capas profundas de la fuente es absorbida parcialmente por las capas exteriores.

La relación de las densidades de población N_m/N_k de los niveles m y k puede variar dentro de límites muy amplios según las condiciones que se realizan en las fuentes luminosas. Por eso se pueden decir que la diferencia de distribución de las intensidades con arreglo a las rayas espectrales en diversas fuentes luminosas se determina por la diferencia de distribución de los átomos excitados según los niveles. Por el contrario, si las rayas espectrales comparables corresponden a las transiciones de un mismo nivel superior, la relación de sus intensidades será igual para todas las condiciones y todas las fuentes luminosas (además, véase la nota anterior).

En el capítulo 28 se examinó detalladamente otro proceso de radiación: la absorción de la luz. En la descripción cuántica la absorción se relaciona con la transición del átomo de un estado energéticamente inferior al superior, y las frecuencias de los fotones absorbentes constituyen $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$.

Escribamos la potencia Q_{mn}^{abs} absorbida por unidad de volumen de gas a consecuencia de las transiciones $n \to m$, de la forma análoga a (211.3): la magnitud Q_{mn}^{abs} es proporcional a $\hbar\omega_{mn}$, a la densidad de población del estado inicial N_n y a la densidad espectral de la radiación $u(\omega_{mn})$:

$$Q_{mn}^{abs} = B_{nm}\,\hbar\omega_{mn} N_n u(\omega_{mn}). \qquad (211.5)$$

El coeficiente de proporcionalidad B_{nm} se denomina *segundo coeficiente de Einstein o coeficiente de Einstein para la absorción*. Ya que $[N_n] = \mathrm{cm}^{-3}$, $[u(\omega)] = \mathrm{J \cdot cm^{-3} \cdot s}$, la dimensión del coeficiente B_{nm} es $[B_{nm}] = \mathrm{J^{-1} cm^3 s^{-1}}$. La relación

$$Z_{mn}^{abs} = Q_{mn}^{abs}/\hbar\omega_{mn} = B_{nm}\,u(\omega_{mn})\,N_n, \qquad (211.6)$$

es el número de transiciones $n \to m$ que se realizan por unidad de volumen y unidad de tiempo y que van acompañadas de la absorción de los fotones $\hbar\omega_{mn}$. El producto de $B_{nm}\,u(\omega_{mn})$, de dimensión $\mathrm{s^{-1}}$, desempeña un papel análogo a A_{mn}, o sea, determina el número de esas transiciones por unidad de tiempo para un átomo en estado n. Por eso B_{nm} se denomina con frecuencia *probabilidad de absorción* por unidad de tiempo. Tanto el coeficiente B_{nm}, como A_{mn}, son la característica de dicha transición, que depende sólo de las propiedades del átomo, pero no de las condiciones exteriores. Además, Einstein demostró que A_{mn} y B_{nm} son proporcionales entre sí (véase más abajo).

Además de la emisión espontánea y la absorción, Einstein introdujo la noción acerca de otros proceso de radiación, a saber: *la emisión inducida* (o *forzada*). La emisión inducida, a diferencia de la espontánea, consiste en la emisión de un fotón bajo el influjo de un campo electromagnético exterior; el átomo que se halla en un estado más elevado, desde el punto de vista energético (E_m), pasa al estado de menor energía (E_n) y se emite un fotón con frecuencia $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$. La energía emitida a causa de las transiciones forzadas, y

su número por unidad de volumen y unidad de tiempo se escriben de modo análogo a (211.5) y (211.6):

$$Q_{mn}^{ind} = B_{mn}\, \hbar\omega_{mn} N_m u(\omega_{mn}), \tag{211.7}$$

$$Z_{mn}^{ind} = Q_{mn}^{ind}/\hbar\omega_{mn} = B_{mn} u(\omega_{mn})\, N_m. \tag{211.8}$$

El valor de B_{mn} se denomina *coeficiente de Einstein para la emisión forzada* (inducida). Si el campo está ausente ($u(\omega_{mn}) = 0$) no tendrán lugar las transiciones forzadas. De esta manera, el campo exterior provoca transiciones acompañadas tanto de absorción como de emisión de fotones.

La existencia de transiciones forzadas y emisión inducida se deduce directamente de una serie de hechos experimentales y razonamientos teóricos. Einstein demostró que los postulados de Bohr no están en desacuerdo con las leyes de radiación térmica estrictamente establecidas, sólo si se toman en consideración las transiciones forzadas. Citaremos la deducción de la fórmula de Planck según Einstein.

Sea que el gas simple se halla en un volumen cerrado en condiciones isotérmicas. En este mismo volumen está presente naturalmente, el campo electromagnético condicionado por la radiación térmica. Como se aclaró en el cap. 36, el sistema sujeto a examen, que consta de gas y radiación térmica permanecerá en equilibrio termodinámico si el gas y la radiación tienen la misma temperatura, entonces los átomos se someten a la distribución de Maxwell — Boltzmann, y la radiación, a la fórmula de Planck. Sin embargo, el equilibrio termodinámico del referido sistema no significa que la energía de cada átomo de gas se conserva invariable. Entre los átomos y el campo se realiza un intercambio continuo de energía. Los átomos emiten y absorben fotones, pasando de unos estados a otros, también tiene lugar el intercambio de impulsos del átomo y el campo: el impulso varía en el transcurso de la emisión y la absorción del fotón (véase § 184). Entre los átomos de gas también se efectúa un intercambio de impulsos y energía al chocar entre sí. Sin embargo, ni uno de esos procesos altera el equilibrio termodinámico del sistema en total, ni tampoco las leyes correspondientes a éste, relacionadas con la distribución de los átomos según las energías y velocidades, así como la distribución de la energía de radiación según el espectro.

Lo dicho significa que la potencia de radiación absorbida por el gas al pasar de $n \to m$, debe ser igual a la potencia emitida durante las transiciones inversas (inducidas y espontáneas). La realización de dicha condición asegura la invariabilidad tanto de la densidad espectral de la energía de radiación (para la frecuencia ω_{mn}), como del número promedio de átomos en estados m, n. Así, pues, en estado de equilibrio termodinámico debe cumplirse la igualdad

$$Q_{nm}^{abs} = Q_{mn}^{esp} + Q_{mn}^{ind} \quad \text{o bien}$$

$$Z_{nm}^{abs} = Z_{mn}^{esp} + Z_{mn}^{ind}. \tag{211.9}$$

Designemos por $u_{\omega_{mn},T}$ la densidad espectral de la radiación térmica. En virtud de las relaciones (211.4), (211.6), (211.8), de (211.9) se deduce que

$$B_{nm}N_n u_{\omega_{mn},T} = A_{mn}N_m + B_{mn}N_m u_{\omega_{mn},T}. \tag{211.10}$$

Nuestra tarea consiste en deducir la fórmula de Planck partiendo de la teoría de Einstein. Por eso (211.10) ha de ser considerada como una ecuación respecto a $u_{\omega_{mn},T}$. La energía luminosa debe estar distribuida en el espectro de tal modo que se cumpla la condición de equilibrio entre el gas y la radiación (211.10). De esta condición hallemos

$$u_{\omega_{mn},T} = \frac{A_{mn}/B_{mn}}{B_{nm}N_n/B_{mn}N_m - 1}. \tag{211.11}$$

El estado de equilibrio termodinámico de las densidades de población de los niveles se determina mediante la distribución de Boltzmann (211.1), debido a lo cual la expresión (211.11) puede adquirir la forma

$$u_{\omega_{mn},T} = \frac{A_{mn}/B_{mn}}{(g_n B_{nm}/g_m B_{mn})\exp(\hbar\omega_{mn}/kT) - 1}, \tag{211.12}$$

con la particularidad de que la diferencia $E_m - E_n$ se sustituye, de acuerdo con la fórmula de Bohr, por la energía del fotón $\hbar\omega_{mn}$. La relación obtenida satisface la segunda ley de Wien (200.1), conforme a la cual la temperatura puede figurar sólo en la combinación de ω/T.

Recordemos que la densidad espectral de la radiación de equilibrio (como se ha subrayado en el § 196) debe representar una función de la frecuencia y temperatura universal, es decir, no puede depender de las propiedades de un sistema concreto de absorción y emisión. Por eso A_{mn}/B_{mn} y B_{nm}/B_{mn} deben tener determinados valores universales. Para hallar estos últimos utilizaremos la ley de Rayleigh—Jeans (201.1), la cual es confirmada por las mediciones si las longitudes de ondas λ y la temperatura T son bastante grandes (o sea, $\lambda \gg \lambda^*_{máx} = 0.51/T$, véanse §§ 200, 201). Precisamente para las condiciones indicadas $\exp(\hbar\omega_{mn}/kT) \approx 1 + \hbar\omega_{mn}/kT$, la comparación de las relaciones (211.12) y (201.1) también nos conduce a las fórmulas *)

$$g_n B_{nm} = g_m B_{mn}; \quad A_{mn} = \frac{\hbar\omega^3_{mn}}{\pi^2 c^3} B_{mn}; \tag{211.13}$$

$$u_{\omega_{mn},T} = \frac{\hbar\omega^3_{mn}}{\pi^2 c^3}[\exp(\hbar\omega_{mn}/kT) - 1]^{-1}. \tag{211.14}$$

Por último, como nuestros razonamientos son aplicables a cualquier transición, la frecuencia ω_{mn} en (211.14) puede sustituirse por un va-

*) Es necesario tomar en consideración las igualdades $\varepsilon_{\nu,T} = 4\varepsilon_{\omega,T}$, $2\pi u_{\omega,T} = u_{\nu,T}$.

lor arbitrario de a, después de lo cual la relación (211.14) resulta coincidente con la fórmula de Planck.

Si en los cálculos no se toma en consideración la emisión forzada, como es fácil de comprobar, llegaremos a la fórmula de tipo (211.14), pero sin la unidad en el denominador. Por lo tanto, la teoría de Einstein no contradice las leyes de radiación térmica, sólo si se admite la existencia de emisión forzada. Pero si se adopta el postulado de esa emisión, entonces la relación (211.14) puede ser examinada desde otro punto de vista. Si $\hbar\omega \gg kT$, entonces la unidad puede ser menospreciada en comparación con $\exp(\hbar\omega/kT)$; desde el punto de vista físico esto significa que para conservar el equilibrio termodinámico prácticamente es suficiente una emisión espontánea, ya que la emisión forzada es mucho menor que la absorción y no tiene mucha importancia, puesto que hay pocos átomos altamente excitados para la mencionada relación entre la temperatura y la frecuencia. Por el contrario, en la zona del espectro de ondas largas, donde es aplicable la ley aproximada de Rayleigh—Jeans ($\hbar\omega \ll kT$), los números de transición que suceden con radiación forzada y absorción de fotones, son casi iguales.

Así, basándose en las leyes generales de radiación térmica, confirmadas con seguridad por los experimentos, así como en las nuevas interpretaciones cuánticas de los procesos de emisión y absorción de la luz, Einstein dedujo la fórmula de Planck y de esto modo demostró que la teoría cuántica recién establecida en aquel entonces, se hallaba en concordancia con uno de las leyes fundamentales de la física.

Las relaciones (211.13) establecidas por Einstein, entre los coeficientes A_{mn}, B_{nm} y B_{mn}, tienen un carácter completamente común y son aplicables a cualquier sistema cuantico (átomos, moléculas, iones, etc). Aunque en el curso de los razonamientos hemos hablado de los átomos pero de hecho se tenía en cuenta sólo la existencia de estados estacionarios con valores discretos de energía. Claro está que las ideas acerca de los tres procesos de radiación también son aplicables a las fuentes que no se encuentran en estado de equilibrio termodinámico.

De las relaciones de Einstein (211.13) es fácil deducir que, siendo iguales las demás condiciones, la absorción es más intensa en las líneas espectrales para las que el valor del coeficiente A_{mn} es mayor. En el caso, por ejemplo, de la serie de Balmer en el espectro del hidrógeno simple (fig. 38.1 y 38.3), la absorción debe ser más débil en los términos mayores de la serie, ya que para ellos, de acuerdo con los datos citados anteriormente, los coeficientes A_{mn} son menores. Las relaciones (211.13) son confirmadas por las mediciones sin cualquier excepción. Por eso, al medir los coeficientes de absorción y basándose en (211.13), se pueden determinar los valores numéricos de los primeros coeficientes de Einstein A_{mn}.

Antes se señaló reiteradas veces que la luz emitida por los átomos no es estrictamente monocromática y consta de componentes espectrales que se encuentran en cierto intervalo de frecuencias, el cual tiene una anchura finita determinada (véase § 158). Todo lo expuesto en el presente parágrafo se refiere a la llamada intensidad total de la raya espectral, es decir, a la suma de todas sus componentes monocromáticas. Si se emplea un dispositivo espectral de suficiente poder resolutivo, entonces también es posible medir la densidad espectral de la radiación dentro de la raya o, como se dice, *el contorno de la raya espectral*.

Para la descripción cuantitativa del contorno de la raya de la emisión espontánea, es necesario componer la expresión para la potencia $q_{mn}^{esp}(\omega)\,d\omega$ emitida por unidad de volumen en las transiciones espontáneas $n \to m$ de los átomos, y la cual corresponda al intervalo espectral $d\omega$:

$$q_{mn}^{esp}(\omega)\,d\omega = \hbar\omega N_m a_{mn}(\omega)\,d\omega. \qquad (211.15)$$

La magnitud $a_{mn}(\omega)$ se denomina *densidad espectral del primer coeficiente de Einstein* y describe el contorno de la raya y se halla relacionada con A_{mn} mediante la expresión

$$\int a_{mn}(\omega)\,d\omega = A_{mn}. \qquad (211.16)$$

Pasemos a la cuestión acerca del contorno de la banda de absorción. Para su medición es necesario iluminar el gas absorbente con una luz monocromática, o bien, efectuar la descomposición espectral de la luz que pasó a través de ese gas (lo que, desde el punto de vista físico, es equivalente) y observar ciertas componentes monocromáticas. De modo análogo se investiga el contorno de la raya de la emisión forzada. De acuerdo con esto se examina la potencia absorbida e inducida por unidad de volumen en el intervalo de frecuencias $d\omega$ al pasar de $n \to m$ y de $m \to n$ respectivamente:

$$q_{nm}^{abs}(\omega)\,d\omega = \hbar\omega N_n b_{nm}(\omega)\,u(\omega)\,d\omega;\quad \int b_{nm}(\omega)\,d\omega = B_{nm}; \qquad (211.17)$$

$$q_{mn}^{ind}(\omega)\,d\omega = \hbar\omega N_m b_{mn}(\omega)\,u(\omega)\,d\omega;\quad \int b_{mn}(\omega)\,d\omega = B_{mn}. \qquad (211.18)$$

Aquí $u(\omega)\,d\omega$ es la energía de radiación monocromática en la que se hallan los átomos.

Un análisis más detallado muestra que las funciones $g_{mn}(\omega)$, $b_{mn}(\omega)$ y $b_{nm}(\omega)$ están ligadas entre sí mediante relaciones semejantes a (211.13):

$$g_n b_{nm}(\omega) = g_m b_{mn}(\omega);\quad a_{mn}(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} b_{mn}(\omega). \qquad (211.19)$$

Si la frecuencia media de la línea supera en sumo grado su anchura, entonces, dentro de los límites de esta última, el factor ω^3 puede considerarse prácticamente constante. En este caso, por consiguiente, las bandas de absorción de la emisión forzada y espontánea tienen contornos similares.

Esta deducción de la teoría se confirma experimentalmente sólo para intensidades luminosas relativamente pequeñas. Resulta que para campos bastante potentes sólo se cumple la proporcionalidad de $a_{mn}(\omega)$ y $b_{mn}(\omega)$, mientras que $a_{mn}(\omega)$, hablando en general, no es proporcional a $b_{mn}(\omega)$. La explicación de este importante fenómeno radica fuera de los márgenes de nuestro curso de física general, sólo señalaremos que el grado de infracción de la igualdad $g_n b_{nm}(\omega) = g_m b_{mn}(\omega)$ depende de muchas circunstancias (de la composición espectral de la radiación, de su potencia, de la duración de los estados n y m, etc.) y puede resultar considerable a potencias relativamente pequeñas, del orden de 10^{-6} W/cm^2.

Las ondas emitidas a causa de las transiciones inducidas poseen, como mostró Einstein la siguiente peculiaridad importante: su *frecuencia*, *fase*, *dirección de propagación* y *estado de polarización* son equivalentes a los de la radiación que provocó las transiciones. Con otras palabras, los fotones emitidos por la inducción no se distinguen de los incidentes sobre los átomos, y el papel de la radiación inducida sólo se reduce al aumento de la amplitud del campo.

La propiedad señalada de la emisión inducida es esencial para comprender la relación entre el factor de absorción y las probabilidades de absorción y emisión antes introducidas. La investigación de la absorción de la luz en cualquier sustancia consiste en la comparación de la intensidad de la luz que pasó a través de dicha sustancia, con la intensidad de la radiación incidente sobre esta última. Si en la sustancia se hallan átomos excitados, entonces, además de las transiciones relacionadas con la absorción de fotones, también sucederán transiciones inducidas. Como ya fue señalado, los fotones emitidos por la inducción no se diferencian de los de la luz incidente, es decir, las transiciones forzadas compensan parcialmente la reducción de fotones en el haz que ha pasado, motivada por las transiciones de absorción.

Expresemos los referidos razonamientos en forma de relación cuantitativa. Supongamos que sobre la sustancia incide un flujo de fotones con direcciones aproximadamente iguales (haz de rayos paralelos). En este caso las densidades espectrales de la energía y su flujo se relacionarán del siguiente modo:

$$I(\omega) = cu(\omega).$$

Separemos en el medio una capa de grosor dx, orientada perpendicularmente al flujo incidente. A causa de las transiciones $u \to m$ acom-

pañadas de absorción de la luz, el flujo a lo largo de la capa disminuye en

$$q_{mn}^{abs}(\omega)\,dz = \frac{1}{c}\hbar\omega N_n b_{nm}(\omega)\,I(\omega)\,dz.$$

Como resultado de las transiciones inversas $m \to n$, la emisión inducida incrementará el flujo (en la misma capa) en

$$q_{nm}^{ind}(\omega)\,dz = \frac{1}{c}\hbar\omega N_m b_{mn}(\omega)\,I(\omega)\,dz.$$

De este modo, la variación sumaria del flujo después de pasar la capa es igual a

$$dI(\omega) = -\frac{\hbar\omega}{c}[N_n b_{nm}(\omega) - N_m b_{mn}(\omega)]\,I(\omega)\,dz.$$

A su vez, la variación del flujo se puede expresar mediante el factor de absorción

$$dI(\omega) = -\alpha(\omega)\,I(\omega)\,dz.$$

Comparando las dos últimas relaciones hallamos

$$\alpha(\omega) = \frac{\hbar\omega}{c}[N_n b_{nm}(\omega) - N_m b_{mn}(\omega)] =$$
$$= {}^1/_4\lambda^2 a_{mn}(\omega)\,g_m\,[N_n/g_n - N_m/g_m]. \qquad (211.20)$$

Las expresiones (211.20) establecen la relación entre el coeficiente de absorción medido directamente y los coeficientes de Einstein. En el cálculo realizado se tomaron en consideración sólo las transiciones entre dos estados m y n. El factor total de absorción, condicionado por las transiciones entre todos los estados del átomo, es igual a la suma de las expresiones de tipo (211.20).

Conforme a los razonamientos cualitativos acerca del papel de las transiciones forzadas, los átomos excitados disminuyen el valor del factor de absorción. Con algunas manifestaciones experimentales de esta circunstancia nos hemos encontrado antes, al discutir la dispersión negativa (véase § 156) y los ensayos de Vavilov dedicados a la dependencia entre el factor de absorción y la intensidad de la luz (véase § 157).

Más arriba se examinaron muchas veces las diversas causas físicas que determinan la nomonocromaticidad de la luz emitida por los átomos y moléculas (véanse §§ 4, 14, 22, 158, 210). Debido a las perturbaciones estadísticas no regulares que experimenta el átomo emisivo por parte de las demás partículas del medio, la radiación representa una secuencia de trenes de onda incoherentes entre sí y que se diferencian por su amplitud, fase y frecuencia. El análisis de los trenes de onda, basado en el teorema de Fourier, permite calcular el contorno de la raya (véase § 22), es decir, aclarar en

cada caso concreto el tipo de dependencia entre la densidad espectral de los coeficientes de Einstein y la frecuencia.

Examinemos la interpretación de las modulaciones de amplitud, frecuencia y fase de la radiación dentro de los márgenes de las nociones cuánticas. Señalemos en primer lugar, que la causa general del ensanchamiento de las rayas espectrales está relacionada con las transiciones espontáneas. Merced a estas últimas, la duración de los estados excitados, y, por consiguiente, de los trenes de onda es limitada. En resumen, las transiciones espontáneas conducen por sí mismo al ensanchamiento de la raya, con la particularidad de que $a_{mn}(\omega)$ tiene el aspecto (compárese con (22.13))

$$a_{mn}(\omega) = A_{mn}\frac{\Gamma/\pi}{(\omega-\omega_{mn})^2+\Gamma^2}. \qquad (211.21)$$

Un análisis más detallado de la función de tipo (211.21) se ha hecho en el §§ 22, por eso no lo repitiremos. Sólo indicaremos que la semianchura Γ, conforme a la teoría cuántica, está ligada a la duración de los estados m, n mediante la relación

$$\Gamma = {}^1/_2(1/\tau_m + 1/\tau_n), \qquad (211.22)$$

es decir, se determina por la duración de ambos estados.

El ensanchamiento de las rayas, condicionado por la interacción de los átomos emisivos con el medio, depende en sumo grado de las propiedades de ese medio y tiene un carácter completamente diferente en los gases, líquidos y sólidos. Examinemos un caso relativamente simple de los gases rarificados, donde la interacción ocurre en el transcurso de colisiones relativamente breves, cuya duración es mucho menor que el tiempo de recorrido libre. En estas condiciones la radiación, por lo visto, tendrá el aspecto de trenes sucesivos, además, su duración es determinada por los procesos en el momento de choque.

Si, como resultado de las colisiones, el átomo abandona los niveles m, n (colisiones inelásticas), la duración de los trenes se reduce, y serán válidas las fórmulas (211.21) y (211.22), con la particularidad de que por τ_m y τ_n debe entenderse la duración de los estados m y n reducidos a causa de los choques. Para la interpretación de la modulación de fase de la radiación, es necesario tomar en consideración el hecho de que durante la colisión, las energías de los estados estacionarios y la frecuencia ω_{mn} varían algo. A causa de tal variación de la frecuencia, se produce un desfasaje complementario en el transcurso de la colisión, es decir, las fases de la radiación antes y después del choque resultan distintas. En resumidas cuentas, la radiación se divide en trenes de duración determinada por el tiempo τ, en el transcurso del cual la referida «intermitencia» aleatoria de la fase alcanza un valor del orden de π. Como se mostró en el § 22, la modulación de fase de la radiación también conduce a la expresión

para el contorno de la raya de tipo (211.21), con la particularidad de que $\Gamma = 1/\tau$.

En el caso examinado del gas rarefícado, el contorno de la raya puede estar muy ensanchado a causa del efecto Doppler motivado por el movimiento térmico de los átomos. Si se toma en consideración sólo el ensanchamiento Doppler, entonces, de acuerdo con la relación (22.17)

$$a_{mn}(\omega) = A_{mn}\left(\sqrt{\pi}\,\Delta\omega_D\right)^{-1}\exp\left[-(\omega-\omega_{mn})^2/(\Delta\omega_D)^2\right];$$
$$\Delta\omega_D = \omega_{mn}\overline{v}/c; \quad \overline{v} = \sqrt{2kT/m_a}, \tag{211.23}$$

donde m_a es la masa atómica.

En dependencia de las condiciones exteriores y las propiedades del átomo radiante, puede predominar una u otra causa de ensanchamiento. Para presiones bastante bajas, el papel principal lo desempeña el ensanchamiento Doppler: en la zona visible del espectro $\Delta\omega_D \approx 10^{10}\ s^{-1}$ ($T = 500$ K, masa atómica 20). La anchura natural por lo general es mucho menor ($\sim 10^8\ s^{-1}$). Por esta razón, para su estudio, Wien empleó precisamente un haz atómico a título de fuente luminosa (rayos positivos, véase § 158). Está claro que el ensanchamiento a causa de las colisiones inelásticas y la modulación de fase aumenta con el incremento de la presión, puesto que en este caso se reduce el tiempo de recorrido libre. Por lo general, el ensanchamiento debido a las colisiones se hace notorio para presiones que superan 10 mm Hg, y comienza a predominar a presiones del orden de una atmósfera.

De esta manera, lo expuesto en los párrafos 207—211 nos convence de que todo el conjunto de datos espectroscópicos acerca de la posición, la intensidad y el contorno de las rayas halla explicación completa dentro de los márgenes de la teoría cuántica.

§ 212. Luminosidad excitada por el calentamiento

La teoría cuántica permite interpretar claramente los numerosos experimentos de la luminosidad excitada en los vapores introducidos en la llama de un mechero de gas.

Introduzcamos en la llama incolora del mechero Bunsen vapores de cualquier metal; por ejemplo, impregnemos un pedazo de asbesto con solución de cloruro de estroncio e introduzcamos esta mecha en la llama del mechero. La llama adquirirá color rojo y la observación mediante el espectroscopio revelará la presencia de la raya de estroncio, de $\lambda = 689{,}2$ um. En este caso no se revela ni la raya de cloro ni otras rayas de estroncio. En general, en la llama se pueden excitar sólo algunas rayas de ciertos metales. La explicación de esto hay que buscarla en las cantidades de energía que pueden ser suministradas al átomo durante las colisiones con las partículas que constituyen

la llama (átomos, moléculas, iones, electrones). La llama del mechero Bunsen se caracteriza por una temperatura de unos 2000 K. La energía cinética media de las partículas en estas condiciones es pequeña y sólo constituye unos 0,20 eV. En la llama con una temperatura de 2000 K hay cierta cantidad de partículas cuya energía cinética supera considerablemente la energía media, ya que las velocidades se hallan distribuidas caóticamente entre las partículas. Sin embargo, según la ley de distribución de las velocidades (ley de Maxwell), el número de partículas dotadas de velocidades mucho mayores que la promedia, disminuye con rápidez a medida que se aleja el valor medio. Por eso el número de partículas cuya energía cinética es superior a 2—3 eV, resulta tan insignificante que prácticamente es difícil esperar la irradiación de los átomos cuyo potencial de excitación supera esos valores.

Tabla 38.2. Longitudes de ondas y potenciales de excitación de algunos átomos

Denominación	Longitud de onda, λ, Å	Potencial de excitación, V
Litio	6707,8	1,84
Sodio	5896—5890	2,1
Potasio	7664—7699	1,6
Estroncio	6892	1,8
Bario	5535	2,24

La tabla 38 2 contiene los datos referentes a los átomos que se excitan con facilidad y que pueden ser observados en la llama.

Por el contrario, tales sustancias como el mercurio (cuyo potencial de excitación constituye 4,9 V) o el hidrógeno (cuyo potencial de excitación constituye 10, 15 V) no pueden excitarse considerablemente en la llama del mechero. En una llama de temperatura superior se pueden observar rayas con potenciales de excitación más altos. Así, en la columna del arco eléctrico que arde a presión bastante alta (por ejemplo, a la presión atmosférica), los choques de los iones y electrones que se mueven bajo el efecto del campo eléctrico, transmiten a las moléculas de los gases y vapores que constituyen la columna del arco, una energía cinética considerable, a causa de lo cual en el arco se establece una alta temperatura (6000—7000 K) que asegura, a su vez, la ionización suficiente para el surgimiento de una descarga eléctrica entre los electrones. En la columna del arco se pueden observar muchas más rayas que en la llama del mechero de gas.

Es interesante señalar que si entre los átomos, moléculas, iones y electrones las colisiones suceden a menudo, entre ellos se establece

un equilibrio térmico, y por la ley de Maxwell se puede hallar la distribución de las velocidades de todas las partículas, con la particularidad de que las energías cinéticas medias de las partículas de distintos tipos serán iguales. Por lo visto, esto ocurre cuando la descarga del arco se produce a presión atmosférica o a una presión más baja. Pero si la presión en el arco es bastante pequeña, entonces, como muestra el experimento, el equilibrio entre los átomos y electrones puede no suceder, aunque el equilibrio entre los átomos, al igual que el equilibrio entre los electrones, puede establecerse*). De esta manera, se puede hablar de la temperatura atómica (distribución de Maxwell de las velocidades de los átomos, correspondiente a la temperatura T_a) y de la temperatura electrónica (distribución de Maxwell de las velocidades de los electrones, correspondiente a la temperatura T_e), pero T_e no es igual a T_a, sino mucho mayor ($T_e \gg T_a$).

En estas condiciones la excitación de los átomos puede producirse a expensas de las colisiones con los electrones, es decir, la condición de excitación está determinada por la temperatura de estos últimos. En los casos en que el equilibrio térmico tiene lugar (mechero, columna del arco a presión atmosférica), la excitación de la luminosidad se puede determinar por la temperatura del gas.

§ 213. Espectros de rayas de las moléculas en las zonas visible y ultravioleta

Al examinar el espectro de hidrógeno se indicó que a la par con las rayas espectrales discretas, que constituyen las series, se observan varias bandas que, al ser investigadas mediante dispositivos de suficiente poder resolutivo, se descomponen en una serie de rayas situadas estrechamente una al lado de otra, formando el llamado espectro de bandas. Los espectros de otros gases, cuyas moléculas constan de dos o varios átomos, también se distinguen por semejante peculiaridad. Por el contrario, para los gases monoatómicos (inertes

*) La nivelación de la energía cinética media de los electrones y átomos transcurre de un modo muy complejo. Al producirse una colisión elástica de los electrones con los átomos, el intercambio de energía cinética sucede en un grado muy débil, a causa de la enorme diferencia de las masas de los electrones y los átomos. Cuando el choque es inelástico, la energía cinética es transmitida a los átomos en forma de porciones grandes (excitación, ionización), pero es asimilada por ellos no como energía cinética, sino como energía atómica interna que pasó a otro estado. Sin embargo, el átomo excitado puede no sólo emitir la energía adquirida en forma de radiación, también son posibles las colisiones del átomo excitado con el no excitado, en las cuales la energía de excitación se distribuye entre ambos átomos en forma de energía cinética. Tales colisiones, que recibieron el nombre de *colisiones de segundo género*, se observan en el experimento. Precisamente las mismas desempeñan un papel importante en los fenómenos de descarga eléctrica cuando la energía cinética de los electrones se convierte en energía cinética de los átomos.

y vapores de metales) son característicos sólo los espectros atómicos de rayas. Es sabido que a una presión considerable, los vapores de metales (por ejemplo, de Hg, Zn, etc.), a igual que los gases nobles, también emiten espectros de bandas, pero, como muestran diversas investigaciones, en estas condiciones en los vapores se forman compuestos inestables del tipo de Hg_2, He_2, HgH, Ca_2, etc., es decir, *moléculas* con cuya existencia precisamente está relacionada la radiación de los espectros de bandas.

Para observar los espectros moleculares, así como los espectros atómicos, es necesario en la medida de lo posible proteger las moléculas contra las influencias excitatrices intensas de las partículas circundantes, es decir, observar la sustancia en estado gaseoso. Los espectros moleculares pueden excitarse en la llama del mechero o en distintos tipos de descarga eléctrica: tubo de Geissler, arco, chispa. Por regla general es necesario prescindir de excitaciones muy intensas, ya que de lo contrario puede comenzar la desintegración de las moléculas (disociación) y, por lo tanto, desaparecerán los portadores de espectros moleculares. Este proceso se observa fácilmente al excitar los espectros en un arco eléctrico. En las partes más calientes del arco con temperatura de 5000—7000 K se emite principalmente la radiación de los átomos y los compuestos más estables (por ejemplo, CN), la radiación de la mayoría de los compuestos está concentrada fundamentalmente en las partes más frías del arco.

Los espectros de bandas también pueden excitarse haciendo que el gas irradie bajo la acción de la iluminación correspondiente (fluorescencia). Los espectros mejor investigados son los de las moléculas biatómicas. Las moléculas poliatómicas son compuestos mucho menos estables, ya que la diversidad de rotaciones y vibraciones mutuas de cada una de las partes de tal molécula presenta gran cantidad de posibilidades de desintegración. Por eso la excitación del espectro intenso de las moléculas poliatómicas resulta difícil. A su vez, los espectros de las moléculas poliatómicas son mucho más complejos, y para distinguir los detalles importantes es necesario emplear dispositivos espectrales de gran poder resolutivo. El conjunto de ambas circunstancias—pequeña intensidad y necesidad de emplear dispositivos de gran poder resolutivo—dificulta mucho la investigación de los espectros de emisión de las moléculas poliatómicas. Es necesario limitarse al estudio de los espectros de absorción: este método basado en la ley de Kirchhoff, también se utiliza para las moléculas biatómicas. Muchas moléculas, no obstante, absorben en la zona ultravioleta lejana, lo que a su vez dificulta la investigación. Puesto que los espectros de bandas no poseen mucha intensidad, su cuadro general se obtiene con más facilidad empleando un espectrógrafo de luminosidad de prismas de vidrio o cuarzo. Sin embargo, el poder resolutivo de estos dispositivos no es muy alto, y ellos sólo transmiten los rasgos aproximados de los espectros moleculares.

Para diferenciar los detalles más pequeños es necesario utilizar dispositivos de gran poder resolutivo. En este caso, por lo general se emplean las redes de difracción, lo cual requiere exposiciones prolongadas.

Las dificultades de observación de los espectros de bandas de las moléculas poliatómicas y la complejidad de su interpretación teórica condujeron a que sus estudios espectroscópicos aún no se hayan adelantado mucho. En lo sucesivo nos limitaremos a la descripción de las moléculas biatómicas. El aspecto esquemático y la fotografía de un espectro de emisión molecular típico se dan en las figs. 38.6 y 38.7. Como vemos, éste consta de una serie de rayas agrupadas en *bandas estrechas*. Dichas bandas (*a*, *b*, *c*) se hallan dispuestas con determinada regularidad, formando *sistemas* de bandas; a su vez, los sistemas *A*, *B*, . . . de bandas, a menudo esparcidas por todo el

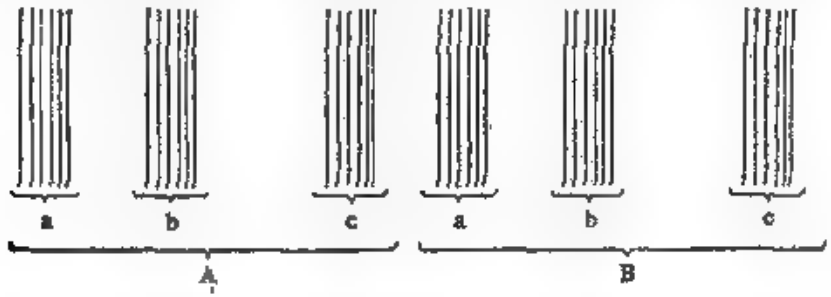


Fig. 38.6. Ilustración esquemática del espectro bandeado de una molécula.

Fig. 38.7. Fotografía de uno de los sistemas de bandas en el espectro de la molécula de yodo.

espectro, forman *un grupo* o *una serie* de sistemas de bandas*). La fotografía muestra uno de esos sistemas en el espectro de iodo. El conjunto de tales sistemas representa precisamente toda la serie que forma el espectro completo de iodo.

Los espectros moleculares a menudo son complicados por una serie más de detalles, no obstante, los rasgos típicos de los espectros de bandas se reducen principalmente a los mencionados más arriba.

*) En la fig. 38.6 se da un esquema simplificado. Con frecuencia algunas bandas o incluso series de bandas recubren una a otra, lo que dificulta en sumo grado su desciframiento.

Así, pues, los espectros de las moléculas son mucho más complicados que los de los átomos, lo que, por supuesto, está relacionado, respectivamente, con la estructura mucho más compleja de las moléculas. Sin embargo, los rasgos principales de la teoría de los espectros moleculares pueden ser establecidos utilizando fundamentalmente los mismos principios que sirven para interpretar los espectros atómicos. Además, la espectroscopia de las moléculas contribuye a la comprensión de la estructura de estas últimas, lo mismo que la espectroscopia atómica ayuda a comprender la estructura del átomo.

La interpretación de los espectros moleculares también es posible en la teoría cuántica. Sólo que es indispensable, al calcular la energía del estado estacionario de la molécula, tomar en consideración la estructura más compleja de la misma. La variación de la energía de la molécula sucede principalmente igual que en el átomo, a causa de los cambios en la configuración *electrónica* que forma la parte periférica de aquella. Sin embargo, para una configuración electrónica dada, las moléculas también pueden diferenciarse una de otra por el estado en que se hallan sus núcleos capaces de oscilar y girar respecto a un centro común de gravedad. Las reservas de energía conocidas, que deben tenerse en cuenta en el balance total, también están enlazadas con esos posibles tipos de movimiento. Tanto según las consideraciones generales de la teoría de los cuantos, como a base de los cálculos más estrictos de la mecánica cuántica, dichas reservas de energía también deben considerarse discretas y dotadas de carácter cuántico.

Designemos por W_r la energía condicionada por la rotación de los núcleos (energía de rotación), por W_v la energía correspondiente a las oscilaciones de éstos (energía vibratoria), y por W_e la energía determinada por la configuración electrónica (energía electrónica). La energía de interacción de algunos tipos de movimientos moleculares por lo general suele ser pequeña incluso en comparación con W_r. Por eso podemos menospreciarla y expresar con suficiente aproximación la energía completa de cualquier estado estacionario de la molécula, de la forma: $W = W_e + W_v + W_r$. Empleando el segundo postulado de Bohr hallamos las frecuencias de radiación emitidas por nuestra molécula, partiendo de la relación

$$h\nu = (W_e - W'_e) - (W_v - W'_v) + (W_r - W'_r), \qquad (213.1)$$

donde las letras con tilde significan los valores de la energía correspondientes al estado modificado.

Comparando el espectro determinado por la fórmula (213.1), con el experimento observado, nos convencemos de lo siguiente. Algunas rayas de la banda corresponden a las variaciones $(W_r - W'_r)$ siendo $(W_v - W'_v)$ y $(W_e - W_e)$ invariables. El conjunto de rayas posibles de dicha banda depende de las distintas variaciones posibles de la energía de rotación de la molécula. Si son $(W_v - W'_v)$ in-

variable también cambia $(W_e - W_v')$, obtendremos la secuencia de bandas *a*, *b*, *c*, es decir, cualquiera de los sistemas (por ejemplo, *A*, vease la fig. 38 6). Así, pues, cada uno de los sistemas de bandas depende de la posibilidad de variación de la energía de vibración de la molécula. Por último, si a las posibles variaciones de la energía se añaden las variaciones de $W_e - W_v'$, o sea, los cambios de la energía electrónica, obtendremos diversos *sistemas* de bandas *A*, *B*, *C*, es decir, todo el grupo de sistemas de bandas.

La relación entre las diversas partes del espectro de bandas también puede representarse de otro modo. Imaginémonos que en nuestra molécula sólo pueden variar los estados electrónicos, mientras que la rotación y las vibraciones no se manifiestan, es decir, la energía de los estados estacionarios de la molécula sólo depende de la magnitud W_e. El espectro de tal molécula, al igual que el de los átomos, constaría de *rayas* correspondientes a las transiciones electrónicas de frecuencia $\nu = (W_e - W_e')/h$, situadas por todo el espectro, aproximadamente en los lugares donde realmente se observan los sistemas de bandas. Estas líneas son las que precisamente establecen la distribución de toda la serie por el espectro.

Consideremos ahora que en la molécula pueden surgir diversos estados vibratorios; en este caso cada una de las rayas descritas se descompone en un sistema de rayas cada una de los cuales representa una banda independiente del sistema real de bandas. Por lo tanto, si tomamos en consideración las posibles variaciones de la energía de rotación, cada una de las rayas mencionadas se transformará en un conjunto de rayas que son las bandas observadas en realidad. La referida interpretación de las regularidades observadas permite concluir que $(W_e - W_e')$, es decir, la diferencia de energías de dos estados electrónicos es mucho mayor que $(W_v - W_v')$, y esta última, a su vez, es mucho mayor que $(W_r - W_r')$, o sea,

$$(W_e - W_e') \gg (W_v - W_v') \gg (W_r - W_r'), \qquad (213.2)$$

ya que la diferencia de las frecuencias entre algunas rayas de la banda es muy pequeña en comparación con la diferencia de las frecuencias que determinan la posición de cada banda en el sistema, y esa diferencia es mucho inferior a la de las frecuencias que determinan la posición del sistema en la serie.

La desigualdad (213.2) corresponde por completo a las propiedades cuánticas del modelo sujeto a examen. En efecto, la energía de rotación de la molécula está relacionada con las rotaciones relativamente lentas de los núcleos pesados y por lo general no supera $4 \cdot 10^{-20}$ J ($1/\lambda \approx 20$ cm^{-1}). Las oscilaciones de los núcleos, provocadas por la acción de las fuerzas intramoleculares que enlazan los átomos en la molécula, ocurren mucho más a menudo; a ellas le corresponde una energía de cerca de $200 \cdot 10^{-20}$ J ($1/\lambda \approx 1000$ cm^{-1}). Por último, para excitar las transiciones electrónicas se requiere una ener-

gía del mismo orden que para un proceso análogo en el átomo, o sea, $5000 \cdot 10^{-23}$ J ($1/\lambda \approx 25\,000$ cm^{-1}).

El desciframiento completo de los espectros de bandas según el esquema descrito, se logra para las moléculas más simples (principalmente biatómicas), donde mediante el análisis de los espectros moleculares se puede apreciar el momento de inercia de la molécula y, consiguientemente, la distancia mutua entre los núcleos que la componen, los propios períodos de oscilación, el calor de la disociación de la molécula en átomos, etc.

En particular, los espectros de He_2 y H_2 se distinguen de la mayoría de los espectros de las moléculas merced a sus pequeños momentos de inercia que emiten espectros moleculares y que corresponden a grandes frecuencias de rotación ν_r. Con esto están relacionadas las distancias relativamente grandes entre las rayas de las bandas, y la pobreza relativa del espectro respecto a esas rayas, lo cual dificulta el reconocimiento de la regularidad de los espectros de bandas descritos más arriba y contribuye a que los espectros de dichas moléculas se conviertan en espectros no típicos.

§ 214. Espectros infrarrojos de las moléculas

Junto con los espectros de bandas de las moléculas, situados en las zonas visible y ultravioleta, también se observan sus espectros infrarrojos. El experimento muestra que los espectros vibratorios infrarrojos de un gas o un vapor permanecen, en la mayoría de los casos, prácticamente invariables también al investigar el líquido correspondiente o incluso un sólido. La causa de la insensibilidad de tales espectros al estado de agregación hay que buscarla, por lo visto, en que las fuerzas de interacción de los átomos (fuerzas intermoleculares) son mucho mayores que las fuerzas intermoleculares de Van der Waals que determinan la transición del estado gaseoso a otros estados de agregación. Por eso las oscilaciones de los átomos dentro de la molécula suceden prácticamente del mismo modo tanto en las moléculas de gas aisladas, como en las moléculas aproximadas de los líquidos o sólidos. Pero la radiación de los espectros de bandas en las zonas visible y ultravioleta se determina fundamentalmente por la variación de la configuración electrónica de la molécula, y esta última experimenta, en el caso de un líquido o un sólido, influencias bastante sensibles por parte de las moléculas vecinas. Pero a pesar de todo, también para los espectros infrarrojos algunos detalles relacionados principalmente con la rotación de las moléculas alrededor de su centro de gravedad, se observan mejor en estado gaseoso, ya que la libertad de rotación de las moléculas en los líquidos y sólidos se halla obstaculizada en sumo grado.

La observación de las rayas infrarrojas en el espectro de emisión, sobre todo para los cuerpos gaseosos, se dificulta a consecuencia de

su debilidad relativa. Sin embargo, fue posible observar rayas de 218 y 343μm en la radiación de una lámpara de vapores de Hg de alta presión; estas rayas, como mostraron las observaciones ulteriores, se emiten al girar las moléculas de mercurio. En la mayoría de los casos los espectros se observan en forma de espectros de absorción o como los máximos de reflexión selectiva de la sustancia correspondiente; los espectros de oscilaciones también se observan bien por el método de dispersión Raman (véase § 162). En los espectros infrarrojos se manifiestan frecuencias muy bajas correspondientes a rayas de varias decenas e incluso centenas de micrómetros. A su vez se encuentran rayas de ondas mucho más cortas (de hasta varios micrómetros). La fig. 38.8 ilustra un ejemplo de banda que caracteriza la absorción en los vapores de HCl.

Los espectros infrarrojos observados es natural dividirlos en dos

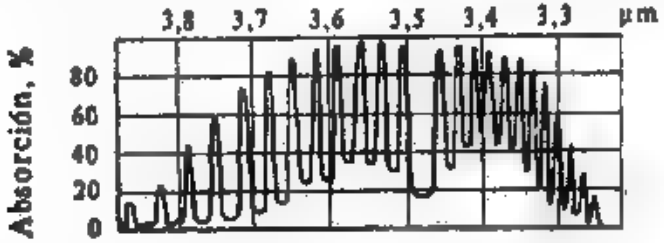


Fig. 38.8. Espectro de absorción de los vapores de cloruro de hidrógeno en la zona infrarroja cercana.

tipos: rotatorios y oscilatorios (mejor dicho, rotatorio—oscilatorios), atribuyéndolos a estos dos procesos en la molécula. En efecto, de los razonamientos del párrafo anterior se desprende que la principal parte de variación de la energía de la molécula, al pasar de un estado estacionario a otro, corresponde a la variación de la configuración electrónica de dicha molécula. El cambio de energía relacionado con ella lo hemos designado por $(W_e - W'_e)$ y vimos que, merced a este término en la fórmula (213.1), la frecuencia de radiación molecular correspondía a la parte visible o ultravioleta del espectro. Pero si la configuración electrónica permanece invariable, o sea, $W_e = W'_e$, la frecuencia de radiación se determinará por la relación

$$h\nu = (W_v - W'_v) + (W_r - W'_r), \qquad (214.1)$$

es decir, corresponderá a la zona infrarroja del espectro. Repitiendo los razonamientos del párrafo anterior obtendremos la interpretación del espectro de ondas largas como un espectro puramente rotativo, es decir, correspondiente a la condición $W_v = W'_v$, lo cual significa que los átomos en la molécula no oscilan, sino sólo giran alrededor de su centro de gravedad. Análogamente, tomando también

en consideración las oscilaciones y la rotación, obtendremos la explicación de la estructura de las bandas de ondas aún más cortas, que son bandas vibratorio-rotatorias. Esta teoría transmite bien todas las peculiaridades observadas de los espectros infrarrojos y permite apreciar diversos parámetros de las moléculas (por ejemplo, el momento de inercia, etc.), que se encuentran en concordancia con las estimaciones deducidas de las observaciones de los espectros de bandas de la zona visible o mediante otros procedimientos físicos.

39. FOTOLUMINISCENCIA

§ 215. Fluorescencia de las moléculas

Antes ya hemos examinado la excitación de los átomos mediante la acción de la luz. La luminosidad de resonancia observada en ese caso es la forma más simple de fotoluminiscencia que tiene una interpretación teórica clara. Semejante fenómeno también se observa al iluminar las moléculas, con la particularidad de que, de acuerdo con la gran complejidad del sistema de niveles energéticos de éstas, la radiación investigada también tiene una forma muy compleja.

Así, pues, Wood, iluminando los vapores de yodo integrados por moléculas J_2, mediante la radiación monocromática de una lámpara de vapores de Hg, descubrió la emisión de un espectro extremadamente complejo constituido por un gran número de rayas, mejor dicho, de pares de rayas cuyas longitudes de ondas se diferenciaban en 2 Å, aproximadamente. Estos pares representan un conjunto regular, y la distancia entre ellos corresponde a la diferencia de las longitudes de ondas en varias decenas de angström. La estructura obtenida de esta manera es muy parecida al sistema de bandas típico de los espectros de bandas, con la particularidad de que cada banda está presentada por dos rayas. Es interesante que la radiación emitida por una luz monocromática de otra longitud de onda condujo a la excitación de un espectro complejo parecido, todas las longitudes de ondas del cual se hallaban algo modificadas. Si la iluminación se efectúa no sólo por medio de radiación monocromática, sino mediante un sector más amplio del espectro (de varias decenas de angstrom), entonces el espectro de emisión se hace aún más complejo.

Todo el conjunto complejo de los hechos observados obtuvo una interpretación muy clara al ser estudiado dentro de los márgenes de la teoría del espectro de bandas.

La molécula de yodo se caracteriza por un sistema de niveles energéticos, de acuerdo con lo expuesto en el § 212. Una parte de estos niveles se da esquemáticamente en la fig. 39.1.

El grupo inferior corresponde al primer estado electrónico de la molécula y consta de una serie de niveles designados por las cifras $V'' = 0, 1, 2, \ldots$, correspondientes a diversos estados oscilatorios de la molécula; al lado de cada uno de esos niveles se han trazado varios niveles correspondientes a diversos estados de rotación. El grupo superior de niveles corresponde a la molécula de configuración electrónica modificada.

El número de algunos niveles es tan grande que son posibles transiciones muy variables de uno de los niveles del grupo inferior a uno de los niveles del grupo superior. Esto significa que la molécula de yodo puede absorber distintos cuantos luminosos, es decir, luz monocromática de frecuencia diferente; con otras palabras, el espectro de absorción de tal molécula consta de un número muy grande de rayas.

La fig. 39.1 ilustra dos casos de este tipo de absorción, en forma de flechas que van de arriba hacia abajo. La longitud de las flechas

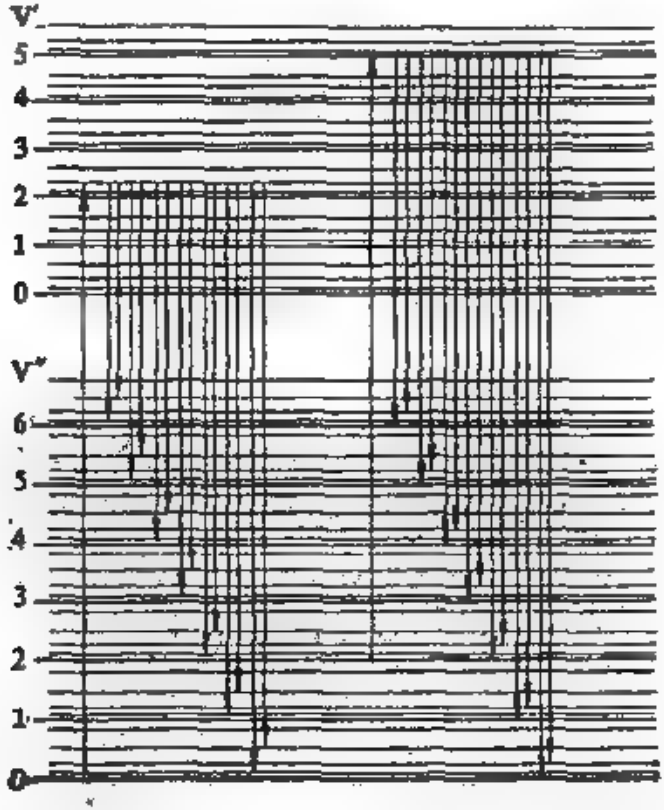


***Fig. 39.1.** Esquema de los niveles energéticos de una molécula, el cual aclara la formación de un espectro complejo de emisión durante la excitación monocromática.*

expresa la magnitud de la energía del cuanto absorbido hν. La molécula excitada de este modo puede regresar a uno de sus estados inferiores, emitiendo los cuantos correspondientes, como se muestra en la figura mediante flechas dirigidas de arriba hacia abajo. En cada molécula sucede una de las transiciones representadas, toda la nube de vapores iluminados proporciona el conjunto de dichas transiciones, es decir, la radiación de un sistema de rayas entero. Cada par de rayas cercanas corresponde a la transición a cualesquiera dos estados rotatorios. Ciertos pares corresponden a las transiciones a diversos estados oscilatorios. El hecho de que cada banda se halla representada sólo por dos rayas rotatorias, o sea, que se producen no todas las transiciones imaginarias, encuentra su explicación en las llamadas *reglas de selección*, deducidas de las leyes cuánticas y que siempre son aplicables a la radiación de moléculas y átomos complejos.

De esta manera, el espectro (extraño a primera vista) de radiación de una molécula excitada por una luz monocromática adquiere interpretación clara y puede utilizarse para trazar el esquema de niveles moleculares. Hoy día la fluorescencia molecular ha sido examinada en muchas moléculas biatomicas y se halla en concordancia con la teoría general de los espectros moleculares. La investigación de los espectros de fluorescencia de las moléculas poliatómicas permite establecer la estructura de estas últimas pero tales espectros se distinguen por una complejidad mucho mayor y, consiguientemente, es mucho más difícil de interpretarlos.

§ 216. Fotoluminiscencia de los líquidos y sólidos. Composición espectral de la luminiscencia. Regla de Stokes

El fenómeno de fluorescencia de los vapores, examinado más arriba, comenzó a estudiarse sólo a principios del siglo XX y obtuvo su aclaración después de la creación de la teoría de Bohr. Los fenómenos de fotoluminiscencia de los líquidos y sólidos (mucho más brillantes y fáciles de observar) se conocen más de trescientos años. Sin embargo, a causa de la interacción molecular mucho más complicada en el caso de sustancias líquidas y sólidas, aún no han sido del todo aclarados teóricamente los fenómenos de luminiscencia de los sistemas condensados, a pesar de una serie de resultados importantes obtenidos, en particular, gracias también a los trabajos de los físicos soviéticos.

La observación de la fotoluminiscencia puede realizarse por diversos métodos. Para muchas sustancias (las soluciones de pinturas, por ejemplo, de fluoresceina) una luminosidad peculiar se nota ya en la luz diurna difusa o en un haz de rayos solares. Para otros cuerpos menos luminosos es más cómoda la posición dada en la fig. 39 2. La luz de la fuente, por ejemplo, de un arco eléctrico, es concentrada

por una lente en la sustancia sometida a investigación, por ejemplo, en un matraz con solución de pintura, quinina, keroseno, etc. El ojo ve de lado, en un fondo oscuro, la traza del haz luminoso no en forma de banda blanca, sino en forma de un haz de uno u otro color según la sustancia sometida a estudio: verde para la fluoresceína, anaranjado para la rodamina, azulado para la quinina, etc.

El color de la luminosidad originada es una señal característica de la luminiscencia; se diferencia del color de la luz excitatriz, merced a lo cual se facilita la observación de la luminiscencia. En este caso suele observarse la regla establecida por Stokes (1852), conforme a la cual la luz luminiscente se caracteriza *por mayor longitud de onda* que la luz absorbida por el cuerpo y la luz que provoca la luminiscencia. Generalmente, la disposición de las bandas espectrales de luminiscencia y de absorción corresponde a la representada en

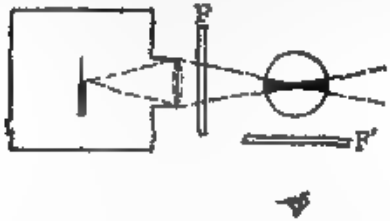


Fig. 39.2 Esquema de observación de la fluorescencia en los líquidos:
F y F' son filtros ópticos complementarios (cruzados).

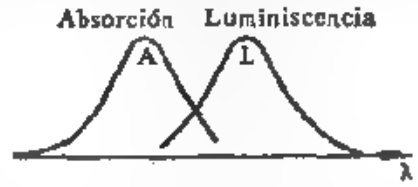


Fig. 39.3. Esquema que aclara la regla de Stokes

la fig. 39.3, donde se ve que dichas bandas están recubiertas parcialmente. De este modo, la regla de Stokes significa que el máximo de la banda de absorción se halla desplazado hacia la parte de las ondas cortas respecto al máximo de la banda de luminiscencia.

Utilizando la regla de Stokes es posible mejorar las condiciones de observación de la luminiscencia, colocando en la trayectoria de los rayos excitatrices el filtro óptico F absorbente de los rayos correspondientes a las longitudes de ondas de la luminiscencia, pero que deja pasar la luz que ha de ser absorbida por la sustancia sometida a estudio. Por el contrario, entre el ojo y el objeto sujeto a estudio se coloca el filtro F' complementario con respecto al primero, es decir, que absorbe la radiación de la banda A, pero que deja pasar la zona L. De esta manera, el ojo estará protegido contra la luz casualmente difusa, y al mismo tiempo se excitará la luminiscencia y alcanzará al observador sin debilitarse mucho. Este método (de filtros cruzados) es muy provechoso al investigar sustancias poco luminiscentes.

Como las bandas de absorción y de luminiscencia se recubren parcialmente, parte de la luz luminiscente, al salir de la profundidad

de la sustancia iluminada y atravesar todas las capas de bastante espesor, será absorbida en mayor o menor grado. A consecuencia de esto puede ocurrir la alteración de la forma de la banda de luminiscencia; es necesario introducir las correcciones correspondientes, sobre todo en el caso de grandes concentraciones de sustancia luminiscente.

Para ciertas clases de moléculas orgánicas, la regla de Stokes puede sustituirse, como estableció V. L. Levshín, por una relación cuantitativa que recibió el nombre *de regla de la simetría especular* de los espectros de absorción y de luminiscencia. De acuerdo con las observaciones de Levshín, las curvas de absorción y de luminiscencia para este tipo de sustancias, representadas en las funciones de frecuencias, al elegir racionalmente las ordenadas, resultan simétricas de modo especular respecto a la recta que pasa perpendicularmente

Fig. 39.4. *El espectro de luminiscencia permanece invariable durante la excitación con una luz de cualquier frecuencia, lo cual se encuentra dentro de los límites de una banda de absorción.*

al eje de frecuencias a través del punto de intersección de las curvas que representan ambos espectros. Aunque la regla de la simetría especular es observada no en todos los casos de luminiscencia, no obstante, para una clase amplia de moléculas complejas permite sacar conclusiones muy importantes acerca de la estructura de los niveles energéticos de las mismas.

De las consideraciones generales está claro que la luz capaz de provocar la luminiscencia de cierta sustancia ha de absorberse por ésta, es decir, la longitud de onda de la luz excitatriz debe permanecer dentro de la banda de absorción. Puesto que esta última es bastante ancha, lo que casi siempre se observa, con arreglo a los líquidos y sólidos, dentro de los límites de la banda de absorción la longitud de onda de la luz excitatriz puede variar considerablemente. Las investigaciones de este género mostraron que el espectro de luminiscencia no cambia al variar la longitud de onda de la luz excitatriz mientras ésta permanece dentro de los límites de una banda de absorción dada (fig. 39.4).

Si la sustancia tiene varias bandas de absorción, la excitación por medio de la luz, referente a distintas bandas de absorción, puede provocar la variación del espectro de luminiscencia, aunque este

último a menudo se mantiene invariable también en este caso. Estas importantes observaciones muestran que el espectro de luminiscencia caracteriza la sustancia sujeta a investigación. La longitud de onda de la luz excitatriz tiene importancia secundaria, y sólo la transición de una banda de absorción a otra puede desempeñar cierto papel, modificando el carácter de excitación de la molécula, al igual que como sucedió al excitar los vapores de yodo.

Al excitar por medio de radiaciones monocromáticas se pueden observar de manera sobre todo evidente los casos de divergencia de la regla de Stokes. La fig. 39.5 muestra semejante caso. La zona sombreada, correspondiente a la divergencia de la regla de Stokes, se llama zona de *anti-Stokes*. A veces esta zona se ve bastante bien.

La regla de Stokes obtuvo una interpretación teórica general por medio de las nociones acerca de los fotones. Tal interpretación se

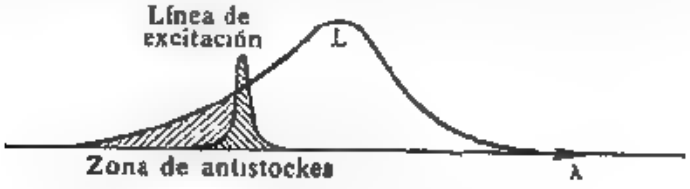


Fig. 39.5. Infracción de la regla de Stokes.

reduce a la suposición de que cada fotón ($h\nu$) emitido durante la luminiscencia se obtiene a expensas de un fotón cualquiera absorbido ($h\nu_0$). Por regla general, durante cada uno de esos procesos, una parte de la energía (A) del fotón absorbido se gasta en ciertos procesos intermoleculares, de modo que, según el principio de conservación de la energía, tenemos:

$$h\nu = h\nu_0 - A.$$

La magnitud A es positiva, lo que determina el desplazamiento de Stokes. El caso de divergencia de la regla de Stokes ocurrió a causa de que a la energía del fotón excitatriz se agregó la energía térmica de la luminiscencia. En efecto, con el aumento de la temperatura, la zona de anti-Stokes, por lo general, se manifiesta con más claridad.

Estas consideraciones generales claro que no agotan la cuestión acerca del mecanismo de excitación de la luminiscencia. No toda la energía absorbida se emite en forma de energía luminiscente. Llámase salida energética o factor de luminiscencia la relación η entre la energía emitida y la energía absorbida por la sustancia luminiscente. S. I. Vavílov fue el primero quien determinó la salida y halló que la magnitud η depende en sumo grado de la sustancia sometida a estudio y de las condiciones de los experimentos. Hay casos en que η alcanza casi el 100% y, al contrario, con frecuencia η es

muy pequeña. Esta magnitud no sólo varía de una sustancia a otra, sino que también, para una sustancia dada, depende considerablemente de las condiciones exteriores: temperatura, disolvente, concentración, impurezas ajenas, etc.

El fenómeno de reducción de la luminiscencia a causa de la introducción de sustancias ajenas se denomina *extinción* de la luminiscencia. El mecanismo de este proceso está claro para el caso de la fluorescencia de resonancia de los gases. El átomo se halla en estado de excitación 10^{-8} — 10^{-9} por término medio. En el transcurso de este tiempo puede suceder una colisión del átomo excitado con cualquiera otro átomo o molécula de la impureza. Además puede resultar que la energía del átomo excitado sea transmitida a la partícula que chocó con él y se consuma en cualesquiera procesos que ocurren en dicha partícula, o que se transforme en calor (colisión de segundo género). De esta manera, parte de los átomos excitados pierden la posibilidad de participar en la radiación y, por lo tanto, sucede la reducción (extinción) de la luminiscencia observada inicialmente. A cambio de ésta puede producirse una reacción química con la molécula que por sí misma no absorbe la luz pero que la adquiere del átomo excitado (reacción fotoquímica sensibilizada, véase § 190). La energía absorbida, suministrada a la segunda partícula durante la colisión, puede utilizarse para excitar esta última y provocar su luminiscencia (luminiscencia sensibilizada).

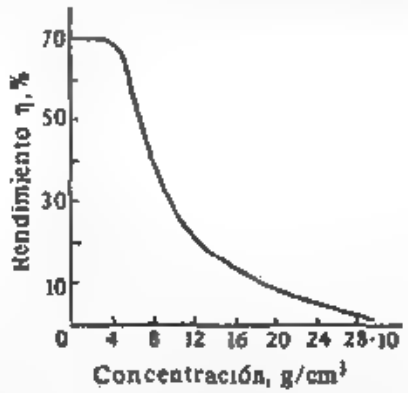


Fig. 39.6. Dependencia entre el rendimiento de la luminiscencia y la concentración para la fluoresceína (según los datos de S. I. Vavilov).

En el caso de la luminiscencia de sustancias líquidas (y sólidas) también se observa su reducción; por ejemplo, la intensidad de la luminiscencia de muchas soluciones se reduce considerablemente al añadir yoduro potásico. Por lo visto, también en estos casos la presencia de un extintor provoca el paso de la energía de excitación de la molécula luminiscente a las moléculas de dicho extintor. En resumidas cuentas, la energía arrebatada a las moléculas excitadas se distribuye, por lo general, entre toda la sustancia, calentándola un poco. Un fenomeno semejante de extinción se observa al aumentar la concentración de la sustancia luminiscente (la llamada *extinción de concentración*). El experimento muestra que el aumento considerable de la concentración de la sustancia, por lo común reduce mucho la salida de fluorescencia, y con concentraciones muy grandes, ésta

se vuelve insignificante. A título de ejemplo, en la fig. 39.6 se muestra la reducción de la salida de fluorescencia de la solución acuosa de fluoresceína al aumentar su concentración.

Es posible que la presencia de unos u otros agentes extintores precisamente condicione la salida reducida de fluorescencia observada en muchos casos. Por el contrario, el aumento intenso de la brillantez de la fluorescencia que se observa, por ejemplo, al añadir álcali a las soluciones acuosas de fluoresceína, está relacionado, por lo visto, con la disminución de la concentración de iones de hidrógeno capaces de provocar un efecto extintor considerable.

El mecanismo de extinción de concentración, al igual que la extinción mediante las impurezas ajenas en los líquidos, o sea, el proceso de transición de la energía de excitación a calor puede aclararse sólo a base de nociones detalladas acerca de la estructura de la molécula y el medio. Aún no disponemos de tales datos, pero las leyes generales del fenómeno de extinción, tanto experimentales como teóricas, que permiten enlazar dicho fenómeno con otras peculiaridades de la luminiscencia (por ejemplo, con la duración y el carácter de polarización), han sido bien aclaradas gracias a los trabajos de S. I. Vavílov y sus colaboradores.

El medio circundante influye no sólo sobre la intensidad, sino también sobre la composición espectral de la luminiscencia. Por ejemplo, la sustitución de un disolvente por otro puede desplazar la banda de fluorescencia a varios centenares de angstrom. La causa radica, por lo visto, en que en este caso varía el grado de disociación de la sustancia soluble, y la fluorescencia de la molécula y el ion con frecuencia se diferencian mucho entre sí. Por ejemplo, la molécula de acridina emite luz fluorescente de color lila, y su ion, luz azul verdosa. De acuerdo con esto, la acridina en disolventes orgánicos o en un medio álcali emite luz violeta, y en una solución acuosa o en un medio ácido, luz azul verdosa. Las circunstancias indicadas dificultan con frecuencia la aplicación del método de luminiscencia para el análisis cuantitativo. Pero esto a menudo puede ser evitado mediante una investigación previa minuciosa.

§ 217. Duración de la fotoluminiscencia

Para muchas sustancias (principalmente líquidos y gases) la extinción transcurre con tanta rapidez que la iluminación prácticamente cesa al mismo tiempo que termina la emisión de luz. Este tipo de luminiscencia por lo general se denomina *fluorescencia*. La observación de la fluorescencia requiere, por lo tanto, una emisión de luz continua. En otros casos (sólidos) la luminiscencia residual ocurre durante un lapso más o menos corto. Este tipo de luminiscencia se denomina con frecuencia *fosforescencia*. La separación de dos procesos según el criterio de duración de la luminiscencia residual es bastante

artificial, ya que el mejoramiento de los procedimientos de observación permite establecer una duración mayor o menor de todos los tipos de luminiscencia.

Para establecer la presencia de luminiscencia residual y determinar su duración se utilizan diversos métodos. El dispositivo más simple, designado para este fin y denominado fosforoscopio de Becquerel, tiene la siguiente estructura. La sustancia sometida a estudio se ubica entre dos discos capaces de girar con gran rapidez. Los mismos tienen igual número de recortes en forma de sectores colocados en un eje común de modo que los recortes de un disco permanecen en frente de los lugares completos del otro (fig. 39.7). La fuente que emite luz el objeto se sitúa por un lado de los discos, y por el otro se sitúa el observador. Merced a que los orificios de los discos no coinciden, la iluminación y la observación del objeto transcurren

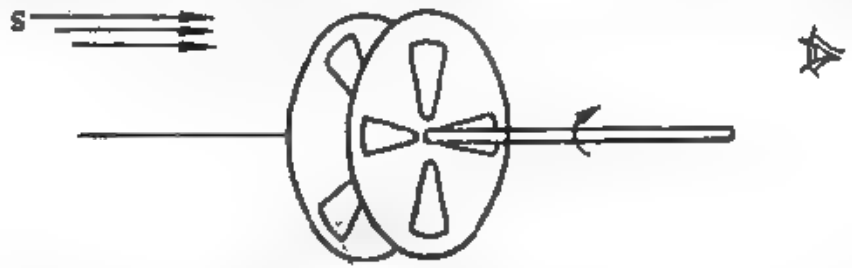


Fig. 39.7. Esquema de un fosforoscopio simple que garantiza la medición de la duración de una luminiscencia residual de hasta 10^{-4} s

por separado en función del tiempo, con la particularidad de que es posible regular el espacio de tiempo entre esos dos procesos variando el número de revoluciones de los discos y el ángulo entre los orificios. Conociendo la rapidez de rotación de los discos, con la cual comienza a notarse la luz de la fosforescencia, y el ángulo bajo el cual se desplazan los orificios uno respecto a otro en los discos delantero y trasero, se puede determinar la duración de la luminiscencia residual. Con ayuda del fosforoscopio de Becquerel se logra medir la duración de una luminiscencia residual de hasta 10^{-4} s.

En el fosforoscopio de otro tipo, el objeto se ubica en un disco transparente que gira con rapidez. Durante el giro, el observador ve una banda fosforescente que se debilita poco a poco al final (fig. 39.8). Conociendo la velocidad de rotación es posible, mediante la longitud de la banda, juzgar acerca del tiempo de luminiscencia residual de la fosforescencia. Este fosforoscopio permite medir tiempos de retardo de hasta 10^{-5} — 10^{-6} s.

Luminiscencias residuales aún más cortas (de hasta 10^{-9} s) se pueden medir mediante el fluorómetro de Gaviola (fig. 39.9). El método se basa en el efecto Kerr, que prácticamente carece de inercia

para el tiempo de $10^{-8} - 10^{-9}$ s. Dos instalaciones de Kerr $N_1Z_1N_2$ y $N_3Z_2N_4$ se manejan mediante una tensión de corriente alterna de alta frecuencia (10^6—10^7 Hz) y, por consiguiente, son obturadores ópticos que abren y cierran el paso a la luz un gran número de veces por segundo. Su funcionamiento es parecido, hasta cierto grado, al de los dos discos del fosforoscopio de Becquerel: la luz de la fuente B, que pasa en cierto momento a través de $N_1Z_1N_2$, llega hasta la sustancia fluorescente T y provoca la luminiscencia. Según el retardo del proceso de luminiscencia, esta luz secundaria alcanzará Z_2 en un momento más o menos largo. Puesto que la capacidad de transmisión de la instalación $N_3Z_2N_4$ varía rápidamente con el tiempo, la intensidad de la luz que salió de Z_2 dependerá del momento de llegada de la chispa a Z_2, por lo tanto, se podrá juzgar acerca de su intensidad por el tiempo de la luminiscencia residual.

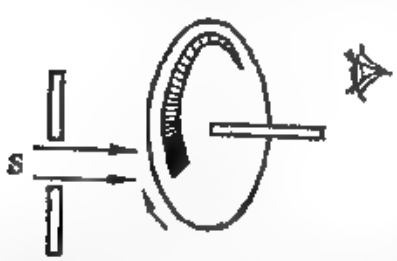


Fig. 39.8. Esquema de un fosforoscopio que garantiza la medición de la duración de un estado excitado de hasta 10^{-8} . . . 10^{-4} s.

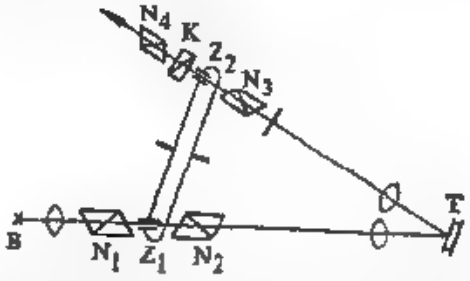


Fig. 39.9. Esquema de un fosforoscopio con el uso de una modulación de alta frecuencia, que garantiza la medición de la duración de un estado excitado de hasta 10^{-8} . . . 10^{-4} s.

En dicha instalación no se mide la intensidad de la luz transmitida a través de Z_2, sino la diferencia de fase que surge entre dos componentes de la luz en la célula de Kerr. Esta magnitud es precisamente la que determina la intensidad de la luz transmitida; la medida de la diferencia de fase puede ejecutarse con más comodidad (mediante la célula K), que la estimación de la intensidad de la luz transmitida. El retraso t medido de esta manera es la suma de dos magnitudes: τ_0, el tiempo en que la luz tarda en recorrer el trayecto Z_1TZ_2; y τ, el tiempo de retraso del proceso de luminosidad secundaria. Si sustituimos el recipiente con la sustancia fluorescente por un espejo del cual la reflexión sucede al instante, hallaremos directamente τ_0 y obtendremos la posibilidad de introducir la corrección correspondiente y determinar el tiempo τ de retardo de la luminosidad.

El fluorómetro del Instituto de Física de la Academia de ciencias de la URSS, diseñado por L. A. Tumermán y M. D. Galanin,

es en cierto grado semejante al fluorómetro de Gaviola. En el primero, la modulación del haz luminoso se realiza mediante la difracción en ondas ultrasonoras. Este método tiene ventaja ante el método de Kerr, a causa de su elevada luminosidad. Actualmente también se construyen otros fluorometros que funcionan con más rapidez y que utilizan la posibilidad de medir los pequeños retrasos de fase.

Como ya se ha señalado en el § 210, el valor determinado de τ puede servir para caracterizar el tiempo *de retraso* de la luminosidad (duración media del estado excitado), así como la *prolongación* de la luminosidad (duración del proceso de emisión), según desde qué punto de vista se examina el proceso de radiación. En la actualidad no tenemos motivos para dudar de la validez de la interpretación cuántica y, por lo tanto, es natural que consideremos τ como la duración promedia del estado excitado. Sin embargo, en muchos casos resulta conveniente conservar la descripción clásica del proceso de radiación en el que, como se indicó, τ tiene otro sentido.

Mediante el método descrito se determinó τ para la radiación de los átomos aislados (fluorescencia de resonancia de los átomos de Na, $\tau = 1{,}5 \cdot 10^{-8}$ s), la radiación de las moléculas aisladas (fluorescencia molecular de los vapores de yodo, $\tau = 1 \cdot 10^{-6}$ s) y la luminiscencia de los líquidos y sólidos. Para las diversas sustancias del último tipo fue descubierto que τ tiene el orden de 10^{-6} s, variando al pasar de una sustancia a otra e incluso al cambiar el disolvente. Así, para las soluciones acuosas de eosina $\tau = 1{,}9 \cdot 10^{-6}$ s, y para las soluciones de esta pintura en alcohol metílico $\tau = 3{,}4 \cdot 10^{-6}$ s. El error de medición es de unos $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ s, y en los fluorómetros modernos puede ser más reducido. Para los sólidos luminiscentes, por ejemplo, para los vidrios de uranio, τ es mucho mayor ($\approx 10^{-4}$ s). Para muchos otros casos de luminiscencia de los sólidos, la duración media del estado excitado es tan grande que para su medición se emplean fosforoscopios menos precisos, descritos al principio de este párrafo. Se conocen tipos especiales de luminóforos (cristalinos), cuya luminosidad dura hasta varias horas e incluso días.

Indudablemente que la luminiscencia de corta duración y larga está condicionada por procesos físicos de diverso tipo. Dos tipos de luminiscencia —fluorescencia y fosforescencia— se diferenciaban al principio precisamente por este criterio, además, por fluorescencia se comprendía la luminosidad que cesa al instante al interrumpirse la emisión de luz. Los datos correspondientes a la duración del estado de excitación muestran que tal división tiene un carácter convencional, ya que la diferencia de duración de los estados de excitación es muy grande, consideramos sin duda alguna que son fluorescentes los procesos para los cuales τ puede, por ejemplo, diferenciarse decenas de veces (por ejemplo, la fluorescencia de los átomos de mercurio y de sodio).

Por lo visto, a pesar de esto existe la posibilidad de dividir los procesos de fotoluminiscencia en dos tipos. Uno, en el que los procesos de excitación se desarrollan por completo dentro del átomo o la molécula, de modo que la transición al estado de excitación no va acompañada de la separación (desprendimiento) del electrón del átomo o la molécula excitados. La luminiscencia de este tipo corresponde al regreso de la molécula (átomo) al estado inicial. La misma se determina fundamentalmente por las propiedades de dicha molécula (átomo) y depende relativamente poco de las condiciones exteriores (temperatura, moléculas circundantes, etc.). A este tipo de luminiscencia pertenecen, en primer lugar, la luminiscencia de los gases y líquidos. El otro tipo es la luminiscencia de los cristales o polvos cristalinos. Al excitar semejantes sustancias, el electrón con frecuencia se aleja por completo de su posición en la red cristalina, merced a lo cual aumenta la conductibilidad eléctrica de los cristales y surge la fosforescencia que va acompañada del retorno del electrón separado o de cualquier otro electrón a su lugar inicial.

Puesto que la movilidad del electrón en el cristal es pequeña, la duración de estos estados excitados puede ser bastante considerable. La fosforescencia de este tipo se caracteriza generalmente por un arrastre bastante grande, cuya observación puede realizarse con facilidad sin ningún fosforoscopio. El aumento de la temperatura a menudo reduce bastante este tiempo, lo que se puede explicar por el aumento de la movilidad de los electrones. Los tipos puros de luminiscencia indicados son casos extremos, entre los cuales son posibles distintas transiciones. En particular, se observó que, al aumentar la viscosidad del medio (por ejemplo, mediante la adición de gelatina a la solución), pueden ser prolongados los procesos de desexcitación, como si la luminosidad de corta duración se convirtiera en luminosidad de larga duración. Sin embargo, en este caso no existe una transición continua y, al aumentar la viscosidad del medio, a la par con la luminiscencia de corta duración se desarrolla una segunda luminiscencia más prolongada.

§ 218. Determinación de la luminiscencia y criterio de duración

A pesar de la diversidad extraordinaria de los valores del tiempo τ, que muestra la duración de la luminiscencia (desde $\tau \approx 10^{-9}$ s hasta $\tau \approx 10^{3}$ s), para todos los procesos de luminiscencia es característico que ésta supera *en sumo grado* el período de oscilación propia de la molécula que emite luz ($T = 10^{-14} - 10^{-15}$ s). S. I. Vavílov prestó atención a eso y demostró que dicho criterio de duración es el único criterio característico que permite separar la luminiscencia de otros tipos de irradiación.

En el § 194 hemos determinado la radiación térmica o calorífica como una radiación equilibrada que obedece la ley de Kirchhoff. Con esto hemos contrapuesto la radiación térmica a otras formas de emisión de luz no equilibradas. Estas últimas, cuya intensidad puede superar, a una temperatura dada, la radiación térmica, abarca diversos tipos de luminosidad. A la misma pertenece, claro está, también la luminiscencia, pero la luz difusa y la reflejada se diferencian del mismo modo de la radiación térmica. No obstante todas estas formas de luminosidad, a excepción de la luminiscencia, se pueden caracterizar como oscilaciones luminosas forzadas que duran tan sólo a causa de la existencia de la luminosidad forzada, y que cesan prácticamente en el transcurso del tiempo comparable con el período de oscilaciones luminosas forzadas, o sea, aproximadamente durante el tiempo de $\tau \approx 10^{-15}$ s. Pero para la luminiscencia en el sentido estricto de la palabra, es característica una duración mucho mayor de la luminiscencia residual. De acuerdo con esto, S. I. Vavilov propuso *determinar la luminiscencia como una luminosidad que representa un exceso sobre la radiación térmica a condición de que tal radiación excesiva posea una duración que supera en mucho grado el período de oscilaciones luminosas.*

Dicha determinación diferencia unívocamente la luminiscencia de otros tipos de luminosidad y da la posibilidad de establecer experimentalmente y con seguridad, el carácter luminiscente de la irradiación. Para este fin no es preciso realizar determinaciones complejas de la duración de esta última. Es suficiente convencerse que no es muy pequeña. Para esto se pueden efectuar experimentos de extinción de la luminiscencia supuesta mediante un objeto de extinción adecuado. Aquí es indispensable que la duración del estado excitado sea de antemano mayor que el tiempo medio entre las colisiones con las moléculas del objeto de extinción. Para concentraciones de las moléculas excitadas y de la sustancia de extinción no muy pequeñas, el tiempo no es inferior a $10^{-11} - 10^{-12}$ s. Por eso los tipos de luminosidad no luminiscentes, es decir, que cesan con gran rapidez, ($\tau < 10^{-14}$ s) no tienen tiempo de extinguirse.

Este criterio permitió al propio Vavilov en varios casos importantes resolver la cuestión acerca del carácter luminiscente o no luminiscente de la luminosidad.

§ 210. Radiación de Vavilov — Cherenkov

Una importancia peculiar tiene el caso de la luminosidad especial que se observa bajo la acción de las radiaciones radiactivas (rayos β y γ). Como mostró P. A. Cherenkov (1934), quien trabajaba bajo la dirección de S. I. Vavilov, la luminosidad de este género surge en sustancias muy diversas, incluyendo los líquidos puros. Al descubrir

que esta luminosidad no se extingue, Vavilov llegó a la conclusión que la misma no era luminiscencia, como se consideraba antes, y relacionó su origen con el movimiento de los electrones a través de la sustancia. La explicación completa del fenómeno fue dada en la investigación teórica de I. E. Tamm e I. M. Frank (1937), quienes demostraron que la luminosidad puede existir si la velocidad del electrón supera la velocidad de fase de la luz en dicha sustancia.

Sea que el electrón se mueve uniformemente con una velocidad v a lo largo de la línea OL (fig. 39.10) atravesando cualquier sustancia, por ejemplo, el agua.

Al moverse el electrón a través de la sustancia, existe, por supuesto una interacción del electrón con los átomos de la sustancia, debido a lo cual una parte de la energía del electrón puede transmitirse a los átomos, provocando la ionización o excitación de éstos. Pero en este proceso no nos interesan estos tipos de pérdidas de la energía por el electrón. Como muestra el estudio detallado del campo eléctrico, creado por un electrón en movimiento, pueden haber otras formas de gasto de la energía por el electrón. Con mayor evidencia aparece esto si examinamos el caso, indicado por L. I. Mandelshtám. Sea que el electrón con una velocidad considerable se mueve por el eje de un canal hueco, hecho en la sustancia, de modo que no sufre colisiones directas con los átomos de la sustancia. En cambio, resulta que si el diámetro del canal es mucho menor que la longitud de onda de la luz, el electrón de todos modos pierde energía en forma de una radiación luminosa a través de la superficie que abarca el eje del canal cilíndrico. En este caso, para simplificar, podemos considerar el medio lo suficiente transparente, de modo que el flujo de radiación pase sin obstáculos a través del mismo. La energía radiante, claro está, se coge de la energía del electrón en movimiento, cuya velocidad debe disminuirse, a causa del frenado del electrón en su propio campo. Precisamente esta radiación representa la radiación de Vavilov—Cherenkov en forma pura.

El cálculo muestra que la radiación examinada y el frenado, relacionado con ésta, surgen sólo cuando la velocidad del electrón v es mayor que la de fase de la luz c en el medio, y cesa cuando la velocidad del electrón disminuye hasta esta velocidad (o sea, $v = c$). Calculando los campos eléctrico y magnético de un electrón que se mueva a velocidad «superluminosa» y formando el vector de Poynting, se puede determinar el flujo de la radiación que emite el electrón. Entonces se detecta una distribución singular de la radiación en el espacio en forma de una capa cónica estrecha que forma con el eje del movimiento un ángulo θ, de modo que $\cos\theta = c/v$, donde $c = c_0/n$ es la velocidad de fase de la luz; la radiación resulta polarizada de modo que el vector del campo eléctrico yace en el plano que pasa a través de la dirección del movimiento del electrón. Todas estas conclusiones están de acuerdo tanto cuantitativo, como cualit-

tativo, con los resultados de la observación de la luminosidad de Vavílov—Cherenkov.

La particularidad más importante de la radiación examinada consiste en que su distribución angular y la necesidad de observancia de la condición $v > c_0/n = c$ se pueden obtener a partir de razonamientos bastante generales. Imaginémonos un electrón que se mueve a velocidad v a lo largo de la línea OL (véase la fig. 39.10) que sirve de eje del estrecho canal hueco en una sustancia transparente homogénea, con índice de refracción n. Cada punto de la línea OL, que ocupa sucesivamente el electrón en movimiento, es el centro de emisión de la luz, pero con un retraso que se define mediante la magnitud $\tau = a/v$, donde a es la distancia entre dos posiciones examinadas del electrón. Para que todas las ondas que se emiten de estas posiciones sucesivas, se amplifiquen a causa de la interferencia mu-

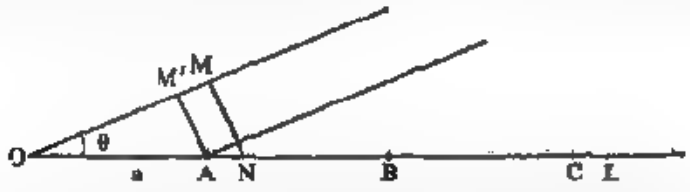


Fig. 39.10. Acerca de la teoría de radiación de Vavílov—Cherenkov: $OA = AB = BC = \ldots = a = v\tau$, $M'A$, es la posición del frente de onda, emitida desde O en el momento τ, cuando el electrón e alcanza la posición A.

tua, es necesario que la diferencia de fase entre ellas sea nula para cualquier valor de a. De la fig. 39.10 no es difícil de ver que esto ocurrirá para la dirección que forma un ángulo con la dirección del movimiento del electrón, con la particularidad de que θ se determina de la condición

$$\frac{a\cos\theta}{c} - \frac{a}{v} = 0,$$

de donde

$$\cos\theta = \frac{c}{v}.$$

En efecto, el frente de onda que parte de O, alcanza la posición AM', donde A es la nueva posición del electrón al cabo del tiempo $OM'/c = a\cos\theta/c$; pero el electrón alcanza el punto A al cabo de un tiempo $\tau = a/v$. Si los intervalos de tiempo indicados coinciden, es decir, si $a\cos\theta/c = a/v$, la onda de O y la de A resultarán en la misma fase para cualquier valor de a.

Así, pues, la dirección de la intensidad máxima se definirá mediante el ángulo θ de la generatriz de un cono con su eje OL que satisface la condición $\cos\theta = c/v$. Si $v < c$, o sea, la velocidad del

electrón es inferior a la de fase de la luz, la dirección correspondiente de θ es imposible. Al contrario, si $v > c$, el ángulo θ tiene un valor determinado que depende de la velocidad del electrón (v) y el índice de refracción (n) del medio, de acuerdo con la teoría completa y los datos experimentales.

También es fácil ver que si la condición $\cos\theta = c/v$ no se observa, podemos siempre dividir la trayectoria OL en segmentos a, de modo que la diferencia del recorrido entre las ondas que se emiten de dos segmentos vecinos correspondientes, (es decir, de dos puntos separados por una distancia a) sea igual a $\pm \frac{1}{2}\lambda$. Con otras palabras, debe cumplirse la condición

$$c\frac{a\cos\theta}{v} - c\frac{a}{v} = \pm {}^1/_2\lambda,$$

de donde

$$a = \pm \frac{\lambda v}{2(v\cos\theta - c)}.$$

Al observar esta condición, la luz que se emite de los correspondientes puntos de los sectores vecinos, se extinguirá a causa de la interferencia, y la radiación no se propagará en la dirección dada.

De esta manera, la única dirección, en la cual, puede propagarse la radiación en virtud de la interferencia mutua de las ondas, es la que se define mediante la condición $\cos\theta = c/v$, y que tiene sentido sólo en el caso de movimiento con una velocidad superluminosa ($v > c$). Claro está que en un experimento real el cono luminoso no será infinitamente fino, ya que el flujo de los electrones en movimiento tiene una apertura finita y la dispersión de velocidades v, al igual que el índice de refracción n, tiene en cierta medida diferentes valores para distintas longitudes de ondas del intervalo visible. Todo esto da una capa cónica más o menos estrecha cerca de la dirección que se determina con la condición $\cos\theta = c/v$.

Los efectos, parecidos a la radiación de Vavílov—Cherenkov, se conocen bien en la esfera de fenómenos ondulatorios. Por ejemplo, si un buque se mueve por una superficie de agua tranquila (lago) a una velocidad que supera la velocidad de propagación de las ondas en la superficie del agua, entonces las ondas que surgen bajo la proa del buque que quedan atrás de éste, forman un cono plano de ondas, cuyo ángulo de apertura depende de la relación entre las velocidades del buque de las ondas superficiales. Al moverse un proyectil o un avión a velocidad supersónica, surge una radiación sonora («súllo»), cuyas leyes de propagación también están relacionadas con la formación del denominado «cono de Mach». Estos fenómenos se complican a causa de la no linealidad de las ecuaciones aerodinámicas. En 1904 Sommerfeld calculó la radiación electrodinámica (óptica) de semejante tipo, que debe surgir durante el movimiento de una carga

a velocidad que supera la de la luz. Sin embargo, al cabo de unos meses de aparecer el trabajo de este científico, la creación de la teoría de la relatividad convirtió en inútil el estudio del movimiento de una carga con velocidad superior a la de la luz en el vacío, y los cálculos de Sommerfeld perdieron toda importancia. La posible aparición desde el punto de vista físico, de la luminosidad de Vavílov—Cherenkov está relacionada con el movimiento del electrón a velocidad que supera la velocidad de fase de la onda luminosa en el medio, lo que no contradice de ningún modo la teoría de la relatividad.

Así, pues, la radiación de Vavílov—Cherenkov es un tipo de luminosidad completamente nuevo y de gran interés, descubierto por los investigadores soviéticos.

Esta radiación halló empleos muy diversos en la física nuclear experimental y en la física de partículas elementales. A pesar de la debilidad de la luminosidad, los receptores de luz son lo suficiente sensibles para registrar la radiación, originada por la única partícula con carga. Se han creado dispositivos que permiten determinar la carga, velocidad y la dirección del movimiento de la partícula, así como su energía completa por la radiación de Vavílov—Cherenkov. En la práctica es de gran importancia el empleo de esta radiación para controlar el funcionamiento de un reactor nuclear.

§ 220. Luminofósforos cristalinos

Aunque en la actualidad (conforme a lo expuesto antes) es imposible distinguir las sustancias fluorescentes de las fosforescentes, sin embargo, existen sustancias que es conveniente clasificarlas como fosforescentes. A éstas pertenecen, en particular, los denominados luminofósforos cristalinos, que dan con frecuencia una luminosidad intensa y que, merced a esta propiedad, tienen interés práctico. Las sustancias inorgánicas que no fluorescen en forma explícita sirven de base de estos luminofosforos. Si a ellas se adicionan cantidades muy pequeñas (10^{-2} — 10^{-4}%) de ciertas impurezas, denominadas «activadores», dichas sustancias pasan a ser intensamente fosforescentes. En la mayoría de casos sirven de activadores distintas aleaciones metálicas. Así, por ejemplo, el luminofósforo brillante que se emplea muchas veces para confeccionar pantallas fosforescentes, es en sí sulfuro de zinc activado por pequeñas impurezas que contienen compuestos de manganeso, bismuto o cobre.

Semejantes sustancias fosforescentes se caracterizan por una larga luminosidad residual y, como ya se mencionó, debido a que su duración depende en gran medida de su temperatura. El aumento de la temperatura reduce en grado considerable la duración de la luminosidad, con la particularidad de que al mismo tiempo eleva intensamente su brillantez. Este fenómeno puede observarse en un experimento simple. Excitemos la fosforescencia de la pantalla de

sulfuro de zinc, alumbrándolo mediante la luz viva del arco eléctrico. La pantalla trasladada a la oscuridad permanecerá alumbrada durante unos cuantos minutos, apagándose paulatinamente. Si a la pantalla iluminada por la parte opuesta se le acerca un cuerpo caliente (por ejemplo, un disco), la región de la pantalla que se calienta se inflama con claridad, transmitiendo con precisión los contornos de la región calentada. En cambio, al cabo de un corto lapso esta zona resultará más oscura que la que la rodea, ya que la luminosidad brillante va acompañada de un amortiguamiento más rápido (desexcitación). Las mediciones muestran que la suma luminosa (es decir, la integral según el tiempo, de la intensidad de la luminosidad) permanece casi constante (incluso al acelerar la desexcitación mil veces (así, por ejemplo, al calentar hasta 1.500 °C al cuerpo la luminosidad desde unas horas se reduce hasta 0,1 s).

En los fenómenos de fosforescencia también se observa la regla de Stokes. Muchísimas sustancias fosforecen con luz visible bajo la acción de los rayos X y ultravioleta. Esto se emplea para investigar la radiación invisible de ondas cortas, por eso las pantallas fosforescentes tienen una extensión muy amplia. El fenómeno de fosforescencia también puede utilizarse para el estudio de la parte infrarroja del espectro. El experimento muestra que la fosforescencia se extingue bajo la acción de la radiación infrarroja. Proyectamos un espectro continuo (previamente excitado) a una pantalla fosforescente. Al cabo de cierto tiempo, la fosforescencia de los lugares de la pantalla, hallados bajo la parte infrarroja del espectro, resultará apagada, mientras que su superficie restante seguirá fosforesciendo, de modo que la huella de los rayos infrarrojos se notará en la pantalla en forma de bandas oscuras. Esto puede emplearse para fotografiar la zona infrarroja (hasta $\lambda = 1{,}7$ μm) o para obtener la fotografía del objeto que emite rayos infrarrojos invisibles.

Cuando los rayos infrarrojos actúan sobre una pantalla fosforescente a veces se observa una amplificación temporal de la fosforescencia. Últimamente se lograron confeccionar luminofósforos muy eficaces en este sentido y que tienen una serie de aplicaciones prácticas. En cambio la influencia de los rayos infrarrojos no se reduce al calentamiento. En particular, la suma luminosa puede reducirse (extinguirse) bajo la acción de los rayos infrarrojos.

El rendimiento relativo de los luminofósforos o sea, la relación de la cantidad total de la energía que se entrega en forma de luz, con respecto a la cantidad de energía luminosa absorbida por el luminofósforo durante la excitación puede ser muy elevado (a veces próximo a la unidad). El rendimiento elevado abre grandes perspectivas para usar los luminofósforos en calidad de fuentes luminosas. Los intentos exitosos de empleo de los luminofósforos para el mejoramiento de la cromaticidad y el aumento de la economía de las lámparas de descarga luminiscente ya se mencionaron en el § 203.

§ 221. Análisis luminiscente

Una peculiaridad muy importante de la luminiscencia es la posibilidad de observar la luminosidad a concentraciones insignificantes de la sustancia. La concentración del orden de 10^{-6} g·cm^3 resulta con frecuencia suficiente puesto que para una observación cómoda en un volumen de varias décimas de centímetro cúbico, 10^{-10} g de sustancia fluorescente alcanza para poder detectarla mediante la luminosidad característica. Sobre todo es cómodo observar las concentraciones de $10^{-6} - 10^{-7}$ g·cm^3. Esta sensibilidad extraordinaria de las observaciones luminiscentes posibilita el empleo del análisis luminiscente para resolver muchas tareas prácticas importantes.

En la actualidad se utiliza con frecuencia el análisis luminiscente. La fluorescencia del petróleo o de las impurezas que contiene éste, es bastante grande. Este fenómeno se aprovecha para la exploración rápida durante la perforación de pozos. Al someter a fluorescencia trozos pequeños de las rocas halladas durante la perforación, que cuentan con huellas de petróleo, resulta posible juzgar acerca de la proximidad de las capas petrolíferas y también, a veces, sobre la calidad del petróleo.

Mediante los procedimientos del análisis luminiscente se distinguen diferentes tipos de vidrio, se clasifican las escorias, separando las estables y las útiles para el empedrado de los caminos, se estima el grado de porosidad de las rocas petrosas y materiales para la construcción, para lo cual éstos se mojan en una solución fluorescente y se observa el cuadro de extinción de la fluorescencia. En muchas industrias químicas, como la orgánica, técnica y biológica, se emplea el análisis luminiscente para conocer en componente u otro en las mezclas complejas. Se sabe de aplicaciones valiosas de este análisis en la producción textil, donde se descubren fácilmente las manchas de grasas en las telas, invisibles a simple vista; en las investigaciones paleontológicas, ya que las fotos fluorescentes de las huellas de los fósiles tienen mucho más detalles que las fotos corrientes (fig. 39.11); en la práctica de criminología el análisis luminiscente permite detectar con facilidad las huellas de sangre (fig. 39.12), descubrir lo escrito con tinta invisible (fig. 39.13) etc. La fotoluminiscencia y catodoluminiscencia facilitan la exploración geológica, con la particularidad de que se emplean lámparas transportables que permiten explorar directamente en la roca. Mediante el microscopio se pueden observar pequeñas inserciones fluorescentes.

Estas y muchas otras determinaciones cualitativas no agotan todas las posibilidades del análisis luminiscente. Se le puede emplear también para investigaciones cuantitativas. Con este fin se busca un reactivo que entre en reacción característica con la sustancia en cuestión y de productos fluorescentes, los que se detectan mediante el análisis luminiscente. Merced a la extraordinaria sensibilidad del

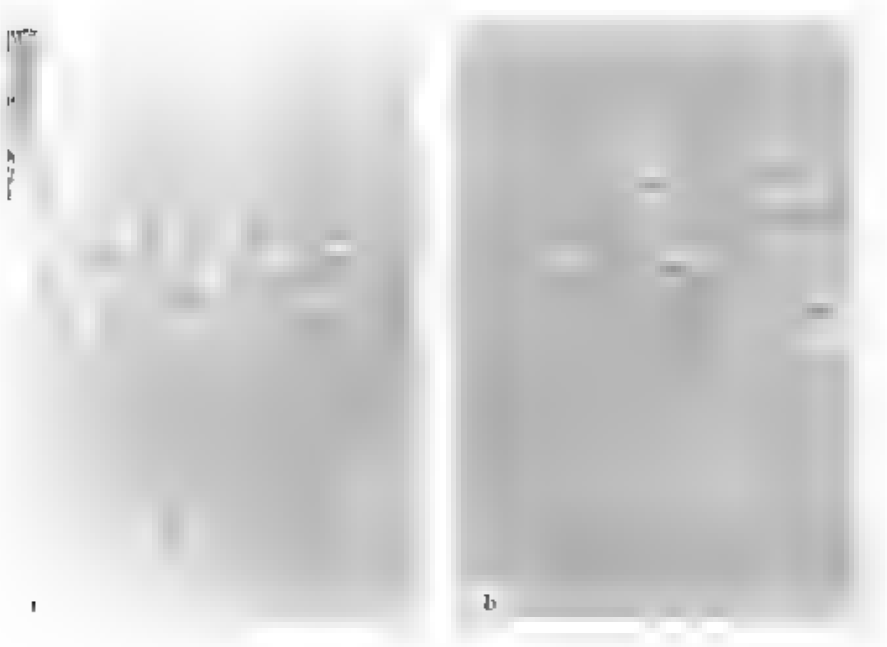


Fig. 39.11. *Empleo de la luminiscencia para aumentar el contraste de las fotocopias de fósiles.*
a, fotografía corriente, b, fotografía obtenida con luminosidad ultravioleta que excita la luminiscencia.

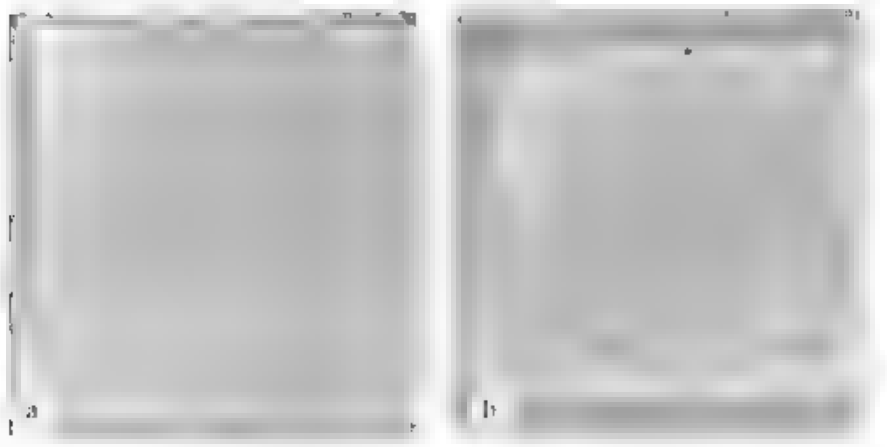


Fig. 39.12. *Empleo de la luminiscencia en la práctica de criminología.*
Revelación de los rastros de sangre, a, fotografía corriente, b, fotografía luminiscente.

método luminiscente, es suficiente una cantidad ínfima de la sustancia inicial. Mediante semejante procedimiento se logró, por ejemplo, investigar el contenido del ozono en el aire incluso a grandes alturas, con la particularidad de que las muestras de ensayo del aire de un volumen de 10—20 l se tomaban durante el vuelo de los aeróstatos a gran altura, donde la presión no superaba 15—20 mm Hg. De esta manera, en disposición del investigador resultaba sólo unos 0,5 g de aire. El ozono contenido en esta muestra fue medido con fiabilidad, a pesar de que su proporción era inferior a 0,00001%.

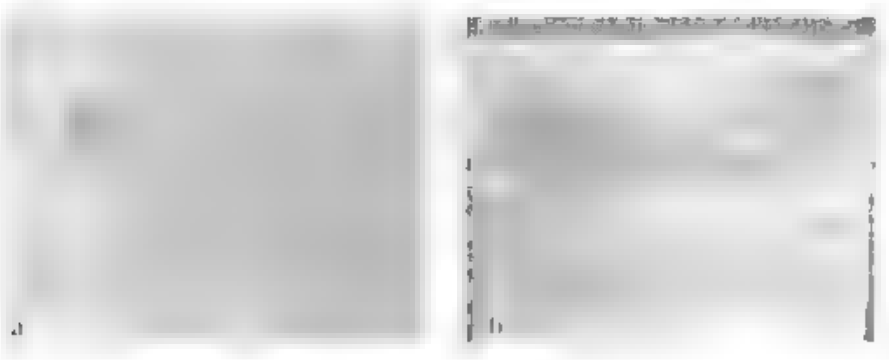


Fig. 39.13. Revelación de lo escrito con tinta invisible mediante la luminiscencia: a, fotografía corriente, b, fotografía luminiscente.

LÁSERES, ÓPTICA NO LINEAL

40. GENERADORES ÓPTICOS CUÁNTICOS

Para las fuentes luminosas, que son tradicionales en la zona óptica del espectro, es característica la incoherencia de la radiación. La radiación de la fuente en total se compone de flujos, incoherentes entre sí, emitidos por elementos microscópicos de la fuente: átomos, moléculas, iones y electrones libres. De ejemplos de radiación incoherente pueden servir la luminosidad de la descarga gaseosa, la radiación térmica de las fuentes naturales y artificiales, la luminiscencia mediante diversos procedimientos de su excitación, etc.

A comienzos de los años 60 fueron creadas fuentes de luz de otro tipo, que recibieron el nombre de *generadores ópticos cuánticos* o, simplemente, *láseres*. En contraposición de las fuentes incoherentes, las ondas electromagnéticas que se originan en distintas partes del generador óptico cuántico, alejadas una de la otra a distancias macroscópicas, resultan coherentes entre sí. En este caso los generadores cuánticos son bastante parecidos a las fuentes de ondas hertzianas coherentes.

La coherencia de la radiación se manifiesta prácticamente en todas las propiedades de los generadores ópticos cuánticos. Sólo es excepción la energía total de la radiación, la cual, lo mismo que en caso de fuentes incoherentes, depende ante todo de la energía recibida. Un rasgo extraordinario de los láseres, ligado estrechamente a la coherencia de su radiación, es la capacidad de concentrar la energía: en el tiempo, en el espectro, en el espacio y por las direcciones de propagación. Para algunos generadores cuánticos es característico el grado extremadamente alto de monocromaticidad de su radiación. En otros láseres se emiten impulsos muy cortos, de una duración de 10^{-12} s; por eso la potencia instantánea de semejante radiación puede ser muy grande. El haz luminoso que sale del generador óptico cuántico, posee alta directividad, la cual en muchos casos se deter-

mina mediante fenómenos de difracción. Semejante radiación se puede, como es sabido, enfocar en una superficie ínfima y crear, por lo tanto, una enorme luminosidad.

En el presente capítulo se exponen las nociones básicas acerca de los principios físicos del funcionamiento de los generadores ópticos cuánticos y las propiedades de estos últimos.

Los generadores ópticos cuánticos han ejercido y ejercerán sin duda una considerable influencia en el desarrollo de la óptica. El estudio de las propiedades de los mismos láseres han enriquecido de modo esencial nuestros conocimientos acerca de los fenómenos de interferencia y difracción (véanse los §§ 228—230). La propagación de una radiación potente, emitida por un generador óptico cuántico, va acompañada por fenómenos denominados no lineales. Algunos de ellos (dispersión estimulada de Mandelshtam—Brillouin, dispersión estimulada del ala de la línea de Rayleigh y la dispersión estimulada de temperatura) se han descrito en el capítulo 29, antes se mencionó también la absorción y la ionización de multifotones (véase el § 157), la dependencia entre el factor de absorción y la intensidad de la luz (véase el § 157), el efecto fotoeléctrico de multifotones o no lineal (véase el § 179), la excitación de multifotones y la disociación de las moléculas (véase el § 189), el efecto de Kerr condicionado por el campo eléctrico de la luz (véase el § 152). Las nociones acerca de otros fenómenos se expondrán en el § 224 y en el capítulo 41. El conjunto de fenómenos no lineales forma el contenido de la *óptica no lineal* y la *espectroscopia no lineal*, que han aparecido en los años 60 y siguen desarrollándose con rapidez.

Los dispositivos ópticos y los métodos ópticos de investigación se utilizan en gran escala en las más diversas ramas de las ciencias naturales y la técnica. Mencionemos, por ejemplo, el estudio de la estructura de las moléculas, mediante sus espectros de radiación, absorción y difusión de la luz, así como el empleo del microscopio en la biología, el uso del análisis espectral en la metalurgia y geología. Los generadores ópticos cuánticos amplían de manera inconmensurable las posibilidades de los métodos ópticos de investigación. Citemos varios ejemplos que muestran lo dicho. Uno de los nuevos métodos, la holografía, se ha descrito detalladamente en el capítulo 11. El estudio de los procesos atómico-moleculares que transcurren en el medio radiante de los láseres, así como de la difusión de la luz y la fotoluminiscencia con el empleo de los láseres, permitió obtener un volumen grande de conocimientos en la física atómica y molecular, así como también en la física del sólido. Los generadores ópticos cuánticos han cambiado notoriamente los rasgos de la fotoquímica; mediante una potente radiación de láser puede realizarse la separación de los isótopos y efectuarse reacciones químicas dirigidas. Merced a la monocromaticidad de la radiación de los generadores ópticos cuánticos, resulta ser relativamente fácil

la medición del desplazamiento de la frecuencia que surge durante la difusión de la luz a causa del efecto Doppler; este método se emplea mucho en la aero e hidrodinámica para la radiación del campo de velocidades en los flujos de gases y líquidos. En la industria señalemos el empleo de los láseres para la soldadura, tratamiento y corte de materiales metálicos y dieléctricos y piezas en la construcción de dispositivos, maquinaria y en la industria textil. Son muy interesantes e importantes los empleos de los láseres en la biología, medicina, geodesia y cartografía, en sistemas de localización de los satélites y en otras muchas ramas. Es necesario subrayar que se amplía constantemente la esfera de utilización de los generadores ópticos cuánticos.

Los ejemplos enunciados ilustran con evidencia la opinión establecida acerca de la revolución auténtica en la óptica y en los métodos ópticos de investigación, provocada por la invención de los generadores ópticos cuánticos.

§ 222. Radiación de ondas electromagnéticas mediante un conjunto de fuentes coherentes

Examinemos un campo, creado por una fuente de luz y constituido por un gas que emite átomos. No vamos a tomar en consideración la reflexión y refracción en la superficie de separación y la absorción de la luz durante la propagación de ésta dentro del volumen de la fuente. El átomo que se encuentra en un punto, determinado por el radio-vector r_j (x_j, y_j, z_j), emite al punto de observación $r\,(x, y, z)$ (fig. 40.1) una onda monocromática que puede escribirse de la siguiente manera:

$$s_j(r, t) = \frac{A_j}{|r - r_j|} \cos[\omega t - k|r - r_j| + \varphi_j], \quad k = 2\pi/\lambda. \quad (222.1)$$

El campo total, creado por todos los átomos de la fuente, será igual a la suma de las ondas de tipo (222.1):

$$s(r, t) = \sum_{j=1}^{N} s_j(r, t), \quad (222.2)$$

donde N es el número de átomos emitidos desde la fuente.

Sea que los átomos emiten independientemente; las diferencias de fase φ_j, $\varphi_{j'}$ pertenecientes a los átomos j y j', toman valores arbitrarios, por lo tanto, la interferencia de las ondas s_j no existe. Sin más cálculos está claro que a grandes distancias, que superan en grado considerable las dimensiones lineales del volumen luminoso, su radiación será prácticamente isótropa. En lo que se refiere a menores distancias, comparables con las dimensiones de la fuente, la luminancia de la radiación no será uniforme e isótropa, dependerá de la forma de la fuente, de la relación de su tamaño en distintas

direcciones, etc. Sin embargo, las variaciones de la luminancia serán relativamente suaves. Estas conclusiones son precisamente las que corresponden a las propiedades de las fuentes incoherentes luminosas (lámpara de incandescencia, fuentes luminosas de descarga de gases, etc.).

Examinemos el caso límite contrario de la completa coherencia de las ondas, emitidas por diferentes átomos. El resultado de interferencia de N ondas depende de modo esencial de la disposición mutua de los átomos emitidos y de la ley concreta, a la cual se someten las fases φ_j. Consideremos un caso simple que tiene relación directa a las propiedades de los generadores ópticos cuánticos. Sea, que la fuente tiene la forma de un paralelepípedo rectangular (fig. 40.2) con longitudes de aristas a, b, L, los átomos luminosos lo llenan bastante uniformemente, y la amplitud de ondas (con más exactitud,

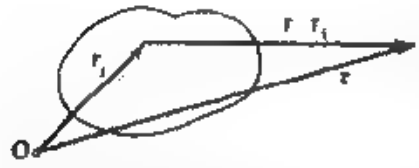


Fig. 40.1. Para el cálculo del campo que se emite por una fuente extendida de luz.

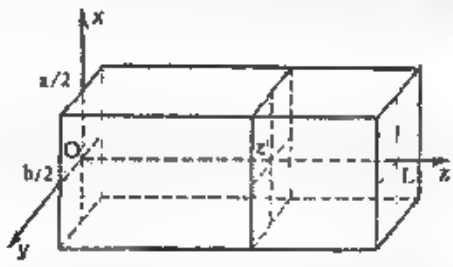


Fig. 40.2. Para el cálculo de las ondas de interferencia, emitidas por los átomos de la fuente luminosa extendida

los coeficientes A_j en la expresión (222.1)) son iguales. Sea también que la distancia entre los átomos vecinos es mucho menor que la longitud de onda, y por eso la sumación según j en (222.2) puede sustituirse por la integración según el volumen de la fuente. Por lo tanto, escribiremos $r'\ (x', y', z')$ en lugar de r_j.

Supongamos, por último, que todos los átomos que se hallan en el plano, perpendicular al eje Oz, emiten ondas con las mismas fases $\varphi\ (r')$, en otras palabras, $\varphi\ (r')$ depende sólo de z', y no depende en absoluto de x' e y'. Al cumplirse las condiciones enunciadas, el campo creado por los átomos situados en cualquier plano $z' = \text{const}$, de modo semejante al campo en caso de la difracción de una onda monocromática, incidente paralelamente al eje Oz a la pantalla con un orificio en forma de rectángulo con los lados a y b: el papel de las ondas secundarias de Fresnel en el problema de difracción lo desempeñan ahora las ondas reales, emitidas por los átomos situados en el margen de este «orificio», a saber, la sección transversal de la fuente por el plano $z' = \text{const}$. En la fig. 40.2 se muestra una de estas secciones.

Para mayor simplicidad, examinaremos el campo a grandes distancias de la fuente, que corresponden a los fenómenos de difracción de Fraunhofer. Empleando los resultados de los cálculos, realizados en el § 42, podemos escribir

$$s(r, t) = \frac{AN}{rL} \frac{\operatorname{sen} u}{u} \frac{\operatorname{sen} v}{v} \int_0^L \cos[\omega t - kr + kz' + \varphi(z')]\, dz', \qquad (22.3)$$

donde $u = \pi ax/\lambda r$; $v = \pi by/\lambda r$. El factor ante la integral en (22.3), multiplicado por dz', es en sí la amplitud de la onda sumaria, omitida por todos los átomos situados en el margen de la capa de grosor dz' en la proximidad del plano $z = z'$. La integral expresa la sumación de las ondas que van de todas las capas semejantes que se hallan en los alrededores de la fuente. El argumento del coseno bajo la integral contiene la fase inicial (z') y parte de la fase que aparece a cuenta de la diferencia del recorrido $r - z'$ entre el punto de observación y la capa en la cercanía de $z = z'$. La dependencia de la amplitud de onda en función de los ángulos x/r, y/r se determina por factores de difracción corrientes u^{-1} sen u, v^{-1} sen v, y la radiación de la fuente está concentrada en un pequeño ángulo sólido, aproximadamente igual a λ^2/ab. En vista de la analogía señalada con los fenómenos de difracción de Fraunhofer este resultado es evidente. De esta misma analogía podemos deducir también que si la fase $\varphi(z')$ conservase el valor constante no en el plano $z' = \text{const}$, sino en el plano perpendicular a cualquier vector n, la radiación de la fuente estaría concentrada en el correspondiente ángulo de difracción cerca de la dirección de n. Por lo tanto, la coherencia de las ondas emitidas por diferentes átomos, condiciona en total una estricta direccividad de la radiación de la fuente.

La sumación de las ondas que llegan al punto de observación de todas las secciones transversales del volumen luminoso, se da por la integral según z' en la fórmula (22.3). El resultado de esta sumación se determina mediante la relación entre la fase $\varphi(z')$ y la fase kz' que refleja la diferencia de las distancias entre el punto de observación y las posiciones de diversos átomos. Si $\varphi(z')$ no depende de z', las ondas que llegan al punto de observación desde las capas de la fuente que se hallan a una distancia igual a la mitad de la longitud de onda, se apagarán mutuamente, en este caso el valor máximo de la integral de (22.3) resultará igual a λ/n, con la particularidad de que éste se logre, por lo visto, cuando en la longitud de la fuente L cabe un número impar de semiondas.

La amplitud del campo $s(r, t)$ adquiere un valor máximo si las ondas emitidas por distintas secciones de la fuente, llegan al punto de observación con la misma fase. En otras palabras, $\varphi(z')$ y kz' deben ligarse mediante la relación

$$\varphi(z') + kz' = \varphi_0. \qquad (22.4)$$

donde φ_0 es una magnitud constante. Al realizarse esta igualdad, la integral en (222.3) es proporcional a toda la longitud de la fuente L y

$$s(r, t) = \frac{AN}{r} \frac{\operatorname{sen} u}{u} \frac{\operatorname{sen} v}{v} \cos[\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0]. \qquad (222.5)$$

De esta manera, en este caso la amplitud del campo, emitido por toda la fuente, es igual a la suma de las amplitudes de las ondas que se radian de todos los átomos. La condición, expresada por la igualdad (222.4), se denomina *condición de coincidencia de fases*[*]).

Así, si la radiación de los átomos, que forman la fuente luminosa macroscópica, es coherente y además se cumple la condición de la coincidencia de fases, la radiación de la fuente en total está concentrada en un pequeño ángulo de difracción y la amplitud cerca del eje del haz es N veces mayor que la amplitud de la onda emitida por un átomo aislado. Las peculiaridades señaladas son características para los generadores ópticos cuánticos, es decir, el esquema examinado es en sí el modelo del generador cuántico.

Es natural que surja la pregunta, ¿existe algún procedimiento, mediante el cual se puede lograr la coincidencia de fases que se suponía anteriormente, de la radiación de los átomos que se encuentran a distancias macroscópicas el uno del otro, y si es posible, en qué consiste este método?

De la condición de la coincidencia de fases (222.4) se ve que las fases φ_j de la ondas s_j deben variar en dependencia de la posición del átomo emisivo según la misma ley, por la cual varía la fase en la onda luminosa. Esto significa que el agente que regula la fase de la radiación atómica, tiene que ser precisamente la onda luminosa. Sin embargo, en el capítulo 33 se señaló que para la descripción microscópica de las propiedades espectrales de la radiación térmica, A. Einstein introdujo la noción sobre la emisión forzada. Una de las propiedades principales de la emisión forzada consiste en que las ondas emitidas por el átomo en este proceso tienen la misma frecuencia y también la fase que la onda que actúa sobre el átomo. Merced a la propiedad indicada, como se señalará en el § 223, la puesta en fase de la radiación de los átomos alejados puede garantizarse mediante una emisión forzada.

§ 223. Absorción y amplificación de la radiación que se propaga en un medio

Sea que la onda plana de frecuencia que corresponde a la diferencia de energías $E_m - E_n$ de cualesquiera dos estados de átomos (o moléculas) del medio, se propaga a través de este medio. El flujo de

*) Se emplea también con frecuencia el término sincronismo espacial.

radiación varía según la ley de Bougier, con la particularidad de que el factor de absorción se define mediante la relación (211.20)

$$\alpha_\omega(\omega) = {}^1/_4\lambda^2 \; a_{mn}(\omega)\, g_m \left[N_n/g_n - N_m/g_m\right], \qquad (223.1)$$

donde $a_{mn}(\omega)$ es la densidad espectral del coeficiente de Einstein; g_m, g_n y N_m, N_n son las masas estadísticas y las densidades de población de los estados m y n. Recordemos que los términos N_n/g_n y N_m/g_m en (223.1) describen las aportaciones de las transiciones $n \to m$ y $m \to n$, respectivamente, las cuales se acompañan por la absorción y emisión inducida de los fotones. La potencia que se absorve en la unidad de volumen del medio, se expresa de la siguiente manera:

$$q_\omega(\omega)\, d\omega = \alpha_\omega(\omega)\, I(\omega) d\omega = \alpha_\omega(\omega)\, cu(\omega)\, Q\omega, \qquad (223.2)$$

donde $u(\omega)$ e $I(\omega)$ son las densidades espectrales de la energía (en J·cm³), del flujo.

En condiciones del equilibrio termodinámico del medio, a través del cual se propaga la radiación, $N_m/g_m < N_n/g_n$, lo que se desprende del principo de Boltzmann, por lo tanto, $\alpha_\omega(\omega > 0$. Esto corresponde a la absorcion de la radiación. En cabio, si de una manera u otra pudiésemos realizar la condición para la cual $N_m/g_m > N_n/g_n$, el coeficiente $\alpha_\omega(\omega)$ cambiaría su signo y se convertiría en una magnitud negativa. En este caso la densidad del flujo energético que se propaga en el medio, aumentará, en vez de disminuir, como durante el equilibrio termodinámico. En otras palabras, a cuenta de la radiación inducida, al haz luminoso se añadirá una cantidad mayor de fotones que pierde durante la excitación de los átomos en las transiciones inversas $(n \to m)$.

La relación entre las concentraciones de los átomos, correspondiente a la desigualdad $N_m/g_m > N_n/g_n$, se denomina densidad de *población inversa* de los niveles energéticos m, n.

En el presente capítulo trataremos fundamentalmente, de los medios con densidad de población (o simplemente «población») inversa. Por eso es conveniente introducir en lugar de la potencia absorbida $q_\omega(\omega)$ y el factor de absorción $\alpha_\omega(\omega)$ nuevas designaciones para la *potencia radiante* o de emisión $q(\omega)$ y el *coeficiente de amplificación* $\alpha(\omega)$ que se diferencian de las primeras por el signo:

$$\left.\begin{aligned} q(\omega) &= \alpha(\omega)\, u(\omega)\, c, \\ \alpha(\omega) &= {}^1/_4\lambda^2 g_m a_{mn}(\omega)\left[N_m/g_m - N_n/g_n\right] \end{aligned}\right\} \qquad (223.3)$$

El medio con la población inversa de los niveles energéticos que asegura la amplificación de la radiación que se propaga en éste, se acostumbra denominarlo *medio activo*.

La población inversa de los niveles se puede formar en una descarga de gas mediante algunas reacciones químicas, de la excitación

óptica, etc. Más abajo se dirá algo acerca de varios procedimientos de creación de un medio activo *).

Hasta ahora se trató la cuestión energética del problema. Como se subrayó en el § 211, las ondas electromagnéticas que surgen a causa de las transiciones forzadas, son coherentes con la onda que provoca estas transiciones. En particular, si el campo que interacciona con los átomos es en sí una onda monocromática plana, los fotones emitidos por estimulación también forman una onda monocromática plana con la misma frecuencia, polarización, fase, y con la misma dirección de propagación. Como resultado de la emisión estimulada (al igual que la absorción) varía sólo la amplitud de la onda incidente.

Lo dicho se puede considerar como otra forma de afirmación de que la emisión estimulada amplifica y la absorción debilita la radiación, sin variar todas sus características restantes. En cambio, para comprender las propiedades de la radiación de los generadores ópticos cuánticos resulta muy fructífera la descripción microscópica basada en la noción sobre la coherencia de la onda incidente y de las ondas secundarias que se emiten a causa de las transiciones forzadas. En particular, de los razonamientos citados se ve que la condición de coincidencia de fases especial, que se discutió en el § 222 y que es necesario para obtener una potente radiación dirigida de una fuente macroscópica, puede realizarse merced al proceso de emisión estimulante. En efecto, las ondas emitidas por los átomos que se hallan en diversos puntos del espacio se sumarán sincrónicamente en el punto de observación, si la diferencia de fases iniciales de estas ondas compensan la correspondiente diferencia de recorridos (véase § 222 4)). Pero precisamente esta será la situación si las ondas secundarias f_2, examinadas en el § 222 (véase la fig. 40 2), surgen a causa de la emisión estimulada bajo la influencia de la onda luminosa exterior. Los valores de la fase de esta onda en z_1, z_2 (los puntos de disposición de distintos átomos) se diferencian en una magnitud $k(z_1 - z_2)$, y las ondas secundarias resultan desplazadas según la fase inicial, una con respecto a la otra, en la misma magnitud tomada con el signo contrario, lo que es indispensable para su suma de sincronización en el punto de observación.

Es necesario recordar que además de la emisión coherente que se discutió antes en relación con las transiciones forzadas, los átomos del medio realizan también transiciones espontáneas, como resultado de las cuales se emiten ondas, incoherentes entre sí, y también con el campo exterior. De este modo, la radiación de un medio activo siempre representa una mezcla de partes coherentes e incoherentes, cuya relación depende, en particular, de la intensidad del campo exterior. Lo último queda claro, ya que los átomos que tomaron parte en el

*) En 1951 V. A. Fabrikant, M. M. Vudinskii y F. A. Butáeva patentaron el derecho de autor para el procedimiento de amplificación de la radiación a cuenta de la emisión inducida, que fue propuesto por V. A. Fabrikant, en 1940.

proceso de la emisión estimulada, han quedado sin la energía de excitación y, por lo tanto, no pueden emitir espontáneamente. Un análisis más detallado muestra que bajo la influencia de las transiciones forzadas no varía sólo la intensidad total de la radiación espontánea incoherente, sino también su composición espectral.

§ 224. Efecto de saturación

De acuerdo con la relación (223.2), la expresión para la potencia absorbida (o emitida) $q_\omega(\omega)$ contiene en calidad de factor el producto $u(\omega)c$, que es igual al flujo de radiación. En cambio, esto no afecta la dependencia entre $q_\omega(\omega)$ y $u(\omega)$ como ya se mencionó en el § 157, el experimento indica sobre la disminución del factor de absorción a medida que aumenta $u(\omega)$. Este fenómeno se comprende fácilmente si se toma en consideración que la absorción de la luz va acompañada de la transición del átomo a un estado de excitación y el número de átomos capaces de absorber, se reduce. A su vez, a causa de la emisión estimulada se reduce el número de átomos excitados. Por consiguiente la absorción y la emisión estimulada influyen sobre la diferencia de las poblaciones de los niveles y sobre el factor de absorción.

El fenómeno descrito tiene un significado de principio para los generadores ópticos cuánticos, por eso lo examinaremos con más detalle. Sea que en el medio se crea una población inversa de los niveles m y n. Para simplificar las fórmulas, las masas estadísticas de los estados m y n las consideraremos iguales ($g_m = g_n$). En el caso opuesto la diferencia $N_m - N_n$ en las siguientes expresiones habrá que sustituirla por $N_m/g_m - N_n/g_n$ (véase (223.5)).

En calidad de medida de la potencia del proceso de excitación, que conduce a la población inversa y mientras no se concreta, puede tomarse la magnitud de la diferencia de la población $N_{m0} - N_{n0}$, que surge al no haber radiación. La energía acumulada en el medio y capaz de transformarse en energía de radiación a causa de las transmisiones forzadas es proporcional, por lo visto, a la magnitud $\hbar\omega(N_{m0} - N_{n0})$. Para valores de $u(\omega)$ suficientemente grandes toda la energía indicada se transformará en energía de radiación, y en lugar de las relaciones (223.3) se cumplirá la igualdad:

$$q_{mn}(\omega) = \sigma\hbar\omega(N_{m0} - N_{n0}), \tag{224.1}$$

donde σ es el coeficiente de proporcionalidad. La expresión general para $q(\omega)$ que pasa en (223.3) y (224.1) para los casos límites en $u(\omega) \to 0$ y $u(\omega) \to \infty$, se puede representar de la siguiente forma (véase el ejercicio 247):

$$q(\omega) = \hbar\omega(N_{m0} - N_{n0})\frac{b_{mn}(\omega)u(\omega)}{1 + b_{mn}(\omega)u(\omega)\theta}. \tag{224.2}$$

El coeficiente σ está relacionado con el tiempo de vida de los átomos en los niveles m y n. De la comparación de (224.2) con (223.3) se puede hallar la dependencia entre la diferencia de la población y el coeficiente de amplificación $\alpha(\omega)$ en función de $u(\omega)$:

$$N_m - N_n = [N_{m0} - N_{n0}]/[1 + b_{mn}(\omega)\, u(\omega)/\sigma], \qquad (224.3)$$

$$\alpha(\omega) = {}^1/_4 \lambda^2 a_{mn}(\omega) \frac{N_{m0} - N_{n0}}{1 + b_{mn}(\omega)\, u(\omega)/\sigma}. \qquad (224.4)$$

En la fig. 40.3 se muestran los gráficos de la dependencia entre la magnitud $[N_m - N_n]/[N_{m0} - N_{n0}]$ y $q(\omega)/q_{máx}(\omega)$ en función de la variable $b_{mn}(\omega)\, u(\omega)/\sigma$. A la fórmula (223.3) le corresponde la curva 1 que por su ley hiperbólica se aproxima a su valor asintótico que satisface la fórmula (224.1).

La dependencia no lineal de la potencia emitida $q(\omega)$ en función de la densidad de la radiación $u(\omega)$ obtuvo el nombre de *efecto de saturación*. Este mismo término se emplea para el fenómeno de reducción de la diferencia de las poblaciones bajo la influencia de la radiación forzada y absorción.

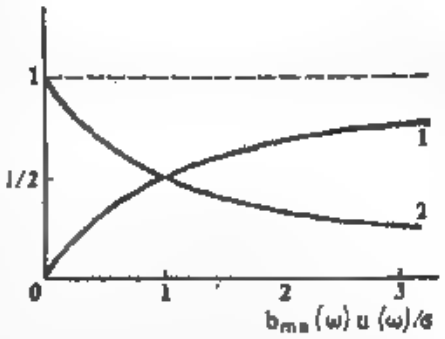


Fig. 40.3. Gráficas de la dependencia entre $(N_m - N_n)/(N_{m0} - N_{n0})$ (curva 2) y $q(\omega)/q_{máx}(\omega)$ (curva 1) y la densidad de la energía de radiación.

De acuerdo con los cálculos (véase el ejercicio 247) la magnitud $1/\sigma$ se determina mediante la vida del átomo en los niveles m y n, condicionados por las transiciones espontáneas y que se extinguen mediante las colisiones. Por otra parte, el producto $b_{mn}(\omega)\, u(\omega)$ es igual al número de transiciones, inducidas por la radiación en una unidad de tiempo y calculada para un átomo en unidad de volumen. Por eso la dependencia entre $N_m - N_n$ y la combinación $q_{mn}(\omega)$ $u(\omega)/\sigma$ tiene una interpretación física bastante simple: cuanto mayor es el tiempo $1/\sigma$, durante el cual el átomo se encuentra en los niveles m y n, tanto mayor será el grado con que el campo electromagnético «tenga tiempo» de equilibrar las poblaciones de estos niveles y transformar la energía de excitación en energía de emisión.

Al analizar el efecto de saturación, se sobreentendía la población inversa de los niveles, o sea, $N_m > N_n$. Si $N_m < N_n$, las relaciones (224.2)—(224.4) quedan en vigor, pero el número de transiciones con la absorción supera el número de transiciones con emisión estimulada; en resumidas cuentas, el medio no entrega la energía al campo, sino que la obtiene de éste.

Hay que tener en cuenta que la dependencia entre el coeficiente de amplificación $\alpha(\omega)$ y la densidad de radiación $u(\omega)$ según la ley hiperbólica (224.2) es válida sólo para un modelo de medio relativamente simple. De (224.4) se ve, en particular, que la densidad espectral del coeficiente de Einstein $\sigma_{mn}(\omega)$ para todos los átomos se supone igual. Si se toman en consideración las colisiones, el movimiento de los átomos y el efecto Doppler relacionado con éste, la radiación no monocromática y otras circunstancias, el aspecto de la dependencia de $\alpha(\omega)$ en función de $u(\omega)$ será distinta. Sin embargo, la reducción de $\alpha(\omega)$ con el aumento de $u(\omega)$ es una ley general.

El descubrimiento experimental del efecto de saturación pertenece a S. I. Vavílov, de lo que ya se habló en el § 157. Después este efecto fue estudiado con más detalle para los luminoforos cristalinos que se caracterizan por una duración relativamente larga de los estados de excitación, así como para las transiciones entre los niveles atómicos y moleculares con frecuencias que corresponden a la banda de radiofrecuencias y a la zona óptica del espectro. El efecto de saturación es en s. uno de los fenómenos principales de la óptica no lineal y desempeñará un papel esencial en toda la exposición ulterior.

§ 225. Principio de funcionamiento del generador óptico cuántico

La amplificación coherente de la luz por el medio con la población inversa de los niveles energéticos determinó la posibilidad de emplear semejante medio para la generación de un flujo dirigido de radiación monocromática.

Antes de pasar a la descripción del funcionamiento del generador óptico cuántico, haremos una objeción acerca del sentido del nombre de este dispositivo. Para formar un flujo de radiación dirigido en un medio activo, se emplean los procesos de radiación de átomos o moléculas, sistemas cuánticos que poseen un conjunto discreto de posibles valores de energía y que emiten cuantos de energía, o sea, fotones. Esto determina la conveniencia del término empleado de «generador óptico cuánticos o láser *). En los generadores de válvulas para la radiotecnia, en el cual se usa el movimiento de los electrones de conductividad y las frecuencias de radiación son bajas, los efectos cuánticos no desempeñan un papel esencial, por eso se puede describir la mayoría de los fenómenos que ocurren en ellos mediante la teoría clásica.

Examinemos de qué modo emitirá la luz un medio activo, ubicado entre dos espejos del tipo empleado en los interferómetros de

*) La abreviatura «LASER» se compone de las primeras letras de la frase inglesa: Ligth Amplification by Stimulated Emission of Radiation (amplificación de la luz por emisión estimulada de radiación).

Fabry—Perot (fig 40 4). Dicho sistema se suele denominar resonador óptico activo. Sea que el átomo excitado, situado en el punto *A*, emite una onda como resultado de la transición espontánea entre los niveles con población inversa.

Cuanto mayor es el camino que pasa la onda en el medio activo, tanto mayor es la amplificación de la onda. Para las direcciones perpendiculares al eje del resonador, la amplificación resulta mínima. A otras direcciones corresponde un camino un poco más largo, por lo tanto, la amplificación es en cierto grado mayor. En la fig. 40.4 esto se muestra esquemáticamente mediante el aumento del número de flechas en los flujos luminosos que se amplifican. Después de reflejarse del espejo, la onda de nuevo se propaga en el medio activo, y su amplitud sigue aumentando. Luego alla alcanza el segundo espejo, se refleja de él y sufre otra amplificación en el medio activo, después de lo cual todas las etapas del ciclo descrito se repiten, como resultado, la energía de la onda crece en el resonador.

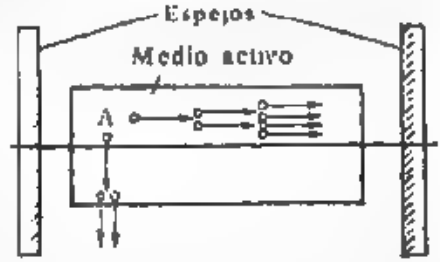


Fig. 40.4. Esquema principal del generador óptico cuántico.

Además de la amplificación mediante el medio activo, existe una serie de hechos que reducen la amplitud de la onda dentro del resonador. Los factores de reflexión de los espejos del resonador no son iguales a la unidad. Más aún, para sacar la radiación del resonador por lo menos uno de los espejos se hace semitransparente. Además, al propagarse la radiación a lo largo del eje del resonador, también habrá, otras pérdidas de la energía del lujo de radiación, provocada por su difracción, dispersión en el medio que llena el resonador, etc. Todas estas pérdidas de energía se pueden tener en cuenta, introduciendo para los espejos cierto factor de reflexión efectiva r_{ef} que es inferior al valor del factor de reflexión verdadero de los espejos, o sea, menor que r.

Si la amplificación de la onda en la longitud L es mayor que las pérdidas sumarias que sufre la onda al reflejarse en los espejos, entonces con cada recorrido, la amplitud de la onda aumentará más y más. La amplificación seguirá hasta el momento, en que la densidad de la energía $u(\omega)$ en esta onda no alcance un valor, para el cual la magnitud del coeficiente de amplificación no se reduce de modo esencial, a causa del efecto de saturación. El estado estacionario corresponde, por, lo visto, a las condiciones de la compensación exacta de la amplificación en el medio por las pérdidas sumarias de la energía. Así, pues, el efecto de saturación tiene una importancia esencial en lo que respecta a la generación de la radiación en los láseres.

La relación cuantitativa que determina la posibilidad de generar el flujo dirigido de radiación, se puede hallar de los siguientes razonamientos. El flujo de radiación con la densidad espectral I_0 que surge en cualquier punto A del medio activo (véase la fig. 40.4) y es dirigido a lo largo del eje del resonador, se amplifica durante el camino hacia el espejo derecho, se refleja de éste y, después de reflejarse en el espejo izquierdo pasará otra vez a través del punto A, propagándose en su dirección inicial. De esta manera, en el transcurso de un ciclo de propagación en el resonador, la radiación recorrerá un camino igual a $2L$. En ausencia de toda clase de pérdidas de energía, esto tiene que conducir al aumento del flujo hasta la magnitud $I_0 \exp [2\alpha(\omega)L]$, donde $\alpha(\omega)$ es el factor de amplificación. En cambio, a causa de las pérdidas que se tienen en cuenta mediante el factor de reflexión efectivo r_{ef}, la densidad real del flujo de energía después de un ciclo de propagación en el resonador, se determinará por la expresión $I_0 r_{ef}^2$, $I_0 r_{ef}^2 \exp [2\alpha(\omega)L]$. Por eso la solución de la cuestión acerca de la posibilidad de excitar la generación en un resonador se reduce a la condición:

$$I_0 r_{ef}^2 \exp (2\alpha_0(\omega)L) > I_0,$$

o bien

$$r_{ef}^2 \exp (2\alpha_0(\omega)L) > 1. \qquad (225.1)$$

Aquí por $\alpha_0(\omega)$ se comprende el valor del factor de amplificación, siendo pequeñas las intensidades, es decir, sin tener en cuenta el efecto de saturación (el llamado *coeficiente no saturado de amplificación*). En el caso en que la relación (225.1) se transforma en igualdad, se dice que se han logrado las *condiciones de umbral de la generación*.

Conforme a lo expuesto, la potencia estacionaria de la generación se definirá por la condición

$$r_{ef}^2 \exp [2\alpha(\omega)L] = 1; \qquad (225.2)$$

hallando por logaritmos la última expresión, obtenemos

$$\alpha(\omega)L = f, \quad f = \ln(1/r_{ef}). \qquad (225.3)$$

Las expresiones (225.2) ó (225.3) se denominan *condiciones de generación estacionaria*. Se le puede dar otro aspecto si pasamos del factor de amplificación a la potencia de emisión en 1 cm³. Suponiendo, además, que r_{ef} se diferencia poco de 1 (y por lo tanto, $f = \ln(1/r_{ef}) \approx 1 - r_{ef}$) y multiplicando ambos miembros de (225.3) por el área S de la sección transversal del haz del láser y por $cu(\omega)$, obtenemos

$$q(\omega)SL = cu(\omega)(1 - r_{ef})S. \qquad (225.4)$$

Puede decirse, por lo tanto, que la condición de la generación estacionaria es equivalente a la igualdad de la potencia qSL que se emite

en un volumen SL del medio activo, y el flujo $cuS\ (1 - r_{ef})$ que sale del resonador.

La magnitud f se denomina *pérdidas relativas de la energía* o, simplemente, *pérdidas*. En lugar de la magnitud f a veces se opera con el *factor Q_r del resonador*. Por el factor Q en el sistema oscilatorio se comprende la relación de la energía acumulada en el sistema, con respecto a la energía que sale del sistema durante un período de oscilaciones $2\pi/\omega$. Es fácil mostrar que para los resonadores ópticos el factor Q_r definido de esta manera, está relacionado con las pérdidas f mediante la expresión

$$Q_r = 2L/\lambda f = q/f,$$

donde q es el número de semiondas que caben en la longitud L del resonador.

Calculemos la potencia estacionaria de generación. Con este fin, utilizamos la relación (224.4), que escribimos en la forma

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha_0(\omega)}{1 + u(\omega)/u_0}, \tag{225.5}$$

donde se han introducido las designaciones

$$u_0 = \sigma/b_{mn}, \quad \alpha_0(\omega) = {}^1/_4\lambda^2 a_{mn}(\omega) \times [N_{m0} - N_{n0}] \tag{225.6}$$

y $\alpha_0(\omega)$ es el coeficiente no saturado de amplificación, y la magnitud u_0 es igual a la densidad de radiación, para la cual $\alpha(\omega)$ se reduce a la mitad en comparación con $\alpha_0(\omega)$. Sustituyendo la expresión (225.5) para $\alpha(\omega)$ en la igualdad (225.3), puede hallarse el valor estacionario de $u(\omega)$ dentro del resonador:

$$u(\omega) = u_0\left[\frac{\alpha_0(\omega)L}{f} - 1\right], \quad f = \left|\ln \frac{1}{r_{ef}}\right|. \tag{225.7}$$

Así, pues, la densidad de la radiación generada es proporcional a la superación del coeficiente no saturado de amplificación de su valor de umbral f/L; si $\alpha_0(\omega) \leqslant f/L$, no surgirá generación, lo que concuerda con la condición (225.1).

Empleando el concepto de factor Q del resonador, la fórmula (225.7) puede adquirir el siguiente aspecto:

$$u(\omega) = u_0\left[{}^1/_2\alpha_0(\omega)\lambda Q_r - 1\right].$$

La condición de umbral de la generación en estos términos significa que la amplificación de la luz durante la semionda debe ser mayor que la magnitud inversa al factor Q del resonador:

$${}^1/_2\alpha_0(\omega)\lambda > Q_r^{-1}.$$

Con ayuda de la relación (225.7) puede calcularse el flujo Φ que sale del resonador:

$$\Phi = cu(\omega)(1 - r_{ef})S = cu(\omega)fS. \tag{225.8}$$

Simples transformaciones permiten escribir la expresión para el flujo Φ en la forma (véase el ejercicio 248)

$$\Phi = q_{máx} SL - cu_0 / S, \tag{225.9}$$

donde $q_{máx}$ es el valor máximo de la potencia de emisión de una unidad de volumen del medio activo que se determina por la energía acumulada en el medio a cuenta de los procesos de excitación (véase el § 224 y la fórmula (224.1)). De este modo, si las condiciones de surgimiento de la generación (véase (225.1)) se cumplen, la potencia del flujo de la radiación coherente que sale del láser, depende linealmente de la potencia de los procesos de excitación que mantienen en el medio activo la población inversa.

Recordemos que en el factor de reflexión efectivo se han tenido en cuenta las pérdidas de energía de cualquier naturaleza, incluyendo las pérdidas de la salida de la radiación a través de las paredes laterales del resonador. Está claro que para los haces que se propagan oblicuamente con respecto al eje del resonador, las pérdidas serán mayores que para los haces axiales. Por eso, el umbral de la generación para los haces oblicuos será mayor que para los axiales. Además, es necesario acordarse de la limitación de la reserva de energía del medio activo que puede pasar a radiación forzada. Por cuanto para los haces axiales las pérdidas son menores que para los oblicuos, la intensidad de los axiales crece con mayor rapidez y para ellos las condiciones estacionarias se alcanzan antes que para los oblicuos. Por esto, los haces axiales pueden (en circunstancias favorables) utilizar la reserva indicada de energía por completo, sin dejar prácticamente nada para los haces oblicuos.

De lo dicho se tiene que comprender que los haces luminosos que salen del generador cuántico, pueden poseer una divergencia muy pequeña. El ángulo sólido mínimo, en el cual se concentra el flujo, no puede ser inferior a la magnitud, definida por la difracción en el espejo, es decir $(\lambda/D)^2$, donde D es el diámetro del haz. Este valor mínimo se realiza en muchos casos y en efecto, es muy insignificante. Por ejemplo, para $\lambda = 500$ nm y $D = 5$ mm tenemos $(\lambda/D)^2 = 10^{-6}$, mientras que para fuentes luminosas incoherentes el ángulo sólido es del orden de $2\pi - 4\pi$. Este aspecto de la cuestión se examina con más detalle en el § 229.

La amplificación de la radiación espontánea en un resonador activo y, en resumidas cuentas, su transformación en generador de radiación coherente, tiene una profunda analogía con los procesos que se desarrollan en sistemas autooscilantes durante la autoexcitación de la generación en estos. En estos sistemas desempeña un papel importantísimo la reacción positiva del sistema oscilante con la fuente de energía que sostiene en éste las oscilaciones. Un mecanismo relativamente simple de la reacción positiva por inducción se puede obser-

var en el ejemplo del generador de oscilaciones con válvula electrónica.

En caso del generador óptico cuántico el resonador especular crea una reacción positiva entre el campo de la radiación y la fuente de su energía, o sea, el medio activo *). Los espejos del resonador aseguran una propagación múltiple (y con esto la amplificación) del flujo luminoso en el medio activo. Esto es indispensable tanto para la autoexcitación de la generación, como para su mantenimiento. Sin embargo, el papel del resonador en el funcionamiento del láser no se agota sólo con el aumento de la densidad de energía del campo en el medio activo. Conforme a la analogía indicada antes, para que aparezca el régimen autooscilante, la retroalimentación debe ser positiva. En otras palabras, debe tener lugar una estricta coincidencia de fases de las oscilaciones ya existentes en el sistema y las que llegan por el canal de la retroalimentación. Razonamientos semejantes son aplicables también a los generadores ópticos cuánticos, de lo que se tratará en los §§ 228 y 229

De la descripción del principio de funcionamiento de los láseres, citado anteriormente, se ve que los generadores ópticos cuánticos se basan en tres ideas principales que surgieron en diferentes ramas de la física. La primera fue enunciada por Einstein que postuló la posibilidad del proceso de la emisión forzada dentro del marco de la teoría de la radiación térmica incoherente. La otra hipótesis fundamental ha sido el empleo de sistemas desequilibrados de modo termodinámico, en los cuales se hace posible la amplificación y no la absorción de las ondas electromagnéticas (V. A. Fabrikant 1940). Y, por fin la tercera, que se arraiga en la radiofísica, es el empleo de la reacción positiva para transformar el sistema amplificador en sistema autooscilante, es decir, en generador de ondas electromagnéticas coherentes. Por la elaboración del nuevo principio de amplificación y generación de las ondas electromagnéticas y la creación de generadores moleculares a los físicos soviéticos N. G. Básov y A. M. Prójorov les fue otorgado en 1959 el Premio de Lenin y en 1964 los dos científicos soviéticos y el norteamericano Ch. Townes obtuvieron el Premio Nobel (en física).

§ 228. Descripción de la estructura y funcionamiento del generador óptico cuántico a rubí

Para crear un medio activo es necesario una excitación selectiva de sus átomos, que asegure la población inversa de por lo menos un par de sus niveles energéticos. Existen diferentes procedimientos para crear la población inversa. Puesto que en la exposición anterior se

*) El empleo de espejos no es el único procedimiento para ejecutar la reacción en los láseres. Algunos otros métodos se estudiarán en el § 233

discutieron en detalle los procesos de radiación y absorción de la luz, comenzaremos con la descripción del *método óptico de la excitación selectiva* de los átomos del medio *). Como ejemplo del generador óptico cuántico, en el cual se emplea el método óptico de excitación, puede servir el láser a rubí. Señalemos que este generador ha sido desde el punto de vista histórico, el primer generador cuántico que emitió en la zona visible del espectro (Maiman, 1960).

El rubí es en sí un cristal de óxido de aluminio Al_2O_3 (corindón), en el cual durante el crecimiento se introdujo el óxido de cromo Cr_2O_3, por lo corriente, en algunas centésimas del uno por ciento. El óxido de cromo entra de modo isomorfo en la red cristalina del corindón. Como resultado de esta introducción de los iones de cromo, el cristal transparente del corindón adquiere un color rosado. En el espectro de luz blanca que pasa a través del cristal de rubí, es fácil observar dos amplias bandas de absorción, situadas en las zonas verde y violeta. La absorción en estos sectores del espectro determina precisamente el color rosado del rubí.

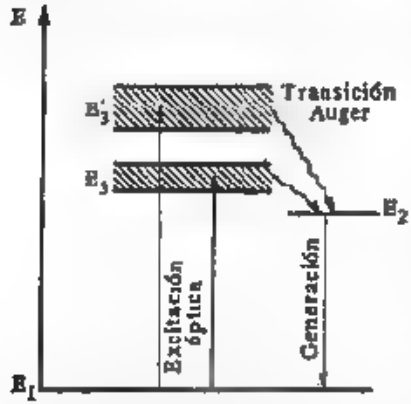


Fig. 40.5. Esquema de los niveles energéticos del ion de cromo.

Si el cristal del rubí se ilumina mediante una radiación azul-verde, éste se iluminará con luz roja, ausente en el haz luminoso primario y que es en sí la fotoluminiscencia de los iones de cromo. Al observar la luminosidad del rubí mediante el espectroscopio, puede verse en la zona roja del espectro la raya con lagitud de onda de $\lambda = 694{,}3$ nm**).

El estudio de la luminiscencia del rubí permitió componer la siguiente representación esquemática sobre el mecanismo de su aparición y sobre los niveles energéticos de los iones de cromo, introducidos en la red cristalina del corindón cristalino. En la fig. 40.5 las bandas anchas muestran los niveles energéticos de los iones de cromo E_3 y E_3'. Las transiciones a éstos del estado fundamental E_1 corresponde

*) En lugar del término «método óptico de excitación» a veces se emplea el término «bombeo óptico» que procede de la literatura científica norteamericana.

**) En un espectroscopio con gran dispersion se pueden observar dos rayas espectrales rojas situadas cerca la una de la otra, con longitudes de ondas de 694,3 y 692,2 nm. La intensidad de la segunda raya es menor que la de la primera. En nuestra descripción esquemática de los fenómenos observados, no discutiremos este detalle, ni la estructura hiperfina de cada raya por separado, así como tampoco la dependencia de sus longitudes de ondas en función de la temperatura.

a las bandas anchas de absorción del cristal de rubí, mencionadas antes, en la zona visible del espectro. Los procesos de absorción de energía luminosa por los iones de cromo se representan de modo simbólico, mediante flechas, dirigidas del nivel energético inferior normal E_1 de los iones a los niveles superiores E_2 y E_3. Como resultado de la absorción de la luz, los iones de cromo pasan del nivel inferior a los superiores. La duración de la existencia τ de estos estados excitados de los iones de cromo es pequeña, aproximadamente $\tau \approx 10^{-8}$ s.

Sin embargo, sólo una parte insignificante de los iones de cromo regresan de nuevo al estado fundamental E_1, emitiendo directamente los fotones absorbidos. El experimento muestra que la mayor parte de los iones de cromo excitados entrega primero parte de su energía a la red cristalina del corindón sin emitir luz. Como resultado de esta transmisión de energía al cristal, los iones pasan a un estado con energía E_2. Esta transición sin radiación se indica con flechas ondulatorias entre los niveles E_3, E_2' y E_2 en la fig. 40.5. La duración del estado excitado E_2 de los iones de cromo es de $3 \cdot 10^{-3}$ s *), es decir, es mucho mayor que para los estados E_3 ó E_2'. El regreso de los iones de cromo del nivel E_2 al nivel fundamental E_1 se realiza mediante transiciones emisivas, que crean una luminiscencia roja de los cristales del rubí, de la que se habló anteriormente.

La estructura descrita esquemáticamente de los niveles energéticos de los iones de cromo en los cristales de rubí y la larga existencia del estado excitado con la energía E_2 han favorecido la creación del primer generador óptico cuántico.

En principio este problema se puede realizar de la siguiente manera. La iluminación potente del rubí con luz blanca excita los iones de cromo, los cuales adquieren una energía E_3 u E_2', luego, sin radiación, pasan rápidamente al nivel metaestable E_2. Merced a la larga duración de su existencia, en el nivel E_2 transcurre una acumulación de iones de cromo. Siendo la iluminación del rubí suficientemente grande, su concentración en el nivel E_2 será mayor que en el nivel E_1, es decir, aparecerá un medio con la población inversa de los niveles energéticos E_2 y E_1. Para que surja la generación de la radiación coherente en las transiciones $E_2 \to E_1$, es necesario ubicar el rubí en el resonador y que se satisfaga la condición de autoexcitación de la generación $\alpha_0(\omega) L > f$, que introdujimos antes (véase el § 225). Por eso el láser a rubí está confeccionado del siguiente modo (fig. 40.6). Se prepara una barra cilíndrica de rubí 1 de algunos milímetros de diámetro y algunos centímetros de longitud con extremos frontales planos, pulidos minuciosamente y estrictamente perpendiculares al eje del cilindro. Uno de estos extremos se cubre con una

*) Los estados excitados con duración tan larga de existencia se denominan metaestables.

capa densa de metal con alto factor de reflexión, por ejemplo, de plata. El otro extremo de la barra de rubí se cubre con una capa semitransparente también de plata. Como resultado la barra y dos espejos paralelos entre sí en sus extremos frontales forman el resonador óptico *).

La luminosidad necesaria de la barra de rubí la efectúa la lámpara *2* (véase la fig. 40.6), ubicada junto con la barra en un iluminador especular especial (en la fig. 40.6 el iluminador no se muestra), que concentra la luz de la lámpara en el rubí. Este iluminador *3* que tiene la forma de un cilindro elíptico con una superficie especular, se muestra junto con la barra de rubí y la lámpara, pero en otra proyección, en la fig. 40.7.

Para excitar la generación se emplea en general lámparas de descarga de gases relámpago que dan un impulso luminoso muy fuerte

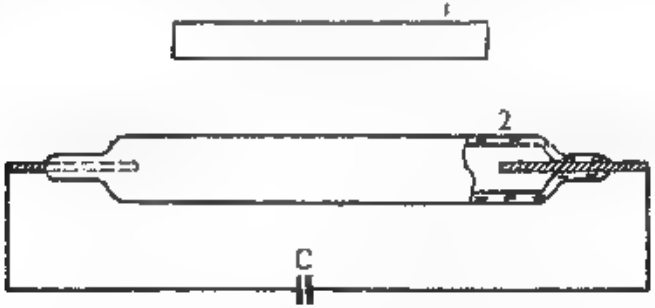


Fig. 40.6. Esquema de láser a rubí.

de una duración del orden de un milisegundo. Para que aparezca la generación, la potencia luminosa que se utiliza directamente para excitar los iones de cromo en 1 cm³ de rubí, debe ser de unos 2 kW. Si la lámpara brinda esta potencia de excitación, el láser a rubí genera el impulso luminoso de duración un tanto menor que la de la luminosidad de la lámpara. En la pantalla, que se encuentra paralelamente al espejo semitransparente en el extremo frontal de la barra de rubí, se puede ver un impulso luminoso rojo, con un brillo cegador. El área de la sección transversal de la mancha luminosa en la pantalla en este caso, prácticamente no depende de la distancia (en un margen de decenas de metros) entre el rubí y la pantalla.

Para iluminar la barra de rubí se usan tubos de xenón de descarga de gases, a través de los cuales se descarga la batería de condensador de alta tensión. La capacidad de esta batería de condensadores es del orden de 1000 μF, y se carga hasta la tensión de 2—3 kV. La fig. 40.6

*) Puede limitarse con el pulido de los extremos de la barra de rubí y colocar simplemente dos espejos exteriores.

muestra la batería de condensadores C, conectada en paralelo a la lámpara 2, pero el bloque de carga de los condensadores y el dispositivo para conectarlos con rapidez paralelamente a la lámpara no se muestran.

La fig. 40.8 da los oscilogramas de la intensidad de los impulsos luminosos del láser a rubí y del tubo de xenón que provocó la generación del láser. Para que los dos oscilogramas no se cubriesen mutuamente, las ordenadas de uno de ellos (el del láser) se cuentan hacia arriba desde el eje horizontal de la exploración temporal, y el otro, hacia abajo. De la comparación de los oscilogramas se ve que la generación en el rubí no comienza simultáneamente con el inicio del impulso luminoso del tubo de xenón, sino que después de que se asegura una suficiente población inversa de los niveles funcionales de los iones de cromo. La radiación del láser cesa cuando la potencia de la

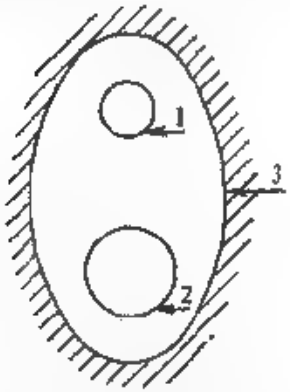


Fig. 40.7. Sección transversal de la lámpara del láser con la excitación óptica.

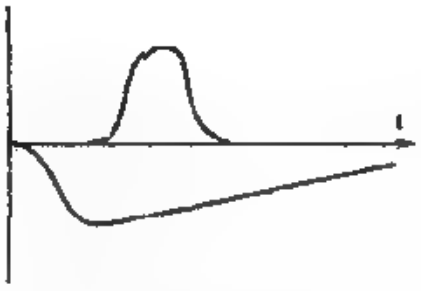


Fig. 40.8. Oscilogramas de la luminosidad de la lámpara relámpago excitatriz y la radiación del láser a rubí.

luz estimulante del tubo de xenón cae por debajo del umbral, necesario para sostener la generación en el rubí.

Los espectros del impulso luminoso del tubo de xenón y del láser a rubí son completamente diferentes. El tubo de xenón emite un impulso luminoso de espectro continuo y el laser a rubí genera una raya roja espectral de 694,3 nm de longitud y unos 0,025 nm (y menos) de anchura. La energía del impulso luminoso del láser a rubí es relativamente pequeña y alcanza algunos Joules. Pero, como la duración del impulso es del orden de milisegundos, la potencia del impulso de láser alcanza varios kilovatios *). Acerca de los procedimientos para lograr un aumento considerable de la potencia se hablará más abajo.

*) Señalemos que existen láseres a rubí que funcionan en régimen continuo.

Como ya se señaló en el § 225, el resonador óptico del láser garantiza la colimación de la radiación que sale del laser. A pesar de que al emplear barras de rubíe es difícil alcanzar el límite de difracción de la apertura angular λ/D del cono luminoso emitido, no obstante se puede hallar una divergencia del haz luminoso no mayor de algunos minutos angulares. Esto significa que en la pantalla situada a un kilometro de distancia del láser, el diámetro de la sección transversal del haz luminoso será aproximadamente un metro, sin emplear ningún sistema optico de enfoque.

Es necesario destacar la coherencia espacial de la radiación en la sección transversal del haz luminoso de láser, que está estrechamente ligada con su divergencia (véase el § 22). Si en el camino del haz luminoso de láser se instalan dos ventanas paralelas estrechas, hechas en la pantalla opaca, es decir, si realizamos el esquema del experimento de interferencia de Young (véase el § 16), pero sin la primera ranura de entrada, en la pantalla, ubicada detrás de éstas, puede observarse una figura de interferencia con alto contraste de sus bandas. Esto significa que la radiación de láser es coherente en el espacio.

El láser a rubí puede dar radiación linealmente polarizada sin ayuda de ningún polarizador. Si la barra de rubí del laser se corta de un cristal de rubí de modo que el eje óptico del cristal sea perpendicular al eje de la barra o forme con éste un ángulo de 60°, la radiación será linealmente polarizada, con la particularidad de que el vector de inducción D será perpendicular al plano de la sección principal del cristal.

Si comparamos las características del láser a rubí por impulso, que se emplea por lo corriente en la práctica moderna de laboratorio (la potencia del impulso luminoso, anchura del espectro de radiación coherencia espacial del flujo luminoso, su colimación, con las características análogas de otras fuentes de luz, se hace evidente que el generador óptico cuántico es en sí, en principio, una fuente de radiación de otro tipo. Del calculo que se realiza con facilidad, se desprende que para que un cuerpo absolutamente negro radie con la potencia de láseres en los márgenes del intervalo espectral indicado (0,025 nm), éste debe tener una temperatura del orden de 10^9 K. Pero incluso en esta condición, el flujo de radiación equilibrada no sería coherente espacialmente. Comparando las potencias espectrales de la radiación de la unidad de la superficie del Sol y del láser, obtenemos que el láser irradia 10^4 veces más que el Sol. Si se halla la amplitud de la intensidad del campo eléctrico en un haz luminoso de laser sin enfocar de la potencia mencionada, resultará que el valor de la intensidad será del orden de 10^4 V/cm. Para una comparación señalemos que la intensidad del campo en la luz solar en el ecuador y en la superficie de la Tierra en un día claro de sol, es del orden de 10 V/cm. Como veremos en lo sucesivo, la intensidad del campo en el haz luminoso de láser se podrá elevar aún en varios órdenes.

Examinemos algunos procedimientos de elevación de la potencia de radiación del láser a rubí por impulso. Así, se puede aumentar la longitud y elevar la calidad del cristal de rubí, como también la potencia de su excitación óptica. Esto da, sin duda alguna, resultados positivos y permite elevar la potencia del impulso emitido aproximadamente en un orden, siendo constante su duración.

Otra posibilidad del aumento de la potencia del impulso de láser se basa en tres razonamientos: La potencia del impulso es proporcional a su energía $\mathcal{E}$ dividida por la duración del impulso $\Delta\tau$. Por eso, si para el valor dado de la energía del impulso, se reduce su duración, la potencia del impulso crecerá. Expondremos uno de los métodos de reducción de la duración del impulso de radiación, que obtuvo el nombre de *método del factor Q modulado*.

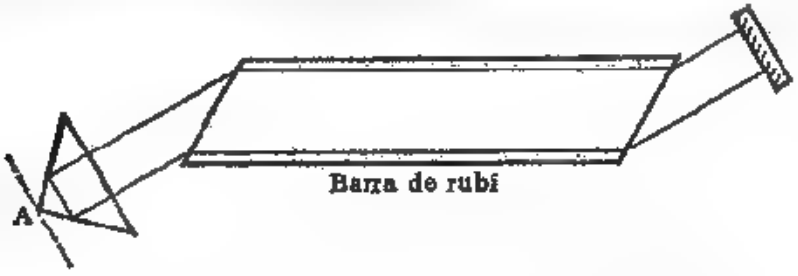


Fig. 40.9. Esquema del láser con el factor Q modulado.

En lo expuesto más arriba, se subrayaba reiteradamente la importancia del resonador para la autoexcitación de la generación del láser. La generación comienza a desarrollarse cuando la población inversa adquiera el valor de umbral que se determina por las pérdidas de energía en el resonador. Por eso es conveniente tener grandes pérdidas en la primera etapa de la iluminación del cristal para que se retenga el comienzo del desarrollo de la generación y se acumule en el cristal alumbrado una concentración más elevada de los iones de cromo excitados. Se puede disponer de modo perpendicular al haz sólo un espejo y colocar el otro espejo o prisma de reflexión total (fig. 40.9) en posición de funcionamiento sólo después de alcanzar una alta población inversa.

En el momento de una orientación regular del espejo o prisma crece en avalancha la amplitud del impulso de la radiación inducida que recibe casi toda la energía acumulada en el medio activo, y que tiene una duración del orden de 10^{-7}—10^{-8} s.

Existen varios procedimientos de la disminución por impulso de las pérdidas. El prisma de reflexión interna total lo giran alrededor de un eje perpendicular a la arista A y que yace en el plano de la figura (en la fig. 40.9 se muestra mediante línea de trazos), con una velocidad angular de unas 500 r.p.s. La fase inicial de rotación se elige de modo que el prisma ocupa la posición de funcionamiento al cabo de un lapso prefijado después de conectar los tubos de xenón,

cuando la población inversa de los niveles de los iones de cromo es grande.

Los cortes de los extremos frontales de la barra de rubí empleada en este caso, se hacen oblicuos, y evidentemente, no metalizados, para que a una elevada población inversa de los niveles es decir, para grandes valores del factor de amplificación, el propio cristal no se convierta en resonador óptico.

Así pues, el aumento de la potencia del impulso de láser se logra mediante la reducción de su duración a cuenta de un procedimiento especial de conectare al funcionamiento el resonador óptico. El método descrito de reducción de la duración del impulso hasta 10^{-7} s (es verdad que con cierta pérdida de su energía) ofrece la posibilidad de obtener impulsos con potencia de 10^7 W.

Como es fácil comprender la variación de la orientación del prisma cambia el factor Q del resonador óptico. Por eso este método de formación de impulsos cortos potentes obtuvo la denominación de *modulación del factor Q* del resonador óptico. Los láseres que funcionan en este régimen, se denominan *láseres con el factor Q modulado*. Las condiciones de funcionamiento del láser con el factor Q constante en el tiempo, se llaman *régimen de generación libre*.

Se puede obtener una modulación mucho más rápida del factor Q del resonador, si se emplean obturadores electroópticos (véase el § 152). El funcionamiento de estos obturadores se basa en la variación prácticamente sin inercia o el surgimiento de la anisotropía óptica de algunos líquidos y cristales bajo el influjo del campo eléctrico. El efecto Kerr, que se refiere a los fenómenos de este tipo, se describió en el § 152. Con este mismo fin se emplea también otro fenómeno electroóptico, el denominado efecto Pockels que surge en los cristales y es tan poco inerte como el efecto Kerr.

La modulación del factor Q del resonador mediante el efecto Kerr se realiza de la siguiente manera. En el resonador, además del cristal de rubí, se introduce un obturador que consiste en una célula de Kerr y un polarizador lineal prismático, orientado de modo que deje pasar la radiación linealmente polarizada de la barra de rubí, cuando esta comienza a generar. El esquema del obturador de Kerr se da en la fig. 27.2. Antes de conectar los tubos de excitación del rubí, a la célula de Kerr se da una tensión para que ésta sea equivalente a la placa de semionda y quede orientada del modo necesario con relación al plano de polarización del rubí. En estas condiciones la luz que emite el rubí no puede propagarse a lo largo del eje del resonador. Si después de conectar los tubos de excitación, cuando ya se ha creado una gran población inversa de los niveles de rubí, se desconecta la tensión de la célula de Kerr, la radiación linealmente polarizada del rubí puede propagarse libremente entre los espejos del resonador óptico y surgirá un breve impulso de la radiación de láser de una duración del orden de 10^{-8} s. El láser con el elemento de Pockels para

la modulación de factor Q funciona de modo análogo al descrito más arriba.

Para finalizar la descripción del láser con la excitación óptica del cristal, formularemos ciertas objeciones de carácter general con respecto al empleo de este método de creación del medio activo.

Señalemos que en calidad de elemento de trabajo en los láseres del tipo descrito con excitación óptica, se emplea no sólo el rubí, sino que toda una serie de otros cristales, así como sustancias en otros estados (vidrios, gases).

Para el método de excitación óptica es esencial emplear no menos de tres niveles energéticos del átomo (véase la fig. 40.5). También es importante que el nivel E_2 sea de larga duración (en un sistema de tres niveles), y los niveles E_3, amplios. En efecto, al usar sólo dos niveles energéticos es imposible crear su población inversa estacionaria a cuenta de la excitación óptica. El aumento de la densidad del flujo de la radiación estimulante elevará también el número de absorción de fotones y de su emisión inducida. Como resultado, incluso a potencia de radiación infinita, las poblaciones de los niveles energéticos se harán sólo iguales y no se podrá lograr la población inversa. Es fácil convencerse de que la diferencia de las poblaciones $N_1 - N_2$ no puede cambiar de signo, mediante la expresión general (224.3) para esta magnitud.

§ 227. Láser a mezcla de helio y neón de funcionamiento continuo

Los láseres a mezcla de helio y neón emiten un haz monocromático bien dirigible, con una potencia de varias decenas de milivatios, funcionan en regímenes tanto de impulso como continuo, son de funcionamiento simples y relativamente seguros. Estos láseres generan radiación tanto en la zona visible del espectro, como en la infrarroja. En la zona visible del espectro la longitud de onda de su radiación cae en la parte roja del espectro ($\lambda = 632{,}8$ nm), y en la zona infrarroja del espectro general la radiación en longitudes de ondas de 1150 y 3390 nm. Los dispositivos de este tipo se han convertido en el tipo más difundido de láser de laboratorio, cuando las exigencias a los parámetros de radiación se limitan con las condiciones indicadas antes.

El esquema de principio del láser a mezcla de helio y neón se da en la fig. 40.10. Aquí 1 es el tubo de vidrio para descarga de gases, de varios milímetros de diámetro y de longitudes desde varias decenas de centímetros hasta 1,5 m y más. Los extremos del tubo están cerrados con placas planoparalelas de vidrio o cuarzo, orientadas en el ángulo de Brewster con respecto al eje del tubo. Para la radiación que se propaga a lo largo del eje del tubo y en el plano polarizado de

incidencia de la luz sobre las placas, el factor de reflexión de éstas es nulo.

La presión del helio en el tubo es aproximadamente igual a 1 mm Hg, la presión del neón es de 0,1 mm Hg. El tubo tiene un cátodo 2 que es calentado por una fuente de alimentación de baja tensión, y un ánodo hueco cilíndrico 3. Entre el cátodo y ánodo en el tubo se aplica una tensión de 1—2,5 kV. La corriente de descarga en el tubo es igual a varias decenas de miliamperios. El tubo de descarga del láser a mezcla de helio y neón se ubica entre los espejos 4, 5. Los espejos, por lo común, esféricos, se elaboran de recubrimiento dieléctricos de varias capas que tienen altos valores del factor de reflexión y que casi no absorben la luz. La transmisión de un espejo es, en general, de unos 2% y la del otro menos del 1%.

Estando el cátodo del tubo caliente y habiendo tensión en el ánodo

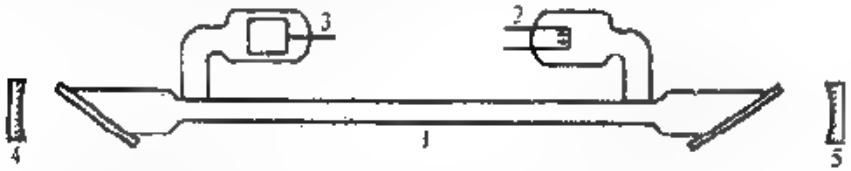


Fig. 10.10. Esquema principal del láser a mezcla de helio y neón.

el tubo se ilumina, y en él se ve con claridad una columna de descarga de gases de color rosa. Según el aspecto exterior, el tubo conectado es casi análogo a los tubos de neón comerciales de descarga de gases. Si se observa mediante el espectroscopio la luminosidad no dirigida de este tubo, se ve con evidencia un conjunto de muchas rayas espectrales de neón, situadas en distintas zonas del espectro visible y las rayas amarillas de la luminosidad del helio.

Al orientar correctamente, a través de ambos espejos (pero sobre todo a través del espejo con mayor valor del factor de transmisión) se propagan haces intensos, bien dirigidos, de luz monocromática (roja) con una longitud de onda de 632,8 nm. Estos haces surgen a causa de la generación de la radiación del láser a mezcla de helio y neón. En su espectro sólo se tiene una raya con longitud de onda de 632,8 nm.

Para la generación y observación de la radiación infrarroja de este mismo láser a mezcla de helio y neón es necesario tener las ventanas de los extremos frontales del tubo de descarga de gases transparentes para esta radiación, espejos del resonador con altos valores de factor de reflexión en la zona infrarroja del espectro y, claro está, un receptor, sensible a la radiación infrarroja, por ejemplo, un bolómetro o fotodíodo.

Descutiremos brevemente los procesos que aseguran la población inversa de los niveles del neón. La fig. 40.11 muestra el esquema simplificado de los niveles energéticos del átomo de neón (a la derecha). A la radiación con longitudes de ondas de 632,8 y 1150 nm les corresponden las transiciones $E_3 \rightarrow E_1$ y $E_2 \rightarrow E_1$. Además de los niveles E_4, E_3, E_2 y E_1, el átomo de neón tiene aún 28 estados con energía inferior a E_3, pero para nosotros no tienen importancia, por eso no se indican en la fig. 40.11. A causa de las colisiones con los electrones del plasma de descarga de gases, una parte de los átomos se excita, lo que se señala en la fig. 40.11 mediante flechas a trazos verticales. Para determinados regímenes de descarga, este proceso resulta suficiente para la formación de una población inversa de niveles E_3 y E_1. Sin embargo, los niveles E_3, E_2 y E_4, E_3, las transiciones entre los cuales corresponden a $\lambda = 632{,}8$ y $\lambda = 3390$ nm, tienen población no inversa.

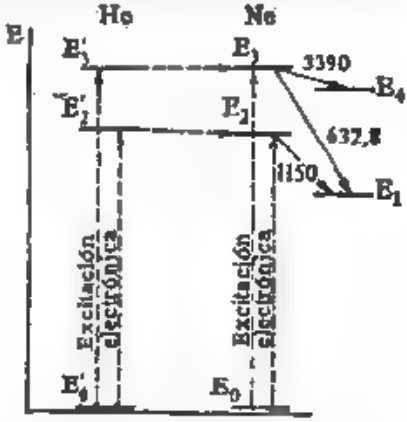


Fig. 40.11. Niveles energéticos de los átomos de helio y neón.

Las cifras cerca de las flechas indican las longitudes de ondas en nanómetros

La situación cambia si en el tubo se introduce el helio. Este elemento posee dos estados de larga duración (metaestables) E'_1 y E'_2, indicadas en la parte izquierda de la fig. 40.11; estos estados se excitan al chocar con los electrones y, a causa de la larga duración de su existencia, la concentración de los átomos de helio metaestables en la descarga es muy grande. Las energías E'_2 y E'_1 de los estados metaestables de helio son muy próximas a las energías E_3 y E_2 del neón, lo que favorece a la transmisión de la energía de excitación del helio al neón, durante sus colisiones. Estos procesos se indican con flechas a trazos horizontales. En resumidas cuentas, la concentración de los átomos de neón que se hallan en los niveles E_3 y E_2 aumenta bruscamente, surge población inversa de los niveles E_3 y E_1 y la diferencia de las poblaciones de los niveles E_3 y E_1 aumenta varias veces. De esta manera, la adición del helio al neón (la proporción es aproximadamente 5 : 1. . .10 : 1) es esencial para la generación en el láser gaseoso a mezcla de helio y neón.

El alto grado de la homogeneidad óptica del medio activo del láser a mezcla de helio y neón permite aproximarse con relativa facilidad al límite de difracción para la colimación de la radiación y su coherencia espacial. Lo último se puede demostrar con facilidad si separamos las hendiduras en el esquema del experimento de Young hasta los mismos bordes de la sección del haz luminoso

del láser. El contraste de la figura de interferencia en este caso se conserva.

Las investigaciones cuantitativas precisas mostraron que el grado de la coherencia espacial γ_{12} (véase el § 22) de la radiación del láser a mezcla de helio y neón ($\lambda = 632{,}8$ nm) es casi igual a la unidad. Por ejemplo, la parte incoherente del flujo $1-\gamma_{12}$ resultó ser del orden de 10^{-3} para los puntos de la sección del haz, donde la intensidad es sólo del 0,1% de la intensidad máxima en el eje, y para los puntos en el eje, del orden de 10^{-6}. Conforme a los cálculos, los valores indicados de la parte incoherente de la radiación del láser se puede explicar mediante una emisión espontánea de su medio activo.

Merced a la alta coherencia, el láser a mezcla de helio y neón es una fuente perfecta de radiación monocromática continua para la investigación de todo tipo de fenómenos de interferencia y difracción, cuya realización con las fuentes de luz corrientes exige el empleo de instalaciones especiales. Las numerosas variantes del láser a mezcla de helio y neón hallaron diversos empleos en las investigaciones biológicas, en sistemas de comunicaciones a base del láser, en la holografía, construcción de maquinaria y muchas otras ramas de las ciencias naturales y la técnica.

§ 228. Espectro de radiación de los generadores ópticos cuánticos

En los parágrafos anteriores, dedicados a la descripción del principio de funcionamiento y esquemas concretos de láseres, se prestó mayor atención a la parte energética del asunto, es decir a los métodos de formación de una población inversa suficientemente grande y a la amplificación del campo en el medio activo. En este caso el papel esencial era desempeñado por el resonador, cuyos espejos reflejaban la luz incidente sobre ellos al medio activo, contribuyendo así a lograr el umbral de generación. Sin embargo, además de la función indicada, el resonador cumple otra: forma una radiación monocromática y coherente en el espacio.

Para aclarar esta parte de la cuestión, regresemos de nuevo a la fig. 40.4. Fijemos cualquier frente de la onda que se propaga en el espacio entre los espejos y observemos su comportamiento en el tiempo indispensable para que alcance el espejo derecho, se refleje de él, se propague hasta el espejo izquierdo y regrese al punto de partida. Durante el ciclo descrito varían en general todos los parámetros de la onda: así, pues, a la fase se le añade la magnitud $2kL$, donde k es el número de onda; a causa de la amplificación en el medio activo y la reflexión de los espejos, la amplitud varía en $r \exp[\alpha(\omega) L]$ veces; los fenómenos de difracción y la irisación por los espejos pueden provocar cambios en la distribución de la amplitud según el frente de onda. Si el medio del resonador o del espejo es anisótropo, puede cambiar

también la polarización del campo. Sin embargo, para formar en el láser una radiación estrictamente monocromática, es necesario que al final del ciclo cualquier parámetro de la onda tome el mismo valor que tenía al comienzo de dicho ciclo. En efecto, supongamos lo contrario y elijamos a título de posición inicial la del frente de onda antes de su reflexión de uno de los espejos, por ejemplo, del derecho. La onda se reflejará parcialmente del espejo, y otra parte de ella saldrá del resonador. Al pasar el ciclo, el frente de onda que fijamos, también pasará parcialmente a través del espejo derecho, y, según lo supuesto, la luz que salió tendrá otras características que la luz que pasó el espejo al comienzo del ciclo. Por lo tanto, si al cabo del ciclo transcurren cualquier tipo de cambios en la onda luminosa que sale del resonador, la radiación tendrá el aspecto de trenes secuentes, no concordantes del todo entre sí. Con otras palabras, la onda que sale estará modulada por uno o varios parámetros (amplitud, fase, etc.), o sea, no será monocromática. Así, pues, para la generación de una radiación estrictamente monocromática es necesario que las posibles variaciones de cualquier característica de la onda se compense en el transcurso del ciclo y al final de éste tomen los valores iniciales; a excepción de la fase que puede variar en una magnitud multiple a 2π. La afirmación enunciada en adelante se denominará *principio cíclico* *).

Examinemos algunos corolarios que se desprenden de este principio. La amplitud de la onda, a cuenta de la amplificación en el medio activo durante un ciclo varía $\exp[\alpha(\omega)L)$ veces, lo que debe compensarse por la salida de la radiación del resonador, a causa de la transparencia de los espejos, de la difracción y pérdidas de cualquier otro origen. Por lo tanto, con arreglo a la amplitud del campo, el principio de ciclo exige el cumplimiento de la igualdad.

$$\exp(-f)\exp[\alpha(\omega)L] = 1, \quad \alpha(\omega)L = f. \tag{228.1}$$

El resultado obtenido coincide con la relación (225.3). Recordemos que el factor de amplificación depende de la amplitud del campo. Por eso la expresión (228.1) debe considerarse como la ecuación para la amplitud. De este modo, el principio cíclico puede servir de base para calcular la potencia estacionaria de la generación.

Antes hemos prestado atención a la polarizabilidad del haz luminoso, creado por el láser. En dependencia de la estructura concreta del láser, la polarización puede ser lineal, circular o elíptica, pero en todo caso, se emite luz polarizada y no natural. Dentro del marco

*) De modo análogo a como el principio de Huygens—Fresnel halla su argumentación en la teoría electromagnética de la luz, el principio cíclico también es un corolario de razonamientos más generales. En cambio, en el procedimiento de exposición elemental que se ha tomado aquí, el principio cíclico es suficiente para la interpretación de los conjuntos de las propiedades de los láseres que funcionan en régimen estacionario.

del principio cíclico esta propiedad de la radiación del láser es evidente. Por otro lado, la luz estrictamente monocromática siempre es polarizada, por eso la validez del principio cíclico en este caso no consiste en la afirmación del hecho de la polarizabilidad de la radiación del láser, sino en la posibilidad de establecer con su ayuda el estado de polarización en un láser o en otro. No vamos a detenernos más en esta cuestión tan delicada, cuya solución requiere muchas nociones acerca de la construcción del resonador y de las propiedades del medio activo.

En lo que se refiere a la fase de la onda, la exigencia del principio cíclico significa que la variación sumaria de la fase que surge durante un ciclo, debe ser múltiplo de 2π, o sea,

$$2kL + \delta_1 + \delta_2 = 2\pi q, \tag{228.2}$$

donde k es el número de onda, q, un número entero y δ_1 y δ_2 son los saltos de las fases al reflejarse de los espejos del resonador. La relación (228.2) es en sí la ecuación de aquellas longitudes de ondas (o frecuencias) que sólo pueden surgir en un régimen estacionario de generación para la construcción prefijada del láser. Suponiendo, para simplificar, que no hay saltos de fases durante la reflexión ($\delta_1 = \delta_2 = 0$), de (228.2) hallamos

$$k_q = \frac{\pi}{L} q, \quad \lambda_q = \frac{2\pi}{k_q} = \frac{2L}{q}, \quad \omega_q = k_q \frac{c}{n_{med}} = \frac{\pi c}{L n_{med}} q,$$

$$q = 1, 2, \ldots \tag{228.3}$$

El número, la longitud y la frecuencia de onda tienen el índice q para subrayar una circunstancia muy importante: el generador óptico cuántico puede crear un campo monocromático, pero no de una frecuencia al azar, sino que con un conjunto discreto de frecuencias *) (está claro, si su longitud L y el índice de refracción n_{med} del medio están prefijados).

De acuerdo con (228.3) en la longitud L cabe un número entero de semiondas, es decir, la igualdad (228.3) coincide con la condición de máximo de la intensidad en la figura de interferencia que se crea en el interferómetro de Fabry—Perot. Esta coincidencia no es sorprendente, ya que la condición de la periodicidad de la fase significa la coincidencia en fases de las ondas que pasaron cualquier número de ciclos, y precisamente esta condición es la que determina los máximos en la figura de interferencia (véase el § 30).

*) Hablando con rigor, tanto el índice de refracción como el factor de amplificación dependen de la amplitud y de la frecuencia del campo. Por eso las relaciones (228.1) y (228.2) son en sí un sistema de ecuaciones referidas a la amplitud y frecuencia, y es necesario resolverlas conjuntamente. Este hecho en algunos casos puede conducir a correcciones en las soluciones obtenidas antes. En cambio, la afirmación acerca del carácter discreto del espectro de la generación sigue, por lo visto, vigente.

La diferencia de las frecuencias, para las cuales los números q se diferencian en una unidad, es igual a

$$\Delta\omega_q = \omega_{q+1} - \omega_q = \frac{\pi c}{Ln_{med}},$$

es decir, coincide con la zona de dispersión del patrón de Fabry—Perot, equivalente al resonador según L y n_{med}.

Debido a su analogía con el interferómetro de Fabry—Perot, el proceso de generación se puede examinar desde otro punto de vista. Imaginemonos que el átomo emitido se instala entre los espejos del interferómetro, y calculemos el campo que se forma en este caso. La adición de las ondas secundarias que surgen a causa de reflexión múltiple de los espejos por parte de la onda primaria, conduce a la siguiente expresión para la intensidad de la luz que salió del interferómetro:

$$I = I_0 \frac{(1+r)\,t}{(1-r)^2 + 4r \operatorname{sen}^2 [\pi\omega/\Delta\omega]}, \quad \Delta\omega = \pi c/Ln_{med}, \tag{228.4}$$

donde I_0 es la intensidad de la luz en ausencia de los espejos, r y t son los factores de reflexión y transmisión de los espejos. El valor máximo de la intensidad se logra cuando se cumple la condición habitual de interferencia

$$\omega = \Delta\omega q = \frac{\pi c}{Ln_{med}} q, \; q = 1, 2, \ldots,$$

que coincide con (228.3). El contenido físico de esta condición en el caso dado es evidente: todas las ondas secundarias son coherentes entre sí, y al cumplirse (228.3), se suman por la amplitud; en caso contrario, en un grado mayor o menor, se apagan mutuamente. La extinción no completa está acondicionada por el hecho de que las ondas secundarias tienen diferentes amplitudes, que disminuyen según la ley de la progresión geométrica (véase el § 30).

Sea ahora que entre los espejos hay un medio activo con factor de amplificación $\alpha(\omega)$. En este caso, las amplitudes de las ondas secundarias varían no sólo a causa de la reflexión incompleta de los espejos, sino que también debido a la amplificación en el medio. Por eso, en lugar del factor de reflexión r es necesario emplear la magnitud $r \exp[\alpha(\omega) L]$ y (228.4) adquirirá el siguiente aspecto

$$I = I_0 \frac{(1+r\exp[\alpha(\omega)L])\,t}{(1-r\exp[\alpha(\omega)L])^2 + 4r\exp[\alpha(\omega)L]\operatorname{sen}^2[\pi\omega/\Delta\omega]}. \tag{228.5}$$

Si la amplificación en el medio compensa las pérdidas durante la reflexión, es decir, $r \exp[\alpha(\omega) L] = 1$, al cumplirse la condición de interferencia, la intensidad se transforma en valor infinito. Esto último significa una *densidad espectral* infinita de la radiación para las frecuencias, dadas en (228.3), o sea, la generación de las radiacio-

nes monocromáticas con las frecuencias señaladas. Por otra parte, la intensidad completa se determina por el efecto de saturación y se halla de la condición $\alpha\,(\omega)\,L = -\ln r$, tal como se aclaró en el § 225.

De esta manera, el ejemplo estudiado permite de la siguiente manera interpretar la necesidad de cumplimiento de las condiciones de fase. Si las condiciones (228.2) no se cumplen, las ondas secundarias, siendo iguales por la amplitud, pero sin coincidir en fase, se anulan mutuamente. Sólo una estricta coincidencia de fases de un número infinito de ondas secundarias con las mismas amplitudes garantiza su adición por la amplitud y la ausencia de su extinción mutua.

A causa de la gran importancia de la condición de fase (228.2) que determina el espectro de la radiación generada, nos detendremos brevemente en otra interpretación más. Como se sabe, de característica principal de los sistemas oscilantes (péndulo, resorte, circuito oscilante, etc.) sirven las frecuencias de sus propias oscilaciones En ciertas condiciones, en estos sistemas se pueden excitar oscilaciones sin amortiguación (autooscilaciones) que transcurren con frecuencias propias del sistema oscilante inicial. Lo dicho se refiere, por ejemplo, al péndulo del reloj, al generador de válvula, etc. El resonador óptico también puede examinarse como un sistema oscilante, y las frecuencias que se determinan mediante (228.3), resultan ser sus frecuencias propias (véase el ejercicio 249). La diferencia importante consiste en que el resonador como un sistema oscilante, posee un número infinito de grados de libertad y, por lo tanto, un conjunto infinito de frecuencias propias (véase (228.3)). Por eso, incluso en un sector limitado del espectro el número de frecuencias propias del resonador puede ser considerable. En caso de un láser a mezcla de helio y neón ($\lambda = 632{,}8$ nm) el número de frecuencias propias, situadas en los límites del ancho de la raya de amplificación, es aproximadamente igual a 5—10, en el láser a rubí alcanza centenas y, en ciertos láseres, decenas y centenares de miles (láseres en colorantes, véase el § 230).

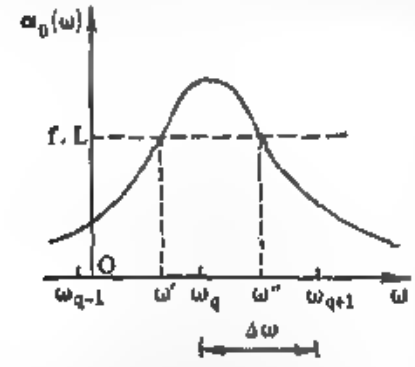


Fig. 40.12. Acerca del espectro de radiación del láser.

Claro está que la generación puede surgir sólo para aquellas frecuencias del conjunto infinito (228.3) que pertenecen al intervalo espectral donde se cumple la condición del alcance del umbral de la generación (228.1). Lo dicho se ilustra por la fig. 40.12, donde la curva continua significa la dependencia entre el coeficiente no saturado de

amplificación $\alpha_0(\omega)$ y la frecuencia, mientras que la línea de trazos corta en el eje de las ordenadas un segmento igual al valor de umbral del coeficiente de amplificación $\alpha_{umb} = l/L$. Por lo tanto la generación es posible sólo para las frecuencias ω_q que se hallan dentro del intervalo de las frecuencias ω' y ω''. La diferencia $\omega'' - \omega'$ crece con el aumento de la potencia del proceso de excitación del medio activo, siendo la magnitud de las pérdidas fijada, ya que aumenta $\alpha_0(\omega)$ y la curva continua en la fig. 40.12 se eleva, permaneciendo invariable la recta de trazos. Si $\omega'' - \omega' < \Delta\omega$, sólo es posible la generación de una frecuencia. Si $\omega'' - \omega' > \Delta\omega$, entonces, en dependencia del grado de cumplimiento de esta desigualdad, son posibles los regímenes bicromático, tricromático, etc. de generación. Para el caso mostrado en la fig. 40.12 surge la generación con una sola frecuencia ω_q. El cuadro que se ofrece en la fig. 40.13, muestra esquemáticamente el espectro de radiación del láser obtenido mediante el interferómetro de Fabry—Perot, en regímenes monocromático (*a*) y tricromático (*b*). El paso de un régimen a otro se logra mediante la variación de la magnitud de la población inversa de los niveles. El espectro muy amplio de generación del láser en colorantes se da en la fig. 40.23, *a* (vease el § 230). Este espectro se obtuvo en un dispositivo con pequeño poder de resolución, y sus componentes monocromáticos no pueden resolverse (las rayas claras en el espectro corresponden a las bandas de absorción del aire). Sin embargo, para una resolución suficiente, éstas se observan y su número alcanza unos 10^4.

Fig. 40.13. Anillos de interferencia, obtenidos mediante el patrón de Fabry—Perot al iluminarlo con la radiación del láser a mezcla de helio y neón ($\lambda = 632{,}8$ nm).

a, régimen monocromático, b, régimen tricromático. La equidistancia de las líneas en la escala de frecuencias está deformada a causa de la variedad de la dispersión del patrón

Así, pues, la estructura de la radiación espectral de los láseres depende tanto de la posición de los sectores del espectro, donde se logra obtener una amplificación bastante grande de las ondas luminosas, como también (dentro de estos sectores) de las posiciones de las frecuencias propias de los resonadores ópticos. Ya en 1975 se habían elaborados láseres de diversos tipos que en su conjunto permitían obtener una radiación coherentes desde la zona de ultravioleta en vacío (longitudes de ondas de unos 100 nm) hasta la lejana zona infrar. roja (longitudes de ondas de algunas décimas de milímetro).

Hasta ahora se suponía que la radiación del generador óptico

cuántico que corresponde a cualquier oscilación propia del resonador, es monocromática. En realidad cada componente espectral de la radiación del láser tiene una anchura pequeña pero finita. En el transcurso de todo el curso, se subrayó reiteradamente que la oscilación estrictamente monocromática puede existir, siendo su duración infinita. Existe una relación general entre la duración T del tren de ondas y la anchura de su espectro $\delta(\omega)$ (véase el § 21)

$$T\delta\omega \geqslant 2\pi.$$

De lo dicho se desprende que en caso de láseres por impulso la anchura espectral de los componentes en el espectro de su radiación no es menor de la magnitud inversa a la duración del impulso. Para los láseres con el factor Q modulado, por ejemplo, $T \approx 10^{-8}$ s y $\delta\omega$ no es menor que 10^8 s^{-1}.

En caso de los generadores ópticos cuánticos de funcionamiento continuo la anchura espectral mínima posible correspondría al tiempo T entre los momentos de conexión y desconexión del láser (para $T = 1$ h), tendríamos $\delta\omega \approx 2 \cdot 10^{-3}$ s^{-1}). Sin embargo hay muchas causas que condicionan valores considerablemente mayores de las anchuras espectrales. Una de estas causas consiste en lo siguiente. Conforme a (228.3) las frecuencias ω_q dependen de la longitud del resonador L y del índice de refracción n_{med}. Esta circunstancia encuentra muchos empleos útiles. Por ejemplo, desplazando suavemente uno de los espejos, se puede variar continuamente la frecuencia de la radiación generada. Pero las variaciones de la longitud L pueden tener lugar también de un modo aleatorio, sin control, a causa de las vibraciones, de la dilatación térmica del bastidor en el cual se sujetan los espejos, etc. Si, por ejemplo, L varía en una magnitud $\delta L = \lambda/100 \sim 10^{-4}$ mm, la frecuencia cambia en

$$\delta\omega = \omega\delta L/L \sim 2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \qquad (L = 1 \text{ m}).$$

De modo análogo, la variación de la presión del aire de 10^{-3} mm Hg*), provocará el cambio de la frecuencia de la radiación (suponiendo que la décima parte de la longitud del resonador está llena de aire), igual a

$$\delta\omega = \frac{\delta n_{aire}}{10 n_{med}} \omega = 10^8 \text{ s}^{-1}.$$

Las causas enunciadas del ensanchamiento del espectro de radiación del generador, así como las análogas a ellas, tienen el nombre de causas *técnicas*. La influencia de las mismas, por lo menos en principio, se puede eliminar y, en efecto, se han eliminado en muchos dispositivos, pero a cuenta de una considerable complicación de las construcciones.

*) Semejantes variaciones de la presión corresponden a la intensidad sonora durante una conversación corriente.

Además de las causas técnicas, existen las denominadas causas *naturales* de ensanchamiento de las líneas de radiación de los generadores ópticos cuánticos, precisamente, el movimiento browniano de los espejos y la emisión espontánea del medio activo. Como muestran los experimentos y los cálculos, la anchura espectral definida por las causas naturales, es de $10^4 - 10^{-1}$ s^{-1}, o sea, un valor infinitamente pequeño.

Así, pues, el cuadro general del espectro de la radiación de los generadores ópticos cuánticos se puede presentar de la siguiente manera. En el intervalo de longitudes de ondas que se extienden desde el ultravioleta de vacío hasta la zona infrarroja lejana, mediante diversos medios activos se logran radiaciones en sectores del espectro con una anchura relativa $(\omega'' - \omega')/\omega$ que es, en distintos casos desde 10^{-4} (láseres en colorantes) hasta 10^{-7} (gases atómicos y moleculares). La posición de estos sectores del espetro se determina mediante las frecuencias de las transiciones entre los niveles energéticos, característicos para el medio activo que se utiliza (átomos, iones, moléculas en fases cristalina, líquida y gaseosa). En los límites de cada uno de los sectores mencionados el espectro de la radiación generada tiene el aspecto de componentes equidistanciales, casimonocromáticas y discretos, la distancia entre los mismos es predeterminada por el resonador y es aproximadamente una magnitud de $\Delta\omega/\omega \approx \lambda/2L = 10^{-6} \ldots 10^{-6}$. Por fin, cada uno de los componentes es en sí una radiación casimonocromática con una anchura espectral natural infinitamente pequeña $\delta\omega \approx 10^3 \ldots 10^{-1}$ s^{-1}, de modo que $\delta\omega/\omega \approx 10^{-13} \ldots 10^{-15}$. La frecuencia media de los componentes varía con rapidez por causas técnicas y durante un tiempo del orden de 10^{-4} s^{-1} recorre una parte notoria (desde 10^{-3} hasta 10^{-1}) de la distancia entre los componentes $\Delta\omega$.

§ 223. Configuración del campo creado por los generadores ópticos cuánticos

A causa de la limitación de las dimensiones transversales de los espejos y el medio activo del láser, la propagación de las ondas en el resonador va acompañada de fenómenos de difracción. Por eso el empleo del principio cíclico a la distribución de la amplitud del campo según le frente de onda, se reduce a la solución del problema de difracción: un generador cuántico confecciona un haz luminoso coherente con una distribución transversal de la amplitud, la cual, teniendo en cuenta los fenómenos de difracción, debe reproducirse en el transcurso de un ciclo.

La experiencia muestra que la ley de variación de la amplitud en un frente de onda depende de las peculiaridades constructivas del resonador. Si el resonador se forma mediante dos espejos paralelos

planos, la estructura del haz que sale del láser resulta ser la misma que durante la difracción de varias ondas planas coherentes que inciden sobre la pantalla con orificio bajo pequeños ángulos con la condición de que la forma del orificio equivalente coincide con la forma de los espejos. Por ejemplo, en caso de espejos rectangulares, la distribución angular de la amplitud se expresa por las funciones de tipo citadas en el § 42. Si el resonador consta de espejos esféricos coaxiales, la radiación generada tiene con frecuencia el aspecto de un haz de Gauss (véase el § 43). Las fotografías mostradas en la fig. 9.8 (véase la pág. 000 del primer volumen), se obtienen para distintas secciones transversales del haz que sale del láser a mezcla de helio y neón ($\lambda = 632{,}8$ nm). Como vemos, la intensidad alcanza el valor máximo en el eje del haz y disminuye suavemente, tendiendo a cero en la parte periférica de la sección. Mediciones especiales mostraron

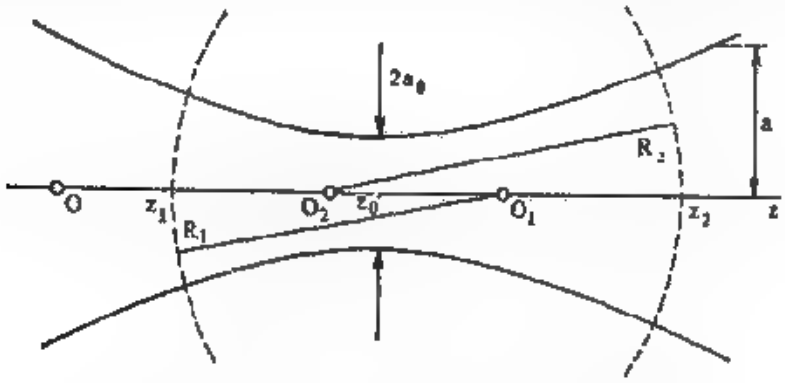


Fig. 40.14. Haz gaussiano cíclico.

que la distribución de la intensidad con un elevado grado de precisión son descriptas por la función de Gauss.

Mostremos que el haz gaussiano puede satisfacer las demandas del principio cíclico. Mencionemos previamente las principales propiedades del haz gaussiano. El radio de curvatura del frente de onda en el punto z se da mediante la relación donde z_0 es la coordenada en el eje

$$R = z - z_0 + \frac{(a_0 k)^2}{z - z_0}, \quad k = 2\pi/\lambda, \tag{229.1}$$

Oz de la sección del haz, donde su diámetro es mínimo; $2a_0$, la magnitud de ese diámetro imaginario (fig. 40.14). Los arcos de trazos en la fig. 40.14 muestran las secciones mediante el plano de la figura de los frentes de onda que corresponden a los puntos z_1 y z_2. Los centros de curvatura de estos frentes de onda se hallan en los puntos O_1 y O_2.

La amplitud de la onda en la sección, correspondiente al punto z, se describe por la función

$$A = \frac{a_0}{\rho} \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right], \quad \sigma^2 = a_0^2 + \left(\frac{\rho - b}{k a_0}\right)^2$$

Aquí x e y son las coordenadas en el plano, perpendicular al eje Oz; ρ es la distancia del eje en el cual la amplitud se reduce $\sqrt{e}$ veces y la intensidad e veces en comparación con sus valores en el eje del haz. Las curvas hiperbólicas dadas en la fig. 16.14, muestran el lugar geométrico de los puntos alejados del eje Oz a una distancia ρ (que depende de z, según (22.9.2)).

Situemos en las secciones z_1 y z_2 dos espejos esféricos con distancias focales f_1 y f_2 de modo que las superficies de los espejos coincidan con los frentes de onda en dichas secciones. Después de reflejarse en uno de los espejos, elegidos e instalados del modo indicado, el haz gaussiano inicial se transformará también en un haz gaussiano (véase el § 6.5) que se propaga en dirección opuesta y que tiene en cualquier sección las mismas características (a_0 y z_0) que el inicial. Utilizando igual os razonamientos para la reflexión del segundo espejo, llegamos a la conclusión de que después de un ciclo el haz gaussiano permanecerá invariable, como dicta el principio cíclico. De la misma manera, en concordancia completa con el enunciado del principio cíclico y de las propiedades de los haces de Gauss, se desprende que en caso de emplear resonadores formados por espejos esféricos, la radiación de láseres puede tener la configuración geométrica de los haces gaussianos.

En los razonamientos citados se suponía de modo impreciso que el diámetro del haz 2a en el lugar de la disposición de los espejos era considerablemente menor que sus diámetros, sólo si se cumple esta condición el haz gaussiano se transformará en el mismo haz gaussiano. Sin embargo, la amplitud del haz, de acuerdo con (22.9.2) disminuirá con gran rapidez cuando $x^2 + y^2 > a^2$, y prácticamente el diámetro del espejo d debe ser dos o tres veces mayor que el diámetro 2a del haz. El cálculo muestra que, por ejemplo, para $d = 3\,2a$ ante el espejo pasa sólo un 0,01% del flujo total. Esta magnitud corresponde precisamente en dicho caso al aporte en las pérdidas generales en función de los fenómenos de difracción. Como regla, las pérdidas de otro origen (por ejemplo, a causa de la transparencia de los espejos) es esencialmente mayor.

Así, para un haz gaussiano prefijado siempre se pueden elegir los espejos y su disposición de modo que el haz se transforme en sí mismo. En el examen de los generadores cuánticos posee interés práctico el planteamiento inverso del problema: ¿Qué parámetros del haz de Gauss satisfacen el principio cíclico para las disposiciones y distancias focales de los espejos prefijadas? Los cálculos (véase el ejercicio 2.a), basados en la fórmula (22.9.1) conducen al siguiente

resultado para los espejos con las mismas distancias focales f *):

$$z_0 = z_1 + {}^1/_2 L, \tag{229.3}$$

$$a_0^2 = \frac{\lambda L}{4\pi} \sqrt{\frac{4f}{L} - 1}. \tag{229.4}$$

La sección del haz con un radio mínimo a_0 está alejado de los espejos a distancias iguales, lo que es natural para un resonador simétrico. Por cuanto la expresión subradical debe ser positiva

$$4f > L, \tag{229.5}$$

el haz gaussiano cíclico que nos interesa puede existir sólo para espejos con distancias focales suficientemente largas. Desde el punto de vista físico esto queda completamente claro: el valor límite $4f = L$ corresponde al caso cuando los centros de curvatura de los espejos coinciden; los espejos con distancias focales más cortas enfocan demasiado fuerte el haz, y en el transcurso de las siguientes reflexiones éste es difractado por los espejos.

De la relación (229.4) se ve que el área mínima de la sección transversal del haz πa_0^2 es proporcional al área de la primera zona de Fresnel λL (véase el § 33), correspondiente a la distancia L. Esto indica explícitamente el carácter de difracción del problema en cuestión.

Con ayuda de las relaciones (229.2)—(229.4) se puede calcular los radios a_1 y a_2 del haz gaussiano en los planos de los espejos, lo que permite juzgar acerca de la realización de diversos esquemas del resonador. En efecto,

$$a_1^2 = a_2^2 = \frac{\lambda L}{4\pi}\left[\sqrt{\frac{4f}{L} - 1} + 1\Big/\sqrt{\frac{4f}{L} - 1}\right]. \tag{229.6}$$

De aquí se desprende que también en un *resonador concéntrico* ($4f \to L$), y en el resonador con espejos planos ($f/L \to \infty$) el haz en los espejos tiene una sección muy grande y una parte considerable del flujo pasa ante los espejos con dimensiones «razonables»; esto significa que de hecho es imposible formar en estos casos haces gaussianos. Los radios de los haces en el plano de los espejos y, por lo tanto, las dimensiones de los mismos espejos resultan mínimas, como es fácil demostrar, para $2f = L$, entonces

$$a_{1\min}^2 = a_{2\min}^2 = \lambda L/2\pi. \tag{229.7}$$

Los focos de los espejos en este caso coinciden, y el centro de curvatura de cada espejo se halla en el espejo contrario. Tales resonadores se denominan *cofocales*, *confocales* o *telescópicos* (dos espejos iguales

*) Por desgracia, las distancias focales y las pérdidas relativas se acostumbra designarlas con una misma letra, pero esto no debe llevar a equivocaciones.

con focos coincidentes forman un sistema telescópico con aumento de -1).

Si $\lambda = 0{,}63 \cdot 10^{-4}$ mm (láser a mezcla de helio y neón) y $L = 1$ m, entonces $a_{\min} \approx 0{,}32$ mm y las dimensiones necesarias de los espejos varían desde 1,5 hasta 2 mm. Gracias a la pequeña magnitud de la longitud de onda resultan prácticamente aceptables los espejos con distancias focales muy largas desde el punto de vista de las representaciones habituales. Por ejemplo, $a_0 = 1$ mm se realiza a $f = 100$ m (si como antes $\lambda = 0{,}63 \cdot 10^{-4}$ mm, $L = 1$ m).

La imposibilidad de formar haces gaussianos en el resonador con espejos planos no significa de ningún modo que no puedan formarse ningún tipo de haces estacionarios. En este caso los haces estacionarios también existen, pero la distribución de la amplitud según el frente de onda no se describirá para ellos mediante la función de Gauss, sino que por otra. Tanto la experiencia, como los cálculos demuestran que en los resonadores con espejos planos el campo es en sí una onda estacionaria con un frente de onda casi plano, y la dependencia entre la amplitud y las coordenadas transversales son bien descriptas por el producto de las funciones armónicas, que se convierten en nulas en los bordes de los espejos:

$$\operatorname{sen} mx \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{L} qz\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a} max\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{b} ny\right). \tag{229.8}$$

Aquí m, n, q, son números enteros positivos; a y b, las longitudes de las partes rectangulares de los espejos, y el origen de las coordenadas coincide con uno de los vértices del espejo (fig. 40.15). En la fig. 40.16, *a* se muestran las fotografías de la sección transversal del haz en el espejo. El número de bandas de la amplitud nula, paralelas a los ejes Ox y Oy, es evidentemente igual a $m - 1$, y $n - 1$.

Como se sabe, la onda estacionaria es equivalente al conjunto de ondas progresivas. En el caso dado tratamos con ocho ondas progresivas: cuatro inciden sobre el espejo izquierdo y cuatro, sobre el derecho. Los componentes de los vectores de onda por los ejes Ox, Oy y Oz son iguales a $\pm\frac{\pi}{a}m$, $\pm\frac{\pi}{b}n$, $\pm\frac{\pi}{L}q$, respectivamente. Las relaciones

$$\left.\begin{aligned} \varphi_m &\approx \frac{k_x}{k_z} = \frac{m/a}{q/L}, \quad \psi_n \approx \frac{k_y}{k_z} = \frac{n/b}{q/L}, \\ \theta_{m,n} &= \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}{k_z} = \frac{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}{q/L} \end{aligned}\right\} \tag{229.9}$$

determinan los ángulos, cuyo sentido está claro si partimos de la fig. 40.15. El ángulo $\theta_{m,n}$, por ejemplo, es formado por el vector de onda y el eje Oz. Cuanto mayores son los números m y n, tanto mayor

es este ángulo. Por eso las ondas con $m \geqslant 2$, $n \geqslant 2$ se denominan *ondas laterales*, a diferencia de la onda con los valores mínimos de $m = n = 1$, que se denomina *axial*.

Recordemos que entre el módulo del vector de onda y la frecuencia existe una relación común $\omega = kc/n_{med}$, donde n_{med} es el índice de refracción. Por eso a la onda (229.8) le corresponde la frecuencia

$$\omega_{m,n,q} = \pi \frac{c}{n_{med}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{q}{L}\right)^2}. \qquad (229.10)$$

La relación (229.10) que también se puede obtener del principio del ciclo, representa el carácter discreto del conjunto de frecuencias en el espectro de radiación del láser con el resonador plano. Sin embargo, como es fácil demostrar, el intervalo de frecuencias que corresponde a la variación de m y n en una unidad, es mucho menor que al pasar

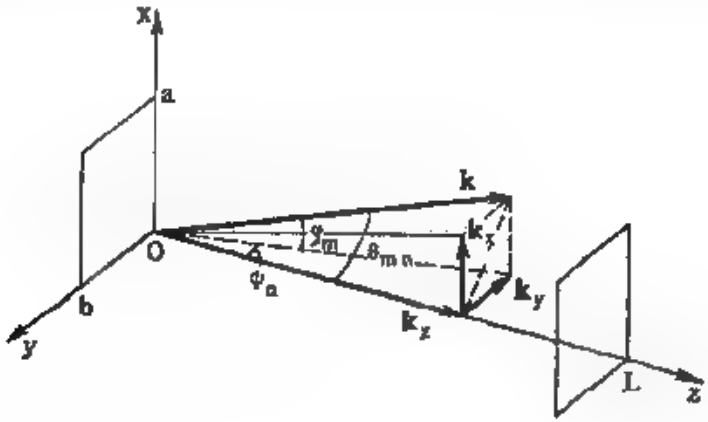


Fig. 40.15. Resonador con espejos rectangulares planos.

de q a $q + 1$, si sobre los espejos se colocan muchas zonas de Fresnel que corresponde a la distancia L (véase el ejercicio 251).

Ahora discutiremos brevemente la cuestión acerca de la magnitud relativa de la energía que abandona el volumen del resonador, formado por los espejos planos y a causa de la difracción durante un ciclo. Para que las pérdidas de difracción sean pequeñas, el ensanchamiento de difracción del haz debe constituir una pequeña parte de las dimensiones transversales de los espejos. En este caso, como se sabe, se trata de la difracción de Fresnel, y el haz se amplía en un valor aproximadamente igual al radio de la primera zona de Fresnel $\sqrt{\lambda L}$. Si en la proximidad de uno de los espejos la amplitud conservase su valor constante a lo largo del frente de onda, las pérdidas relativas a cuenta de la difracción, al llegar al segundo espejo, serían, por lo visto, proporcionales a $\sqrt{\lambda L}/a + \sqrt{\lambda L}/b$. Sin embargo la

amplitud del campo en el borde de los espejos se hace nula, a causa de los cuales las pérdidas resultan proporcionales a los cubos de las razones $\sqrt{\lambda L}/a$, $\sqrt{\lambda L}/b$ (véase el ejercicio 252). Además, las pérdidas aumentan con el incremento de m y n, o sea, son mínimas para las ondas axiales y aumentan a medida que crece el ángulo formado por el eje del resonador y el vector de onda.

Si $\lambda = 0{,}63$ μm, $L = 1$ m, $a = b = 1$ cm, las pérdidas por difracción son aproximadamente del 0,1 %.

Señalemos que las ondas laterales caracterizadas por las rayas de los valores nulos de la amplitud en el frente de onda, existen también en los resonadores con espejos esféricos. En particular, las fotografías en la fig. 40.16, *b* se han obtenido con un resonador formado por espejos esféricos de forma redonda.

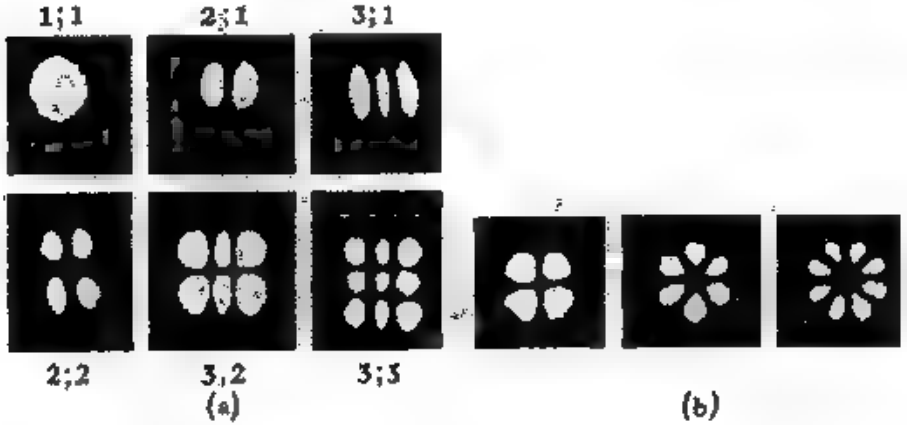


Fig. 40.16. Distribución de la iluminosidad en el frente de onda en el generador óptico cuántico.

a, espejos cuadrados planos (las cifras indican los valores de m y n); b, espejos esféricos redondos.

Hasta ahora nos hemos interesado por la configuración del campo dentro del resonador. Las características del haz que ha salido del láser pueden hallarse al resolver el problema de difracción y tomando en calidad de distribución inicial el campo en la parte exterior del espejo, que se diferencia del campo en su superficie interior en el coeficiente de transmisión del espejo.

En caso de un resonador con espejos esféricos, la amplitud del campo se describe mediante la función de Gauss (229.2), y de acuerdo con las deducciones generales del § 43, el haz que sale será gaussiano y sus parámetros α_0 y z_0 pueden diferenciarse de los parámetros determinados por (229.3) y (229.4) sólo a cuenta del efecto enfocante del

grosor del soporte del espejo. Lo último es fácil de establecer basándose en las leyes de transformación de los haces gaussianos mediante lentes (véase el § 43).

En caso de un resonador formado por espejos planos, la amplitud del campo en el frente de onda se describe por la función:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{a}mx\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{b}ny\right),$$

lo que corresponde (como se explicó antes) a la incidencia de cuatro ondas planas sobre el espejo. Por eso el campo fuera del resonador corresponde a la difracción de estas ondas en un orificio rectangular con lados a y b a lo largo de los ejes Ox y Oy. La amplitud en la figura de difracción a grandes distancias (caso de Fraunhofer) se de-

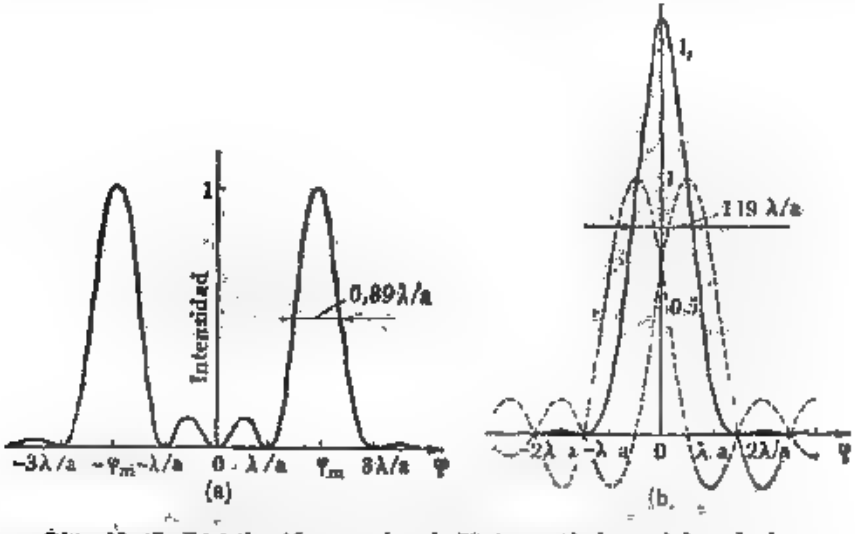


Fig. 40.17. Distribución angular de la intensidad en el haz de láser. El resonador está formado por espejos planos; los índices transversales de las ondas m = 4 (a) y m = 1 (b).

termina mediante una expresión que puede escribirse por analogía con los resultados del § 42.

Las gráficas de la intensidad en función del ángulo de difracción φ (que corresponde a la desviación en dirección del eje Ox) se citan en la fig. 40.17, *a* para $m = 4$. Los mayores valores de intensidad se alcanzan en la proximidad de los ángulos $\varphi = \pm\varphi_m = \pm \frac{m\lambda}{2a}$, que corresponde a la dirección de propagación de las ondas incidentes mencionadas. Al aumentar m, la distancia entre estos máximos crece.

En la fig. 40.18 se muestra esquemáticamente la iluminación de la pantalla alejada para $m = 4$, $n = 4$, con la particularidad de que los círculos rayados significan zonas de mayor iluminación y las líneas a trazos las rayas de los valores nulos de la amplitud. Si en la generación participan todas las ondas laterales, comenzando desde $m = 1$; $n = 1$ hasta $m = m_{máx}$, $n = n_{máx}$, la divergencia total del haz se define por los ángulos

$$\frac{\lambda}{2a} m_{máx} \text{ y } \frac{\lambda}{2b} n_{máx}.$$

Si $m = 1$; los máximos se unen, como se ve de la fig. 40.17, *b*, donde las curvas a trazos corresponden a las figuras de difracción de dos ondas planas que inciden sobre el orificio bajo los ángulos φ_1 y $-\varphi_1$ (véase también en la fig. 40.18, *b* la iluminación de una pantalla alejada). La onda para $m = 1$, $n = 1$ crea un haz con divergencia mínima para la longitud de onda y dimensión transversal del espejo dados, y que se determina (como se subrayó reiteradamente) mediante la relación λ/a. La anchura de la distribución angular de la intensidad en el nivel que corresponde a la mitad de la intensidad máxima, es igual a $1{,}19\ \lambda/a$, es decir, un poco mayor que la anchura en el caso de difracción de la onda con un valor constante de amplitud en el orificio ($0{,}89\ \lambda/a$).

La divergencia del haz guasiano viene dada mediante una relación análoga, en la cual el papel de la dimensión del espejo lo desempeña el diámetro de la sección mínima del haz $2a_0$, o sea, se define mediante la magnitud $(2/\pi)\ (\lambda/2a_0)$.

De esta manera, la formación del haz con divergencia de difracción es en sí una propiedad común de los generadores ópticos cuánticos.

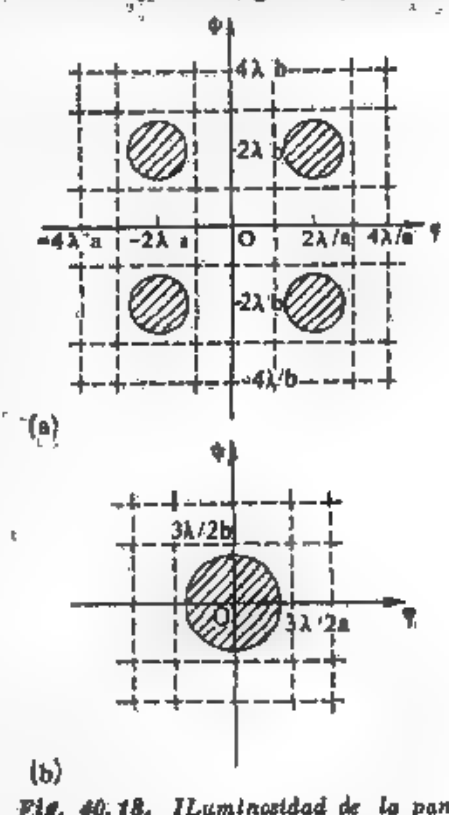


Fig. 40.18. Luminosidad de la pantalla alejada creada por el haz de láser.
El resonador está formado por espejos planos (a=b), los índices transversales de las ondas m = n = 4 (a) y m = n = 1 (b).

El concepto principal, con el cual operamos durante todo el curso, fue el de onda plana (o esférica) En el presente capítulo se aclaró que

con respecto a los generadores ópticos cuánticos un modelo físico más adecuado es el conjunto de ondas coherentes entre sí que satisface las exigencias del principio cíclico. Semejante conjunto, caracterizado por una frecuencia, polarización y configuración geométrica estacionaria determinadas, se denomina *tipo de oscilación del resonador* *). En el resonador formado por espejos planos, de tipo de oscilaciones sirve la onda estacionaria (229 8), en caso del resonador con espejos esféricos, la onda estacionaria que consta de dos haces gaussianos que se propagan uno al encuentro del otro y cuyos frentes de onda coinciden con las superficies de los espejos. En otros casos la configuración del campo será otra, característica para cada geometría concreta del resonador.

Está claro que el tipo de oscilaciones siempre se puede presentar en forma de superposición de ondas planas progresivas. El tipo de oscilaciones de un resonador plano, por ejemplo, es a suma de ocho ondas planas coherentes; el haz de Gauss puede representarse en forma de un conjunto infinito de ondas planas (mediante el teorema de Fourier). Sin embargo, cada una de las ondas planas parciales no puede existir en el resonador independientemente, ya que a causa de las reflexiones y la refracción, así como de los fenómenos de difracción, la onda plana se transforma en un conjuto de ondas que forman precisamente el tipo de oscilaciones. Por ese conviene examinar en forma total las propiedades del conjunto indicado.

Una de las propiedades destacables de los tipos de oscilaciones consiste en que éstos no se transforman el uno en el otro. En este sentido ellos son análogos a las oscilaciones normales del sistema mecánico, con ayuda de las cuales se puede examinar cualquier movimiento de un sistema asociado de masas puntiformes como una superposición de oscilaciones unidimensionales que transcurren independientemente entre sí *). De modo análogo, el problema general acerca de la determinación del campo en el resonador se divide en problemas más simples sobre el estudio de campos parciales con una configuración geométrica constante en el tiempo (es decir, de tipos de oscilaciones), y el campo total se construye luego como una superposición de los tipos de oscilaciones. Este enfoque es característico para la física en general, y de ejemplo más simple puede servir la descomposición del movimiento del punto material en tres movimientos parciales en sistemas de coordenadas adecuados (sistema cartesiano en caso de movimiento inercial o campo de fuerzas homogéneo, sistema de coordenadas cilíndricas para el movimiento circular, etc.)

Al discutir el principio cíclico en el comienzo del § 228, se aclaró que el cambio de un parámetro a otro de la onda en el transcurso del

*) Para la designación de este mismo concepto se emplea el término *modo*, palabra procedente del inglés.

*) Véase *S. E. Jaikin*, Fundamentos físicos de la mecánica, «Nauka», 1971, cap. 18, (en ruso).

ciclo significa la modulación periódica de la radiación que sale del resonador. Empleando la representación de los tipos de oscilaciones, este hecho se puede interpretar del modo siguiente: en el resonador se excita no un tipo de oscilaciones, sino que varios (dos, tres, etc.) con distintas frecuencias propias, y la modulación del campo en su conjunto sucede con períodos determinados por las diferencias de las frecuencias propias de los tipos excitados de oscilaciones. La periodicidad de la modulación del campo completo significa que su espectro contiene un conjunto discreto de frecuencias. Por eso las frecuencias propias del resonador no pueden tomar una serie continua de valores y deben ser discretas, de lo que nos cercioramos en los ejemplos de los resonadores con espejos planos y esféricos. Un caso interesante e importante desde el punto de vista práctico, es el de la excitación simultánea de muchos tipos de oscilaciones que se examinará en el § 230.

Al analizar los fenómenos no lineales, es obvio que el principio de superposición no se cumpla, y el enfoque mencionado antes, basado en la descripción del campo mediante la combinación lineal de campos parciales, pierde su generalidad y eficacia. Sin embargo, en muchas cuestiones de la óptica no lineal y espectroscopía resulta conveniente operar con tipos de oscilaciones en calidad de elementos estructurales elementales del campo.

§ 230. Generación de impulsos luminosos hipercortos

Existen regímenes de funcionamiento de los generadores cuánticos, en los cuales la radiación que sale de éstos, tiene la forma de una secuencia de impulsos luminosos equidistantes y relativamente cortos. En la fig. 40.19, se muestra la dependencia con respecto al tiempo de la potencia de la radiación del láser *), introducido en este régimen. La duración de cada impulso es aproximadamente igual a $5 \cdot 10^{-12}$ s**) y el intervalo de tiempo entre dos impulsos sucesivos es exactamente igual a la duración de un ciclo $T = 2L/c$ (en este caso es $6{,}8 \cdot 10^{-9}$ s). El número total de impulsos se determina por el tiempo de existencia de la población inversa de los niveles del ion de neodimio.

El régimen descrito que obtuvo el nombre *de régimen de generación de impulsos hipercortos*, se realiza en muchos láseres. A veces surge espontáneamente, pero en ese caso la distancia entre los impulsos vecinos es sólo varias veces mayor que su anchura. Para obtener impulsos con mucho contraste se emplean métodos especiales. Algunos de ellos se basan en la modulación periódica del factor Q del resonador (con el período $2L/c$). En otros métodos la generación de impul-

*) De medio activo sirvió un vidrio con neodimio introducido en él. Se utilizaron las transiciones entre los niveles energéticos del ion de neodimio Nd^{3+}.

**) La anchura de los impulsos que se ve en la figura es mucho mayor, pero se define mediante la inercidad del sistema de registro.

sos hipercortos se logra merced a la introducción dentro del resonador de filtros especiales, cuyo coeficiente de absorción disminuye bruscamente a grandes intensidades de radiación (efecto de saturación, véase el § 224).

De lo dicho en el § 229 debe quedar en claro que la modulación profunda de la radiación del láser significa la excitación simultánea de muchos tipos de oscilaciones en el resonador, cuyas frecuencias se diferencian en una magnitud que es múltiplo de $\Delta\omega = 2\pi/T$, donde T es la duración del ciclo. Además, es necesaria la estricta concordancia de fases de los tipos excitados de oscilaciones. En caso contrario, la radiación del láser sería, por lo visto, una onda caótica, no modulada regularmente.

Para aclarar la relación entre una estructura temporal tan peculiar del haz luminoso y las propiedades de los tipos excitados de osci-

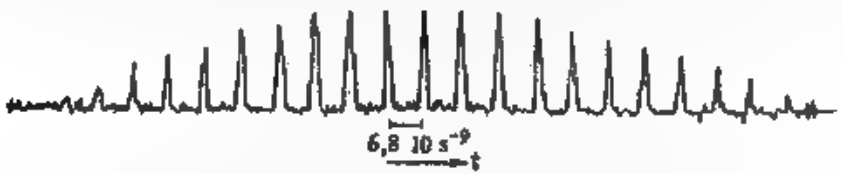


Fig. 40.19. Dependen la temporal de la potencia de la radiación del láser que funciona en el régimen de impulsos hipercortos.

laciones, examinemos la siguiente situación esquematizada. Sea que en el láser se excitaron N tipos axiales de oscilaciones con frecuencias propias $\omega_j = \omega_0 + j2\pi/T$, $j = 0, 1, 2, \ldots, N-1$, y fases iniciales $\varphi_j = \varphi$, y que las amplitudes $A_j = A$ de los tipos de oscilaciones son iguales. Entonces el campo en cualquier punto del resonador se determina por la suma

$$s = A \sum_{j=0}^{N-1} \cos[\omega_0 + j\Delta\omega)\, t + \varphi], \quad \Delta\omega = 2\pi/T. \tag{230.1}$$

En el momento de tiempo $t = 0$, las fases de todas las oscilaciones son iguales entre sí, y la amplitud del campo es igual a NA. En los momentos siguientes, merced a la diferencia de las frecuencias, ocurrirá el desfasaje de los términos de la suma (230.1); los tipos de oscilaciones se extinguirán mutuamente y al cabo de cierto tiempo ΔT tendrá lugar la extinción completa, es decir, la amplitud del campo se volverá nula. En efecto, para mayor simplicidad supongamos que el número de tipos de oscilaciones N es par; entonces durante un tiempo ΔT, determinado por la igualdad

$$[\omega_j + N/2 - \omega_j]\, \Delta T = N\Delta\omega\Delta T/2 = \pi,$$

entre los tipos de oscilaciones j-ésimo y $(j + N/2)$-ésimo surgirá una diferencia de fase igual a π y tendrá lugar la extinción mutua de

los tipos de oscilaciones primero y $(N/2 + 1)$-ésimo, del segundo y $(N/2 + 2)$-ésimo, ..., $(N/2)$-ésimo y N-ésimo. La extinción total sucederá por lo visto, al cabo de intervalos de tiempo múltiplos de ΔT, pero sólo hasta que la diferencia de fase de dos oscilaciones vecinas (j-ésima y $(j + 1)$-ésima) no se vuelva igual a 2π, ya que en ese momento todos los tipos de oscilaciones de nuevo coincidirán en sus fases y la amplitud del campo de nuevo será AN. El momento de restablecimiento de la coincidencia de fases de las oscilaciones es $t = T$, ya que $|\omega_{j+1} - \omega_j|\, T = 2\pi$. En el transcurso ulterior, del tiempo el cuadro descrito se reproducirá con un período T.

La descripción cuantitativa del fenómeno se logra sumando N oscilaciones en (230.1), y el resultado de los cálculos puede presentarse en forma de (véase el ejercicio 253).

$$s = AN \frac{\operatorname{sen}(\pi N t/T)}{N \operatorname{sen}(\pi t/T)} \cos[(\omega_0 + {}^1/_2 (N-1)\,\Delta\omega)\, t + \varphi]. \qquad (230.2)$$

La dependencia entre la amplitud y el tiempo se describe por un factor del mismo tipo que el de la teoría de la red de difracción (véase el § 46), lo que es comprensible, puesto que en ambos casos todo se redujo a la sumación de N oscilaciones, cuyas fases forman una progresión aritmética. La diferencia consiste en la causa física del desfasaje: en caso de una red de difracción la fase de las oscilaciones que llegan de diversas líneas varía en función del ángulo de difracción, mientras que en el caso dado la fase varía con el tiempo. Por cuanto la función $[\operatorname{sen}(N\beta)]/N \operatorname{sen}\beta$ se estudió con detalles en el § 46, no vamos a repetir su análisis y sólo presentaremos atención a la coincidencia cualitativa de la gráfica de la fig. 40.19 y la que está representada en la fig. 9.19, *a*.

De esta manera, conforme a los razonamientos citados y de acuerdo con el experimento, el intervalo T entre los impulsos secuentes es igual a la duración del ciclo, o sea,

$$T = 2\pi/\Delta\omega = 2L/c;$$

la diración de cada impulso es inversamente proporcional a la anchura del sector del espectro, que corresponde a los tipos excitados de oscilaciones, o sea,

$$\Delta T = 2\pi/N\Delta\omega = T/N.$$

La relación escrita entre T y ΔT también se confirma experimentalmente.

El valor numérico del producto $N\Delta\omega$ es proporcional a la anchura de la raya espectral, correspondiente a la transición entre los niveles con población inversa, ya que precisamente en este sector del espectro el factor de amplificación tendrá su valor máximo. Por ejemplo, si $N\Delta\omega = 10^{12}\ s^{-1}$, a lo que corresponde 5,3 cm^{-1}, entonces $\Delta T = 2\pi \cdot 10^{-12}$ s. Precisamente estos valores numéricos de las magnitudes tienen lugar en el caso que se muestra en la fig. 40.19. Las esti-

maciones teóricas ofrecen una esperanza de reducir las magnitudes ΔT aun en 10 . 100 veces. En otras palabras, por lo visto se puede crear un tren de ondas que contiene sólo algunas oscilaciones con período $2\pi/\omega \approx 3 \cdot 10^{-15}$ s ($\lambda = 1\mu$ m).

Hasta el descubrimiento de este fenómeno (1966), los impulsos luminosos más cortos que se obtenían mediante procedimientos sin láseres, se formaban de una radiación continua con ayuda de obturadores electróopticos, basados en el efecto Kerr. La duración más pequeña de los impulsos era aproximadamente 10^{-9} s, es decir, era en unos órdenes mayor que los impulsos de láser, descritos anteriormente.

Las afirmaciones acerca de la existencia de impulsos hipercortos y una estricta coincidencia de fases de muchos tipos de oscilaciones se suponen conforme a los razonamientos expuestos, equivalentes desde el punto de vista físico: una corresponde a la descripción del fenómeno en función del tiempo, y la otra, en los términos espectrales. Con respecto a esto, para designar el régimen de generación de impulsos hipercortos se utiliza el término *radiación de láser con tipos sincronizados de oscilaciones*.

El campo electromagnético que se genera por el láser, surge de una radiación espontánea del medio activo. Por eso, a pesar de excitar sólo un tipo de oscilaciones se forma un campo monocromático, su fase inicial es completamente arbitraria. Si se excitan muchos tipos de oscilaciones, sus fases iniciales, como parece a primera vista, no pueden estar en concordancia, ya que deben determinarse mediante diferentes componentes espectrales de una radiación espontánea al azar. Este punto de vista supone sin embargo la independencia de superposición, el cual no es válido en la región de fenómenos no lineales. Mientras tanto, en los láseres los fenómenos no lineales desempeñan un papel principal (véase el § 225), como consecuencia de lo cual los tipos de oscilaciones en un grado mayor o menor deben influir unos en los otros y puede efectuarse su sincronización. Las medidas especiales, mencionadas al comienzo del parágrafo y que contribuyen a la realización del régimen de generación de impulsos hipercortos, son previstos para la amplificación de la interacciones no lineal de los tipos de oscilaciones.

Discutiremos brevemente los fenómenos no lineales que conducen a la aparición de impulsos hipercortos en los láseres con elemento de absorción dentro del resonador. Supongamos que se ha creado una población inversa de niveles en el elemento activo del láser y excedo la amplificación de la radiación espontánea. A causa del carácter aleatorio de la emisión espontánea, la amplitud del campo varía caóticamente en el tiempo y de un punto a otro*) (fig. 40.20, a). La

*) Un cuadro semejante de una distribución al azar del campo hemos modulado en el § 22 observando la luz difusa en un vidrio opaco (véase la fig. 4.23). La fig. 40.20, a esquemáticamente es análogo a la variación de la iluminación en la fig. 4.23 a lo largo de cualquier dirección.

amplitud del campo tiene el aspecto de un conjunto de «impulsos en escarpia» dispuestos al azar y aleatorios según la magnitud. En la primera etapa de desarrollo de la generación, cuando la potencia de la radiación es aún pequeña, el filtro debilita todos los «impulsos en escarpia» en la misma medida. Con el tiempo un número cada vez mayor de átomos se excita, y la energía del campo en el resonador aumenta. Como se aclaró en el § 224, a medida del crecimiento de la potencia de radiación, el factor de absorción del filtro y la parte de energía que él absorbe se reducen, y la parte de energía que pasa el filtro aumenta, o como se dice, el filtro *se clarifica mediante la radiación*. Si el medio del filtro es lo suficiente poco inerte (para los filtros se eligen especialmente semejantes medios), lo dicho se refiere al valor instantáneo del flujo que incide sobre el filtro: cuanto mayor es el valor instantáneo de la potencia, tanto más fuerte se clarifica el filtro. En resumidas cuentas, el mayor «impulso de escarpia» se debilitará por el filtro en un grado menor que todos los demás, y en cada ciclo siguiente su debilitamiento «preferentemente pequeño» se acrece cada vez más. El proceso de separación del «impulso de escarpia» más potente se ilustra en la fig. 40.20, *a*—*c*, en la cual se muestra sólo la distribución relativa de la amplitud del campo y no se reflejó por completo el enorme aumento de la energía común.

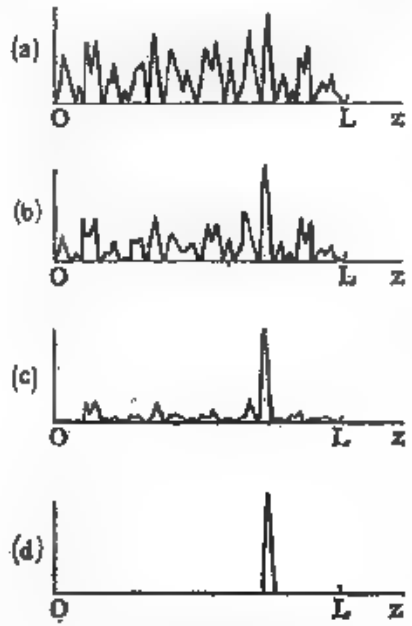


Fig. 40.20. Evolución de la distribución de la amplitud del campo en el láser con el filtro clarificado.

Como resultado de todos los procesos descritos, el campo dentro del resonador puede adquirir el aspecto de un impulso unitario (véase la fig. 40.20, *d*). El campo fuera del resonador será un conjunto de impulsos que surgen a causa del paso parcial del impulso «interno» a través del espejo del resonador durante los ciclos que se suceden.

El ejemplo analizado muestra con evidencia el papel decisivo de los fenómenos no lineales en la formación de impulsos hipercortos. En el examen realizado se empleó el enfoque temporal, mientras que los tipos de oscilaciones no figuraban de modo explícito. Es fácil ver, en cambio, que la presencia del «impulso en escarpia más fuerte» no refleja otra cosa que la concordancia de fases de diversos tipos de

oscilaciones en el lugar de su disposición, que si bien no agota el proceso, es lo mejor en la situación aleatoria dada. En los posteriores procesos no lineales la concordancia de fases poco a poco se mejora y, en resumidas cuentas, se establecen fases completamente concordadas. Por eso mediante el enfoque espectral también hubiésemos llegado al resultado obtenido, pero el lenguaje temporal resultó ser más adecuado a la cuestión.

La potencia instantánea de la radiación en el régimen de generación de impulsos hipercortos es aproximadamente $T/\Delta T$ veces mayor de la potencia media y puede alcanzar valores de 10^{11}—10^{13} W. Por lo tanto, los impulsos hipercortos hallaron un amplio campo de aplicación en las investigaciones de los fenómenos más diversos: ionización de multifotones de los átomos y moléculas, dispersión estimulada, calentamiento instantáneo de la sustancia hasta temperaturas muy elevadas, etc. La duración corta récord del impulso permitió usar los impulsos hipercortos para el estudio de procesos muy rápidos, por ejemplo, la desintegración de los estados excitados de las moléculas que sucede durante 10^{-11}—10^{-13} s, el tiempo de existencia del efecto Kerr (§ 152), la inercia del efecto fotoeléctrico no lineal (véase el § 179), etc.

§ 231. Láseres en colorantes

Como se mostró en el § 228, el intervalo espectral, en cuyos límites pueden disponerse componentes casimonocromáticos de la radiación de láser, es en cierto grado inferior a la anchura de la raya que corresponde a la transición entre niveles con población inversa, pero es proporcional a ésta. En los láseres a rubí y a mezcla de helio y neón las anchuras de las rayas son 0,03 cm^{-1} y 20 cm^{-1}, respectivamente, y los intervalos espectrales indicados son de 0,01 cm^{-1} y 1 cm^{-1}. Valores considerablemente mayores de los parámetros en cuestión existen en los generadores ópticos cuánticos cuyos medios activos son soluciones de colorantes. Los colorantes químicos son en sí moléculas orgánicas bastante complicadas y su espectro de fotoluminiscencia se extiende a miles de cm^{-1}. Conforme a esto, también las anchuras de los sectores del espectro, en los cuales se puede realizar la generación empleando colorantes, son de centenares y, a veces, de miles de cm^{-1}.

La fig. 40.21 muestra esquemáticamente los niveles energéticos de una molécula compleja *). El grupo superior de los niveles se refiere a uno de los estados excitados de los electrones de la molécula, y el grupo inferior al estado fundamental de los electrones. Cada uno de los grupos señalados contiene niveles que corresponden a distintos estados de oscilaciones de los núcleos de la molécula. A causa de un

*) Las nociones fundamentales acerca de los espectros y niveles energéticos de las moléculas se expusieron en los capítulos 38 y 39.

número grande de grados oscilatorios de libertad, las estructuras de los grupos superior e inferior de los niveles son extremadamente complicadas; sin embargo, para lograr nuestros fines no hay necesidad de concretizarlos. Es esencial sólo el hecho de que el espectro de luminiscencia se compone de un número grande de rayas, correspondientes a las transiciones de la molécula de los niveles del grupo superior a los niveles del inferior, con la particularidad de que ciertas rayas no se resuelven y en su conjunto forman un espectro continuo de luminiscencia. Esto se muestra esquemáticamente de la parte inferior de la fig. 40.21, donde los segmentos verticales corresponden a las frecuencias de Bohr de las transiciones entre los niveles individuales, la curva a trazos muestra el contorno de una raya espectral y la curva continua, el contorno sumario de la banda de la luminiscencia.

El cuadro general de los procesos que transcurren durante la excitación óptica de las moléculas del colorante se puede presentar de la siguiente manera. A causa de la absorción de un fotón $\hbar\omega_{exc}$ la molécula del estado fundamental pasa a uno o varios (en dependencia de la anchura del espectro de la luz excitatriz) de los niveles oscilantes del estado electrónico excitado. En la fig. 40.21 este proceso se indica mediante la flecha izquierda, dirigida hacia arriba. A causa de los procesos intermoleculares y la interacción con el disolvente, la molécula pasa sin radiación a los niveles más bajos del grupo superior, con la particularidad de que esta transición (la flecha ondulatoria superior) transcurre durante intervalos de tiempo extremadamente cortos (10^{-11}—10^{-12} s). La siguiente emisión espontánea o estimulada de los fotones $\hbar\omega$ va acompañada de transiciones desde los bajos niveles oscilantes el grupo superior a todos los niveles oscilantes del estado electrónico fundamental (las flechas rectas, dirigidas hacia abajo). Como se señaló antes, el conjunto de rayas que se

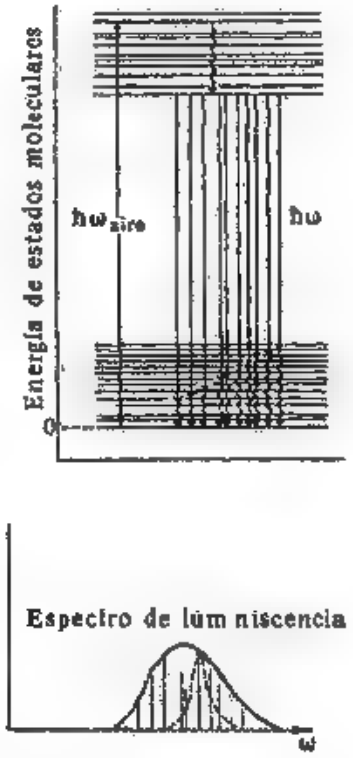


Fig. 40.21. Esquema de niveles energéticos de la molécula orgánica compleja.

ro ubren y que están ligadas con estas transiciones electrónico-oscilantes, forman precisamente el amplio espectro continuo de luminiscencia y amplificación. Por las mismas causas que se indicaron respecto al grupo superior de los niveles, en el estado electrónico fundamental sucede un amortiguamiento muy rápido (durante un tiempo de 10^{-13}—10^{-11} s) de los estados oscilantes excitados, a causa de lo cual su población resulta pequeña (las flechas onduladas inferiores). De este modo, surge la población inversa de los niveles, unidas por las flechas rectas dirigidas hacia abajo.

El esquema expuesto de los procesos está simplificado en grado considerable y existe una serie de hechos que en una medida u otra dificultan el desarrollo de la generación. A este número de hechos se refiere, por ejemplo, la descomposición fotoquímica de las moléculas del colorante a elevados valores de la iluminación, el calentamiento de la solución que conduce al amortiguamiento sin radiación del estado electrónico excitado, y muchos otros hechos. Sin embargo, todos estos obstáculos se eliminan mediante procedimientos especiales *), y se logra realizar la generación con un número grande de colorantes (hoy día se cuenta con unos 100) en los regímenes de impulso y continuo, en la amplia zona del espectro (desde 350,0 hasta 1000,0 nm), empleando en calidad de fuentes de irradiación excitatriz los tubos de xenón de descarga de gases y los láseres.

En la fig. 40.22 se adjunta uno de los esquemas ópticos de láser en colorante, que funciona en régimen continuo. El haz de luz excitatriz (rayas continuas) se enfoca mediante el espejo M_1 sobre la cubeta con la solución del colorante K. De fuente de luz excitatriz sirve el láser a argón de funcionamiento continuo (en la figura no se muestra). La luz excitatriz, que pasa parcialmente, regresa a la cubeta por medio del espejo M_2. Los espejos M_1, M_2 y M_3 forman un resonador óptico del láser, las líneas de trazos representan el haz generador. La cubeta K es necesario orientarla bajo el ángulo de Brewster hacia el eje del resonador para disminuir las pérdidas, relacionadas con la reflexión de la luz de sus superficies de separación.

El espectro de radiación del láser, en el cual se empleó la solución del colorante rodamina 6-G, se da en la fig. 40.23, *a*. La anchura del espectro en este caso era de unos dos nanometros. El empleo de otros colorantes y el aumento de la potencia de la excitación permite aún más incrementar la anchura del espectro de la radiación de láser. La estructura del espectro que está condicionada por el carácter discreto de las frecuencias propias del resonador, en la fig. 40.23, *a* no se resuelve. Las bandas claras que se ven en el espectro, están provocadas por la absorción de la luz por parte de los vapores de agua que siempre están presentes en el aire.

---

*) Por ejemplo, se utiliza el bombeo de la solución a través de la cubeta con una velocidad que alcanza decenas de m/s.

Si en lugar del espejo M_4 se establece un prisma P (análogo al que se emplean en los dispositivos espectrales) y situar el espejo M_4 de la manera que se muestra con la línea a trazos en la fig. 40.22, el espectro de radiación del láser se reduce bruscamente (fig. 40.23, *b—d*). La causa de esta reducción está, por lo visto, en la dependencia de la desviación del haz por el prisma en función de la longitud de onda. Siendo la orientación del espejo M_4 prefijada, y al reflejarse la luz de una parte determinada de su superficie, acotada por el diafragma D, el regreso a la parte activa del volumen de la cubeta se asegurará sólo para la luz de una longitud de onda definida.

Para la radiación con otras longitudes de ondas las pérdidas serán mayores, ya que para ellas la condición cíclica se cumple, por lo visto, al reflejarse en sectores del espejo, cerrados por completo o parcialmente por el diafragma D. Si ahora giramos el prisma alrede-

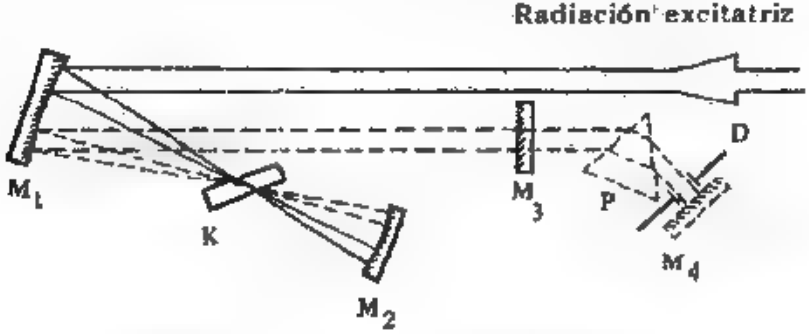


Fig. 40.22. Esquema óptico de láser en colorantes.

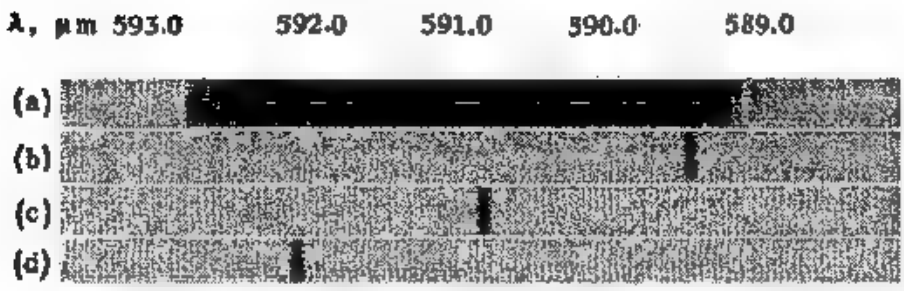


Fig. 40.23. Espectro de la radiación del láser en colorantes: a, sin prisma P, b, c, d, con el prisma P para distintas orientaciones de éste.

dor de su eje, perpendicular al plano del dibujo, las condiciones favorables señaladas se realizarán para diferentes longitudes de ondas. De esta manera, se puede variar en un amplio intervalo suavemente la frecuencia de la radiación del láser. Las fotografías de las figs. 40.23,

b—d se han obtenido precisamente para tres orientaciones distintas del prisma *P*.

Los generadores ópticos cuánticos con el suave reajuste de frecuencia sirven de base para los dispositivos espectrales de un poder de resolución excesivamente alto. Sea, por ejemplo, que se exige investigar el espectro de absorción de cualquier sustancia. Midiendo la magnitud del flujo del láser que incide sobre el objeto en cuestión y que pasa a través de él, se puede calcular el valor del coeficiente de absorción. Reajustando la frecuencia de la radiación de láser se puede, por lo tanto, definir el coeficiente de absorción como función de la longitud de onda. El poder de resolución de este método coincide por lo visto, con la anchura de la raya de la radiación del láser que se puede hacer muy pequeña. La anchura de la raya, igual, por ejemplo, a 10^{-4} cm^{-1}, asegura el mismo poder de resolución que la red de difracción con la superficie de trabajo de 5 m de longitud, y la ejecución de redes tan grandes es un problema casi insoluble.

En este capítulo hemos expuesto los principios físicos en que se basan las estructuras de los generadores ópticos cuánticos, analizamos sus propiedades generales y describimos tres tipos de láseres a rubí, a mezcla de helio y neón, y del láser en colorantes. Además de los láseres indicados, existe un gran número grande de ellos que se destacan por algunas propiedades como ser: por los procedimientos de excitación del medio activo, por la zona espectral en la que se halla la radiación, por la potencia, el rendimiento, las características temporales, etc., etc.

En dependencia del problema que se resuelve mediante los láseres, se elige un tipo u otro de estos dispositivos, con un conjunto óptico de características.

---

41. ÓPTICA NO LINEAL

Antes ya se señalaron las investigaciones de S. I. Vavílov sobre la dependencia entre el factor de absorción y la intensidad de la luz absorbida (véanse los caps. 28, 40). En el libro «Microestructura de la luz», generalizando sus observaciones, referentes a los años 20 y los experimentos ulteriores, Vavílov escribía: «La no linealidad en el medio absorbente debe observarse no sólo con respecto a la absorción. La última está ligada a la dispersión, por eso la velocidad de la propagación de la luz en un medio, en general, debe también depender de la potencia luminosa. Por esta misma causa, en el caso general debe observarse la dependencia de la potencia luminosa, es decir, la infracción del principio de la superposición, y de otras propiedades ópticas del medio son la birrefringencia, dicroismo, poder rotativo, etc.». El ulterior desarrollo de la óptica no lineal, condicionado por la

investigación experimental de la propagación de la radiación del láser, no sólo confirmó los razonamientos generales de Vavilov, sobre la multitud de posibles fenómenos no lineales, sino que condujo al descubrimiento de todos los efectos concretos enunciados. Por eso S. I. Vavilov está reconocido como fundador de la óptica no lineal . . . Recordemos que la causa de los fenómenos no lineales Vavilov la veía en la variación del número de moléculas o átomos, capaces de absorber la luz, es decir, variaciones condicionadas por las transiciones de los átomos y moléculas en estado excitado y la duración finita de la estancia en estos estados. Además de la causa señalada, existen algunas otras causas que conducen a los fenómenos no lineales. Una parte de ellas se examinará en lo sucesivo. De acuerdo con esto el conjunto de los fenómenos no lineales, descubiertos al investigar la propagación de la radiación del láser, resultó aun más diversa. Algunos de éstos son la dispersión forzada Io Mandelshtam—Brillouin, la absorción e ionización de multifotones (véase el § 157), el efecto fotoeléctrico no lineal (§ 179), fueron descritos antes. En dicho capítulo se examinan los fenómenos que se reducen, en rasgos generales, a la variación de la dirección de la propagación y la composición espectral de la radiación.

§ 232. Autoenfoque

Una de las leyes principales de la óptica es la ley de la propagación rectilínea de la luz en un medio homogéneo, que se cumple en aquellos casos, en que por unas causas o por otras los efectos de difracción son fútiles. En la óptica no lineal dicha ley, en general, tiene limitaciones adicionales de empleo. Son que el índice de refracción depende de la intensidad de la luz, siendo sus valores suficientemente grandes. Si la iluminación en la sección transversal del haz no es uniforme, el índice de refracción no será una magnitud constante, lo que equivale a la heterogeneidad del medio. En el medio heterogéneo los rayos no son rectilíneos y se desvían hacia la parte, donde el índice de refracción es mayor.

En la fig. 41.1 se adjunta el esquema del experimento en el cual se observa el fenómeno mencionado. El haz paralelo de luz incide sobre la capa K de la sustancia, cuyo índice de refracción depende de la iluminación. El arco de trazos a la izquierda de K ilustra la distribución de la luminosidad en la sección transversal FF del haz. A la derecha de la capa, en la pantalla EE, se registra (visualmente o mediante una fotografía) la variación del tamaño de la mancha luminosa. Los círculos, mostrados en la parte inferior de la fig. 41.1 corresponden a las secciones del haz que se obtiene siendo fijas la potencia de la luz y diversas posiciones de la pantalla EE. Si la pantalla es inmóvil y varía la potencia del haz, la dimensión de la sección transversal del último también cambia. De esta manera, el haz paralelo

de luz se transforma en convergente. El fenómeno descrito obtuvo la denominación de *autoenfoque*.

En el experimento, mostrado en la fig. 41.1, el índice de refracción aumenta al crecer la luminosidad: los rayos se desvían hacia el eje del haz, donde la iluminación es mayor. Si el índice de refracción disminuyese con el aumento de la luminosidad (existen también semejantes medios), los rayos se desviarían del eje y ocurriría el *autodesenfoque* del haz.

El experimento y la teoría conducen a la deducción de que semejante tipo de fenómenos pueden explicarse si se toma en consideración la dependencia del índice de refracción n en función de la amplitud del campo A en la siguiente forma:

$$n = n_0 + n_2 A^2. \qquad (232.1)$$

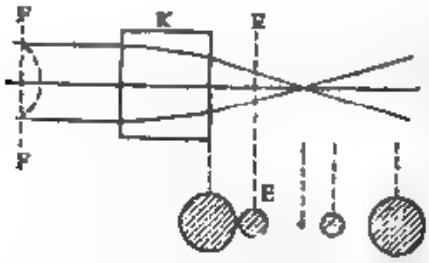


Fig. 41.1. Autoenfoque del haz intenso en el medio no lineal.

Aquí n_0 es el índice de refracción corriente que caracteriza las propiedades ópticas del medio para pequeños valores de intensidad de la luz. El término n_2A^2 describe la variación de n bajo la influencia de una radiación potente. Varias causas provocan esta variación de n; ellas se examinarán en el § 235, mientras tanto es suficiente aceptar la magnitud n_2 como la característica de las propiedades ópticas no lineales del medio.

Valoremos el grosor de la capa de la sustancia l_{ae}, necesario para la intersección de los rayos extremales con el eje del haz dentro del medio no lineal. Gracias al complemento no lineal del índice de refracción n_2A^2 aparece una diferencia de fase entre las oscilaciones en el eje del haz y en sus bordes. La amplitud del campo en el eje del haz la designamos por A_0 y en los bordes la consideraremos nula. En la longitud buscada (grosor) l_{ae} la diferencia de fase indicada adquiere el valor $(\omega/c)n_2A_0^2l_{ae}$. La curvatura del frente de onda necesaria para enfocar el haz en el medio no lineal en la longitud l_{ae}, da la flecha de flexión igual a $a^2/2l_{ae}$, donde a es el radio inicial del haz; a esta flecha le corresponde la diferencia de fase $(\omega/c)n_0a^2/2l_{ae}$, que debe asegurarse por la diferencia de fase a causa de la no linealidad del medio:

$$\frac{\omega}{c} n_0 a^2/2l_{ae} = \frac{\omega}{c} n_2 A_0^2 l_{ae}.$$

Por lo tanto, el grosor buscado de la capa se da mediante la relación

$$l_{ae} = a\sqrt{\frac{n_0}{2\Delta n}} = a\sqrt{\frac{n_0}{2n_2A_0^2}}; \quad \Delta n = n_2A_0^2. \qquad (232.2)$$

La magnitud l_{ae} que se define mediante esta relación, se denomina *longitud de autoenfoque*. Ella es directamente proporcional al radio inicial del haz e inversamente proporcional a la amplitud del campo en su eje. Por cuanto la iluminación es proporcional a A^2, se puede decir que l_{ae} es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la máxima iluminación en la sección del haz. Además, l_{ae} se reduce con el crecimiento del coeficiente de no linealidad n_2. Todas las regularidades enunciadas son totalmente comprensibles desde el punto de vista físico: cuanto menor sea a^2 y mayor $\Delta n = n_2 A_0^2$, con tanta mayor intensidad varía el índice de refracción en los límites de la sección del haz y tanto mayor es la desviación de la propagación rectilínea de la luz.

El fenómeno de autoenfoque se observa para muchas sustancias: gases, líquidos y sólidos. Las investigaciones experimentales confirman la proporcionalidad directa entre la longitud del autoenfoque l_{ae} y $\sqrt{a^2/A_0^2}$.

Si se prefijan los valores $l_{ae} = 10$ cm, $a = 0{,}5$ mm, conforme a la relación (232.2), obtenemos

$$\Delta n/n_0 = {}^1/_2\,(a/l_{ae})^2 = 1{,}25 \cdot 10^{-5},$$

es decir, las variaciones relativas del índice de refracción pueden ser bastante pequeñas. En el experimento por lo común se mide directamente el flujo total (potencia) de radiación. En el caso de variación parabólica de la luminancia en la sección transversal del haz de (232.2) no es difícil recibir la siguiente correlación para la potencia indispensable de radiación (véase el ejercicio 254):

$$P = \frac{n_0^2 c a^4}{32 n_2 l_{ae}^2}. \qquad (232.3)$$

Para el sulfuro de carbono CS_2 ($n_0 = 1{,}62$), por ejemplo, que posee un valor relativamente grande $n_2 = 2 \cdot 10^{-11}$ CGS, obtenemos $P = 0{,}77 \cdot 10^6$ W para $a = 0{,}5$ mm, $l_{ae} = 10$ cm. De esta manera para los experimentos de autoenfoque se requieren potencias los haces bastante altas, las cuales, sin embargo, pueden obtenerse empleando láseres. La iluminación media en el ejemplo numérico examinado es de $P/\pi a^2 = 10^9$ W/cm. Mediante la ley de Stefan—Boltzmann es fácil calcular que para conseguir esta iluminación, empleando la radiación de un cuerpo negro, es necesaria una temperatura $T = 2{,}7 \cdot 10^5\ \Omega^{-1/4}\ K$, donde Ω es el ángulo sólido del haz. De la comparación realizada queda en claro por qué el fenómeno de autoenfoque ha sido descubierto sólo después de la creación de potentes láseres (N. F. Pilipetski, A. R. Rustámov, 1965; la hipótesis teórica de G. A. Askarian, 1962).

Conforme a lo dicho antes, los pequeños radios de la sección transversal de los haces favorecen el autoenfoque. El experimento

muestra que existe sin embargo, cierto valor óptimo a o a_0 y el ulterior decremento de a no exige la reducción sino el aumento de la potencia P. La causa consiste en que a valores suficientemente pequeños de a, comienzan a manifestarse los fenómenos de difracción que no se tomaron en consideración en los razonamientos anteriores. Por lo visto, la difracción amplía el haz y con eso obstaculiza su autoenfoque, con la particularidad de que el papel de la difracción es tanto mayor, cuanto menor es el radio del haz a.

El valor óptimo del radio del haz se puede estimar a base de los siguientes razonamientos. La no linealidad del medio (si no se toma en consideración la difracción) reduce el radio del haz de a hasta 0 en la extensión de la longitud l_{ae}. Al mismo tiempo, en ausencia del autoenfoque, la ampliación de difracción del haz en una longitud l_{ae} es aproximadamente igual al radio de la primera zona de Fresnel $\sqrt{\lambda l_{ae}/n_0}$. Por eso, si

$$a = \sqrt{l_{ae}\lambda/n_0} = a_{cr},$$

el autoenfoque compensa el ensanchamiento de difracción y el haz permanecerá paralelo. Sustituyendo el valor obtenido de $a = a_0$ en la expresión para P, obtenemos una magnitud de la potencia de umbral del haz

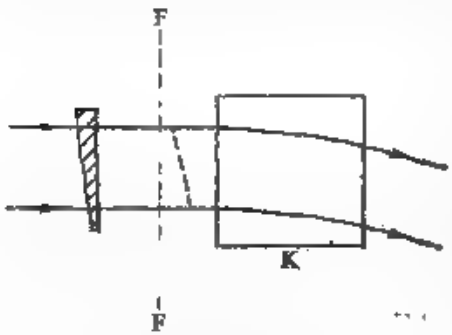


Fig. 41.2. Autodesviación del haz con el gradiente de intensidad constante.

$$P_{umb.} = \frac{\lambda^2 c}{32 n_2}. \qquad (232.4)$$

Si $P > P_{umb.}$, el autoenfoque es posible, aunque en mayor longitud de la que se habló antes. Pero si $P < P_{umb.}$, el haz se ensanchará, pero con menos rapidez que en un medio lineal. Se debe prestar atención al hecho de que $P_{umb.}$ no depende de a, disminuye en la zona del espectro de ondas cortas, donde el papel de difracción es menor, y desciende a medida del crecimiento de la no linealidad del medio. Todas las regularidades señaladas son confirmadas experimentalmente. En caso del sulfuro de carbono y $\lambda = 694{,}3$ nm (láser a rubí) de la relación (232.4) hallamos que $P_{umb.} = 2{,}3 \cdot 10^4$ W, lo que corresponde a las observaciones.

Antes se supuso la distribución simétrica de la luminosidad en la sección transversal del haz y su reducción suave desde el eje a la periferia, merced a lo cual la no linealidad del medio se manifestó en forma de una reducción regular del haz. Claro está que siendo distintas las leyes de variación de la luminosidad surgirán efectos que por su aspecto ni se parecerán al autoenfoque. Introducimos, por ejemplo, en el haz una cuña absorbente, cuya transmisión depende de modo lineal de la coordenada (fig. 41.2). En este caso la luminosidad

en el haz que pasó la cuña, y el índice de refracción del medio en la cubeta K variarán de modo lineal según la sección transversal. La heterogeneidad del medio, creada por semejante haz, por su acción es equivalente al prisma deflector. Por eso la no linealidad del medio se manifestará en forma de *autocurvatura* o *autodesviación* del haz, y la sección transversal y la distribución de la luminosidad en ésta se conservan constantes, al propagarse el haz en un medio no lineal (véase el ejercicio 255).

Si la luminosidad en la sección del haz no varía de modo monótono, el haz, suficientemente potente, como muestran los experimentos, se escinde en haces más estrechos, cuyos ejes pasan por puntos con valores elevados de luminosidad. Este fenómeno se observa con frecuencia durante la propagación de la radiación de un láser que no posee alto grado de coherencia espacial.

§ 253. Autodifracción

La dependencia entre el índice de refracción y la luminosidad condiciona fenómenos impresionantes y peculiares en condiciones típicas para experimentos de interferencia de dos rayos. Supongamos que en una lámina planoparalela gruesa (fig. 41.3) el haz del láser se divida en dos haces que después se juntan por el biprisma de Fresnel en el medio no lineal K, por ejemplo, en una cubeta con sulfuro de carbono. En la región de intersección de los haces se pueden observar franjas de interferencias, en cambio éstas no nos interesan por el momento. Observamos la luminosidad de la pantalla FF, puesta a una distancia tal que en ella los haces ya no se recubren. Si la intensidad de los haces no es grande, en la pantalla EE se ven dos manchas indicadas en la parte derecha de la fig. 41.3 en forma de círculos rayados. Siendo los valores de la intensidad suficientemente grandes, en la pantalla aparecen dos manchas nuevas, desplazadas en dirección perpendicular a la arista del biprisma. En la fig. 41.3 son los círculos de trazos, próximos a los rayados. La luminosidad de las manchas nuevas crece con el aumento de la intensidad del haz del láser, y para una potencia aún mayor aparecen manchas todavía más alejadas. Es interesante que las distancias entre cualesquiera manchas vecinas son prácticamente las mismas que entre las iniciales. Si establecemos otro biprisma con mayor (o menor) ángulo de refracción, la equidistancia de las manchas se conserva y la distancia entre las manchas vecinas aumenta (o se reduce) de modo proporcional.

Introduzcamos en el camino de uno de los haces una placa de media onda, debido a ello los haces se harán polarizados y mutuamente ortogonales. En este caso no se observará ninguna mancha complementaria. El resultado negativo también se obtiene al desplazar la cubeta con un medio no lineal de la región de recubrimiento de los haces.

El sistema de manchas descrito se parece al conjunto de los máximos principales de difracción, que surgen al pasar los haces iniciales a través de la red de difracción. De esta red podría servir una onda ultrasonora que es en sí una secuencia periódica de zonas de la compresión y enrarecimiento en los líquidos y que crea con esto la variación periódica del índice de refracción, es decir, una red volumétrica de fase. Los fenómenos de difracción, que transcurren en estas condiciones, están descritos en el § 56. En nuestro caso la red de fase es creada por la misma luz.

En efecto, en la región de recubrimiento de los haces, el cuadrado de la amplitud del campo se puede escribir de la siguiente manera (véase el § 13):

$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\left[\frac{4\pi}{\lambda} n_0 x \operatorname{sen} \theta_0'\right],$$

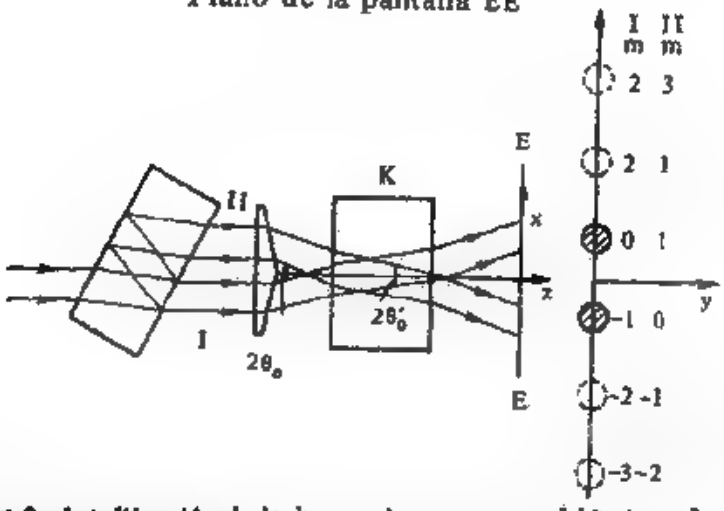


Fig. 41.3. Autodifracción de la luz en el esquema con el biprisma de Fresnel.

donde a_1, a_2, son las amplitudes del campo de los haces que interfieren; $2\theta_0$, el ángulo entre los haces dentro de la cubeta, x, la coordenada perpendicular a la arista del biprisma. Gracias a la dependencia entre el índice de refracción y la luminosidad en la cubeta se crea una heterogeneidad óptica periódica, equivalente a la red física volumétrica,

$$n = n_0 + n_2 (a_1^2 + a_2^2) + \Delta n\,(x),$$

donde se introdujo la designación

$$\Delta n\,(x) = 2n_2 a_1 a_2 \cos\left[\left(\frac{4}{\lambda} n_0 \operatorname{sen} \theta_0'\right) x\right]. \qquad (233.1)$$

El período de la red es

$$d = \lambda \frac{1}{2n_0 \operatorname{sen} \theta_0'}. \qquad (233.2)$$

Luego se puede razonar del siguiente modo: cada uno de los haces experimenta difracción en la red señalada, a causa de lo cual surgen nuevos haces y las direcciones de la propagación de ellos coinciden con las direcciones de los máximos principales. Simples cálculos, durante los cuales es necesario utilizar las fórmulas del § 46, y tomar en consideración la refracción en la superficie de separación de la cubeta K, conducen a las relaciones para los ángulos entre el eje z y las direcciones de propagación de los haces, que salen de la cubeta (véase el ejercicio 256)):

$$\operatorname{sen} \theta_{Im} = (2m + 1) \operatorname{sen} \theta_0; \ \operatorname{sen} \theta_{IIm} = (2m - 1) \operatorname{sen} \theta_0;$$
$$m = 0, \pm 1, \pm 2. \qquad (233.3)$$

Aquí los ángulos θ_{Im} y θ_{IIm} corresponden a los haces descendientes respecto a los haces iniciales I y II; $2\theta_0$, el ángulo entre los haces iniciales fuera de la cubeta. El valor de $m = 0$ corresponde a los haces iniciales ($\theta_{I0} = \theta_0$, $\theta_{II0} = -\theta_0$). De las relaciones (233.3) se desprende que el ángulo θ_{Im} coincide con el θ_{IIm+1}, es decir, las figuras de difracción que se obtienen a causa de la difracción de dos haces iniciales I y II, están desplazadas una con respecto a otra en una distancia igual a la existente entre los máximos vecinos, y se recubren. Las columnas de cifras en la fig. 41.3 ofrecen los valores de los órdenes para los haces I y II. Si el ángulo θ_0 es lo suficiente pequeño, los senos pueden sustituirse por sus argumentos, y la equidistancia de las manchas antes mencionada puede explicarse.

En caso de la polarización ortogonal de los haces, la interferencia entre ellos y la heterogeneidad periódica del medio está ausente, y los haces complementarios no pueden formarse; esto concuerda con el experimento. También se comprende el resultado negativo, al desplazarse la cubeta de la región donde existen las franjas de interferencia.

El fenómeno discutido obtuvo el nombre de *autodifracción*, ya que los haces que interfieren crean por sí mismos la red de difracción en el medio no lineal.

Una modificación interesante e importante de la autodifracción tiene lugar en los generadores ópticos cuánticos. Como se aclaró en los §§ 228 y 229, el campo electromagnético dentro del resonador tiene aspecto de ondas que se desplazan una al encuentro con la otra. Si los factores de reflexión de los espejos son próximos a la unidad, las ondas progresivas poseen amplitudes casi iguales y, por lo tanto,

forman la onda estacionaria. El cuadrado de su amplitud se describe por la función

$$A^2 = 4a^2 \cos^2 k_q z = 2a^2 (1 + \cos 2k_q z); \quad k_q = \frac{\pi}{L} q, \tag{233.4}$$

donde q es un número entero. Merced a la no linealidad el medio se hace heterogéneo, precisamente:

$$n = n_0 + 2n_2 a^2 + 2n_2 a^2 \cos 2k_q z, \tag{233.5}$$

con la particularidad de que el período de la heterogeneidad es igual a la mitad de longitud de onda $^1/_2 \lambda$. Las gráficas inferior y superior de la fig. 41.4 muestran respectivamente las funciones (233.4) y (233.5). El coeficiente de no linealidad n_2 se considera negativo, ya que el índice de refracción a causa del efecto de saturación (véase el § 224) depende de la potencia. Ahora empleemos la analogía con la reflexión de la red, siendo la incidencia deslizante. Examinemos una de las ondas progresivas que forman, por ejemplo, una onda estacionaria que se mueve a la derecha. Cada uno de los períodos de la heterogeneidad es análogo al período de la red; por cuanto el período es igual a la mitad de la longitud de onda, durante la difracción de la onda progresiva aparecerán sólo los máximos principales de los órdenes nulo y primero que corresponden a la onda que pasó directamente y la difractada con la dirección contraria de la propagación. La última se suma con otro componente que forma la onda estacionaria. Las deducciones obtenidas se desprenden desde el punto de vista formal de las relaciones (233.3) si los haces de interferencia se suponen opuestos, o sea, $2\theta_0 = \pi$; entonces el sentido físico lo tienen sólo $m = 0$ y $+1$, -1, para θ_{1m}, $\theta_{1m'}$ respectivamente.

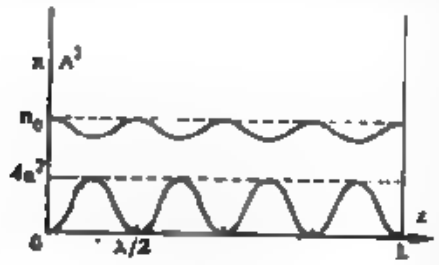


Fig. 41.4. Variación del cuadrado de amplitud del campo A^2 y índice de refracción n a lo largo del eje del láser.

De esta manera, en este caso la interferencia de dos ondas opuestas del medio no lineal no conduce a la formación de nuevas ondas, sino que sólo lleva a la redistribución de sus amplitudes.

La influencia de la heterogeneidad periódica se puede igualar a una capa fina, en cuya superficie de separación tiene lugar la reflexión de la luz, de modo análogo a la reflexión de Fresnel de una lámina plano-paralela; las ondas, reflejadas de dos capas vecinas están defasadas en 2π, ya que el grosor de la capa es igual a $^1/_2 \lambda$. Por eso todas las ondas reflejadas de todos los períodos de la heterogeneidad resultan ser sincrónicas y se suman según la amplitud. Desde el punto de vista expuesto, es natural denominar dicha reflexión como *autoreflexión*.

El enfoque, basado en la analogía con la reflexión de Fresnel, es instructivo en siguiente aspecto. Recordemos que la reflexión de la superficie de separación de dos medios surge a causa de la diferencia tanto de los índices de refracción, como los factores de absorción (amplificación). En particular, la reflexión de los metales se explica, en lo esencial, por la segunda causa. De lo dicho es fácil llegar a la conclusión de que la propia reflexión en el medio activo del láser puede ser condicionada por la modulación del índice de refracción del factor de amplificación. Como han mostrado investigaciones más detalladas, la autoreflexión desempeña un papel esencial en los generadores ópticos cuánticos.

La reflexión de la luz, que sucede a causa de la no linealidad del medio y de la variación periódica y espacial de la amplitud del campo, permite ampliar nuestro concepto acerca de los posibles procedimientos de realización de la reacción positiva en los generadores ópticos cuánticos. Hasta ahora hemos supuesto que la reacción positiva entre el campo de radiación y el medio activo, necesario para la transformación del sistema amplificador en autooscilante (véase el § 225) se efectúa mediante espejos que reflejan de nuevo las ondas al resonador. La reflexión no lineal de la luz, examinada antes, es la base física para otro procedimiento de realización de la reacción positiva, que se emplea en algunos láseres. Supongamos que la cubeta K es en sí un medio activo (véase la fig. 41.3). En dirección del eje x tiene lugar una heterogeneidad periódica del medio a cuenta de los fenómenos no lineales. Mediante los haces interferentes I y II, que crean la heterogeneidad óptica, pueden ser haces de radiación estimulada. Por lo tanto, en este caso la reflexión ocurrirá a causa de la modulación del factor de amplificación del medio activo. La radiación espontánea del medio, emitida en dirección del eje x, se reflejará en la heterogeneidad y regresará al medio activo, lo que corresponde a la reacción. Para ciertas frecuencias la reacción será positiva, y al cumplirse las condiciones de umbral, se excitará la generación de radiación en dirección del eje x.

§ 224. Propagación del grupo de ondas en un medio no lineal

A diferencia de la onda estrictamente monocromática, la propagación del impulso luminoso (o grupo de ondas) se caracteriza por dos velocidades: de fase y de grupo. El impulso luminoso, de acuerdo con el teorema de Fourier, puede representarse en forma de la superposición de los componentes monocromáticos con frecuencias que se diferencian en cierto grado. La velocidad de fase describe la propagación de la fase de uno de estos componentes, que corresponde a la frecuencia media. Mientras que la velocidad de grupo determina el desplazamiento de cualquier punto característico del perfil de la onda

por ejemplo, del punto con el valor máximo de amplitud. Las representaciones generales de las velocidades de fase y de grupo se discutieron en el § 125. Ahora estudiaremos la cuestión acerca de la propagación del grupo de ondas en un medio no absorbente, teniendo en cuenta los efectos no lineales.

El campo del impulso luminoso puede escribirse de la siguiente forma:

$$E(z, t) = A(z - ut)\cos\left[\frac{\omega_0}{v}(vt - z)\right]. \qquad (234.1)$$

El frente de onda que corresponde a cualquier valor de la fase φ, se define por la condición

$$\frac{\omega_0}{v}(vt - z) = \varphi, \qquad (234.2)$$

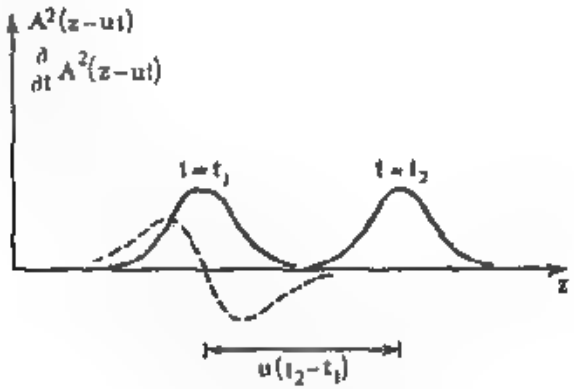


Fig. 41.5. Propagación del grupo de ondas.

es decir, éste se desplaza en el espacio con una velocidad v. De modo análogo se puede razonar sobre la amplitud A $(z - ut)$. Fijemos cualquier valor de su argumento $z - ut$, por ejemplo, 0; la amplitud en este caso tendrá un valor determinado por completo. Por eso, la relación

$$z = ut \qquad (234.3)$$

describe el desplazamiento en el espacio de la parte del perfil del impulso elegida por nosotros. No es difícil comprender que la escritura (234.1) representa el desplazamiento del impulso conservando la forma de su perfil, como se muestra en la fig. 41.5 para dos momentos de tiempo. La magnitud u, denominada velocidad de grupo, está relacionada con la de fase por la fórmula de Rayleigh (véanse (125.2) y (125.3)):

$$u = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda} = \frac{v}{1 + \frac{\omega}{n}\frac{dn}{d\omega}}; \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega n(\omega)}. \qquad (234.4)$$

Antes se subrayó reiteradas veces que la variación de la amplitud del impulso con el tiempo en cualquier punto del espacio significa obligatoriamente la finalidad de la anchura de su espectro: si el impulso se dirige al aparato espectral con el necesario poder de resolución, en el espectrograma descubrimos una radiación concentrada en cierto intervalo de frecuencias $\Delta\omega$ próxima a la frecuencia media ω_0, que entra en el argumento del coseno en la expresión (234.1). La magnitud del intervalo de frecuencias (la denominada anchura espectral del impulso) está vinculada a la duración del impulso T mediante la relación (véase el § 21).

$$\Delta\omega T \geqslant 2\pi. \tag{234.5}$$

De la deducción hecha en el § 125, se desprende que la representación del grupo de ondas o del impulso luminoso, cuyo perfil no varía con el tiempo, tiene sentido físico sólo si se cumple la condición $\Delta\omega \ll \omega_0$. Esta desigualdad con ayuda de la relación (234.5), puede adquirir el siguiente aspecto $T \gg 2\pi/\omega_0$. En otras palabras, la amplitud $A(z - ut)$ debe variar mucho más lentamente que cos $\omega_0 (t - z/v)$.

Conforme al principio de superposición que se cumple para pequeños valores de la amplitud del campo, el espectro del grupo de ondas no puede variar cuando éste se propaga en el medio. En efecto, el grupo de ondas puede representarse en forma de una superposición de componentes monocromáticos, cuyas amplitudes permanecen constantes en el tiempo y en el espacio.

Las deducciones acerca de la invariabilidad del perfil del impulso y su espectro se infringen, si la potencia de la radiación es suficientemente grande. En efecto, mencionamos la dependencia, escrita antes, del índice de refracción del medio en función de la amplitud del campo (véase (232.1)):

$$n = n_0 + n_2 A^2 (z - ut). \tag{234.6}$$

De esta manera, en aquella parte del medio donde hay el impulso potente, el índice de refracción resulta dependiente del tiempo. A la par con esto, en los ejemplos de la difusión de la luz, de la difracción en la onda ultrasonora, de la reflexión del espejo en movimiento, etc., hemos visto que la variación de las propiedades ópticas con el tiempo conduce obligatoriamente al cambio de la composición espectral de la radiación que se propaga en semejante medio *no estacionario*. En el caso de la difusión de la luz había un carácter no estacionario esencial, condicionado por el movimiento de traslación de las moléculas u oscilaciones intermoleculares, y en resumidas cuentas el espectro de la luz difusa se diferenciaba del espectro de radiación, que entraba en el medio (doblete de Mandelstám — Brillouin, dispersión Raman, véanse los §§ 160, 162). Está claro que el aspecto concreto de la modificación del espectro es determinado por la ley

de modulación de las propiedades del medio, pero la propia variación del espectro se provoca sólo por su carácter no estacionario.

Las peculiaridades principales del espectro del impulso que pasó el medio no lineal, se puede aclarar, analizando su fase

$$\left.\begin{aligned}\varphi(t,\ z) &= \omega_0 t - \frac{\omega_0}{c} zn = \omega_0\left(t - \frac{z}{c} n_0\right) - \Delta\varphi(t,\ z),\\ \Delta\varphi(t,\ z) &= \frac{\omega_0}{c} zn_2 A^2(z - u_0 t).\end{aligned}\right\} \qquad (234.7)$$

Suponiendo $n_2 A^2 \ll 1$ (véase el § 232), para los campos débiles, en el argumento de la amplitud se puede tomar para la velocidad de grupo su valor u_0. Conforme a (234.7), la dependencia de la fase respecto al tiempo se condiciona no sólo por el término $\omega_0 t$, sino también por el cuadrado de la amplitud del campo. Lo mismo que en otras cuestiones, relacionadas con el análisis de las oscilaciones, la adición de $\Delta\varphi$ a la fase será esencial si en la longitud l en dirección de la propagación en el medio, ella alcanzará o superará el valor del orden 2π, o sea, si

$$l \geqslant l_f = \lambda / n_2 A_0^2, \qquad (234.8)$$

donde A_0 es el valor máximo de la amplitud y por analogía con la longitud del autoenfoque, se introduce la designación l_f para la longitud, en la cual la parte no lineal de la fase se hace igual a 2π. Si, por ejemplo, $\Delta n = n_2 A_0^2 = 10^{-5}$, para $\lambda = 0{,}7 \cdot 10^{-4}$ cm (láser a rubí) $l_f = 7$ cm. En caso del sulfuro de carbono ($n_2 = 2 \cdot 10^{-11}$ CGS) los valores indicados se alcanzan a luminosidades de 10^9 w/cm^2.

La magnitud

$$\frac{\partial\varphi(t,\ z)}{\partial t} = \omega_0 - \frac{\omega_0}{c} zn_2 \frac{\partial}{\partial t}\left[A^2(z - u_0 t)\right] = \omega(t) \qquad (234.9)$$

tiene sentido de valor instantáneo de la frecuencia media del impulso. Si con ayuda del dispositivo espectral se registra el espectro del impulso que pasó por un medio no lineal, su posición en el espectrograma variará con el tiempo en una magnitud igual al segundo término en la relación (234.9). Sea que $A^2(z - u_0 t)$ es una función simétrica con respecto al punto donde adquiere el valor máximo; entonces su derivada será antisimétrica (en la fig. 41.5 la derivada $\partial A^2/\partial t$ se representa mediante una curva de trazos), y el espectro experimenta un ensanchamiento hacia los lados de ondas cortas y largas en la misma medida. En caso contrario, el espectro del impulso adquiere un aspecto antisimétrico.

Para la estimación del valor numérico del ensanchamiento no lineal del espectro $\Delta\omega_{nl}$, según el orden de la magnitud, puede sustituirse la derivada $\partial\varphi/\partial t$ por la relación a la duración del impulso T.

$$\Delta\omega_{nl} \approx \frac{\Delta\varphi}{T} \approx \Delta\omega \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = 2\pi \frac{l}{\lambda} \frac{n_2 A_0^2}{T}, \qquad (234.10)$$

con la particularidad de que hemos empleado la relación (234.5) e introducido la anchura del espectro $\Delta\omega$ del impulso hasta su entrada al medio no lineal. De acuerdo con (234.10), el ensanchamiento no lineal $\Delta\omega_{nl}$ supera en gran medida la anchura inicial $\Delta\omega$, si $\Delta\varphi \gg 2\pi$.

Hasta ahora no se ha tomado en consideración la limitación de las dimensiones transversales de los haces reales, y con eso se supuso que en los grosores del medio que nos interesaban $l > l_f$, aún no se manifiestan ni la difracción, ni el autoenfoque. Si el autoenfoque y la difracción se compensan estrictamente, la distribución transversal de la amplitud del impulso no varía a medida de su propagación en el medio, es decir, las deducciones hechas antes se refieren precisamente a este caso. Si el valor de la potencia supera al del umbral, que se ofrece mediante la relación (232.4), la sección transversal del haz disminuye merced al autoenfoque, y el ensanchamiento del espectro transcurrirá de un modo más complicado. Cualitativamente resulta evidente que el aumento de la amplitud del campo que acompaña el autoenfoque, provocará un mayor ensanchamiento del espectro. Sin embargo, hay que tener en cuenta que para la enorme concentración de energía, que tiene lugar en caso de un autoenfoque muy desarrollado, transcurre con eficacia otra serie de procesos no lineales: la dispersión forzada de Mandelshtám — Brillouin, la dispersión Raman forzada, etc.

§ 235. Fundamentos de la teoría de la dispersión no lineal

Analizando el autoenfoque, la autodifracción, el ensanchamiento del espectro del impulso, utilizábamos la expresión para el índice de refracción

$$n = n_0 + n_2 A^2, \tag{235.1}$$

sin concretizar las causas microscópicas de su dependencia respecto a la amplitud de las oscilaciones luminosas, es decir, examinando el coeficiente de no linealidad n_2 a título de la característica fenomenológica del medio. Este enfoque es aceptable y es análogo a la descripción del medio en la óptica lineal por el índice de refracción n_0. Sin embargo, la interpretación de los datos empíricos acerca de n_2 y n_0 desde el punto de vista molecular, es muy exitosa e interesante, ya que precisamente una interpretación de este tipo permite obtener nociones acerca de la estructura de los átomos, moléculas, sobre su interacción en unos u otros estados de agregación de la sustancia, etc.

Conforme a la teoría cuántica de la dispersión (véase el § 156) los índices de refracción y amortiguamiento n y $\varkappa$ pueden representar-

se en la forma

$$\left.\begin{aligned} n^2(1-\varkappa^2) &= 1 - 4\pi\sum (N_i - N_j)\,\alpha_{ij}(\omega);\\ n^2\varkappa &= \sum (N_i - N_j)\,\chi_{ij}(\omega). \end{aligned}\right\} \qquad (235.2)$$

Aquí N_i y N_j son las poblaciones de los niveles energéticos i, j; las magnitudes $\alpha_{ij}(\omega)$ y $\chi_{ij}(\omega)$ determinan la aportación en $n^2(1-\varkappa^2)$ y $n^2\varkappa$ de los niveles i, j para la diferencia unitaria de las poblaciones $N_i - N_j$, y la sumación se realiza por todos los pares de los niveles. De la estructura de las relaciones (235.2), deducidas suponiendo pequeños valores de intensidad del campo, es fácil ver dos tipos de causas posibles, que determinan la aparición de la adición de $n_2 A^2$ al índice de refracción, a saber, el influjo del campo sobre la diferencia de las poblaciones $N_i - N_j$ y sobre las propiedades de cada átomo (es decir, sobre $\alpha_{ij}(\omega)$ y $\chi_{ij}(\omega)$).

En los §§ 157 y 224 hemos conocido la causa del primer tipo: la variación de la diferencia de las poblaciones de los niveles, condicionados por la absorción, emisión obligada y duración finita de los estados excitados. Si las variaciones de las poblaciones son relativamente pequeñas, de la relación (224.3) se ve que

$$N_i - N_j \sim 1 - u/u_0$$

y (235.2) se convierte en (235.1) (ya que $u \sim A^2$). Por regla general, la causa dada es esencial si la frecuencia de la radiación es próxima a la frecuencias de las bandas de absorción.

Otra causa de la variación de la concentración de las partículas está ligada a la electrostricción. Del curso de la teoría de la electricidad se sabe que sobre un dieléctrico, ubicado en un campo eléctrico E, actúa una presión multilateral cuyo valor se da mediante la relación *)

$$p = \frac{1}{8\pi}\rho\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}E^2,$$

$$E^2 = A^2\cos^2(\omega t + \varphi) = {}^1/_2 A^2\,[1 + \cos 2(\omega t + \varphi)],$$

donde ε y ρ son, respectivamente, la constante dieléctrica y la densidad del medio. A consecuencias de la acción de la presión de estricción varía la densidad y, por lo tanto, el índice de refracción del medio en un valor de $\Delta n = -\rho\partial n/\partial\rho$. Omitiendo en E^2 el término que oscila con la frecuencia luminosa, hallamos

$$n_2 = \frac{1}{8\pi}n_0\rho\,\frac{\partial\rho}{\partial p}\left(\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\rho}\right)^2. \qquad (235.3)$$

Los valores de n_2, calculados por esta fórmula para ciertos líquidos se indican en la primera columna de la tabla.

*) Véase, por ejemplo, *I. E. Tamm*, Fundamentos de la teoría de la electricidad, «Nauka», 1976 (en ruso).

Además de la estricción, la densidad puede variar a causa del calentamiento del medio, provocado por la absorción de la radiación. Esta causa conduce también a la dependencia del índice de difracción respecto la intensidad de la luz.

La polarizabilidad $\alpha_{ij}(\omega)$ que entra en la expresión para el índice de refracción (235.2), representa en sí una magnitud promedio por todas las posibles orientaciones de las moléculas. Si las moléculas son anisotropas, pero en ausencia del campo externo diferentes orientaciones de ellas son equiprobables, el medio, en su conjunto, es isotropo (gas, líquido) y para pequeños valores de la intensidad de la luz no alterará esta isotropía. Pero en caso de una potencia grande de radiación, el campo eléctrico de la onda efectua una acción de orientación sobre las moléculas anisótropas, el medio resulta ser birrefringente y en los índices de refracción para las ondas ordinaria y extraordinaria aparecen adiciones, proporcionales en una primera aproximación al cuadrado de la amplitud del campo. Dicho fenómeno, al igual que el efecto Kerr se describió en detalles en el § 152. Aquí nos limitamos a la interpretación de los valores calculados de los coeficientes de no linealidad n_2 correspondientes (véase la segunda columna de la tabla).

Hay que tener en cuenta que las causas enunciadas que condicionan la dependencia del índice de refracción en función de la radiación, poseen diverso grado de remanencia. Por ejemplo, en caso del mecanismo de estricción de la no linealidad, el campo luminoso prefija la propia fuerza que actúa sobre el medio, y para que surja la heterogeneidad, o sea, el desplazamiento de las partículas es necesario un determinado tiempo. Por lo tanto, en un medio condensado, la estricción provoca una compactación a causa de la propagación de la onda elástica, y el tiempo durante el cual se establece la distribución estacionaria de la densidad, según el orden de la magnitud, se define mediante la relación del radio a de la sección transversal del haz a la velocidad del sonido v_s. Si se toma $a \sim 0{,}25$ mm, $v_s \approx 1{,}5$ km/s, entonces resultará $a/v_s \sim 10^{-7}$ s. La remanencia del mecanismo orientado (de Kerr) de la no linealidad se determina con el tiempo de rotación de la molécula, que por su orden de magnitud es igual a 10^{-12} s (véase los §§ 152, 161). De este modo, en caso de impulsos cortos del láser (con duración no menor de 10^{-7} s) el papel fundamental lo desempeñará el mecanismo de Kerr. En caso de impulsos de gran duración (más de 10^{-7} s), es fácil comprender el papel relativo de los mecanismos de estricción y de Kerr comparando las dos columnas de la tabla.

Las causas de la variación del índice de refracción enunciadas arriba están relacionadas con la acción del campo de la onda luminosa sobre la concentración y orientación de las moléculas, o sea, sobre sus grados exteriores de libertad. Examinemos ahora la influencia del campo sobre la polarizabilidad de la molécula. Al aclarar esta

Tabla. Valor del coeficiente de no linealidad n_2 para algunos productos

Sustancia	$n_2 \cdot 10^{11}$ CGS	
	estricción	orientación
Sulfuro de carbono CS_2	0,44	0,76
Nitrobenceno $C_6H_5NO_2$	0,16	0,80
Benceno C_6H_6	0,23	0,13
Tetracloruro de carbono CCl_4	0,21	0,046
Hexano C_6H_{14}	0,18	0,010
Etanol C_2H_5OH	0,11	0,005

cuestión, partiremos de un modelo clásico simple, que se discutió en detalle en el § 156. Conforme a este modelo, la polarización del medio se determina mediante el desplazamiento x de los electrones de sus posiciones de equilibrio, con la particularidad de que

$$m\ddot{x} = eE(t) + F_0 \qquad (235.4)$$

donde $E(t)$ es la intensidad del campo eléctrico de la onda; F_0, la fuerza que retorna el electrón a la posición de equilibrio (fuerza de retención). Para pequeños valores de la intensidad de la luz y, por lo tanto, pequeñas amplitudes de las oscilaciones del electrón alrededor de su posición de equilibrio, se puede considerar que F_0, en una primera aproximación, tiene un carácter de fuerza casielástica, o sea,

$$F_0 = -bx$$

Esta aproximación, que se empleó en el § 156, resulta insuficiente, si se trata de grandes amplitudes de oscilaciones, que surgen en el caso que nos interesa, de potente radiación. En efecto, el carácter casielástico de la fuerza de retorno significa que la energía potencial del electrón depende de un modo parabólico de su desplazamiento de la posición de equilibrio

$$U(x) = \tfrac{1}{2} bx^2, \qquad (235.5)$$

con la particularidad de que esta ley debe cumplirse para cualesquiera valores de x. De aquí se deduciría que es imposible arrancar un electrón de la molécula, mientras que la experiencia nos convence del valor finito de la energía de ionización de las moléculas y átomos. Por eso para valores suficientemente grandes de desplazamientos de x respecto a la posición de equilibrio, deben existir inobservancias de la ley (235.5).

Ya que nos interesan las potencias de la radiación que no infringen la integridad de la molécula, las correcciones a la energía potencial

(235.5) pueden considerarse relativamente pequeñas. Habla en favor de esto el hecho de que para observar el autoenfoque y otros fenómenos, descritos en los §§ 232—234, es suficiente que $\Delta n = n_2 A^2 \sim 10^{-5}$, y la relación de las partes lineal y no lineal del desplazamiento del electrón tenga una magnitud del mismo orden. Por consiguiente, la relación (235.5) puede considerarse como una primera aproximación, y para analizar fenómenos ópticos no lineales es necesario complementarla con sumandos con potencias más elevadas del desplazamiento de x:

$$U(x) = {}^1/_2\, bx^2 - {}^1/_3\, m\beta x^3 - {}^1/_4\, m\gamma x^4 - \ldots$$

Por cuanto $F = -\partial U/\partial x$, la ecuación del movimiento del electrón puede escribirse de la forma

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - \beta x^2 - \gamma x^3 - \ldots = \frac{e}{m} E(t); \quad \omega_0^2 = b/m. \tag{235.6}$$

Los coeficientes $\beta, \gamma, \ldots$ no se van a concretizar, ya que sus valores, al igual que los de ω_0, se determinan por la estructura interior de la molécula y pueden calcularse sólo en el marco de la teoría cuántica *).

El sistema oscilante en el cual la fuerza de retención se diferencia de la casielástica, se denomina *anharmonismo*. Por eso se dice que los efectos, condicionados por los términos βx^2, γx^3, ... en la ecuación (235 6) están relacionados con el *anharmonismo* de los electrones de la molécula.

Por cuantas los términos anharmónicos βx^2, γx^3, ... tienen el carácter de pequeñas correcciones, la ecuación (235.6) se puede resolver con el método de aproximaciones sucesivas: primero esta ecuación se resuelve sin los términos anharmónicos, y la expresión para $x = x_0(t)$, obtenida con este procedimiento, se sustituye en βx^2, γx^3, ..., después de lo cual se busca la resolución de la ecuación

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E(t) + \beta x_0^2(t) + \gamma x_0^3(t) + \ldots$$

En caso de un campo monocromático $E(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$ los cálculos mencionados conducen al siguiente resultado (véase el ejercicio 257):

$$x = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2} A\cos(\omega t + \varphi) + {}^1/_2\beta\left(\frac{e}{m}\right)^2\left(\frac{A}{\omega_0^2-\omega^2}\right)^2\left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2(\omega t+\varphi)}{\omega_0^2-(2\omega)^2}\right] + {}^3/_4\gamma\left(\frac{e}{m}\frac{A}{\omega_0^2-\omega^2}\right)^3\left[\frac{\cos(\omega t+\varphi)}{\omega_0^2-\omega^2} + {}^1/_3\frac{\cos 3(\omega t+\varphi)}{\omega_0^2-3(\omega)^2}\right] + \ldots \tag{235.7}$$

*) A diferencia del § 150, aquí no se toman en consideración las fuerzas de freno, ya que en sentido cualitativo, ellas no cambian las conclusiones que se deducen de (235.6).

Señalemos que, ante todo, las oscilaciones forzadas del electrón se describen mediante un conjunto de funciones armónicas con frecuencias $j\omega$ ($j = 0, 1, 2, 3, \ldots$), múltiplo de la frecuencia de la fuerza impulsante, es decir, a la frecuencia del campo. Los fenómenos ópticos que se determinan por los armónicos múltiplos en el desplazamiento del electrón, se examinarán en los siguientes parágrafos. Aquí debemos de prestar atención a la variación de la polarizabilidad de la molécula con relación a las oscilaciones con frecuencia ω. De la expresión (235.7) puede verse que esta polarizabilidad es igual a

$$\left.\begin{aligned} &\alpha = \alpha_0 - \alpha_2 A^2, \quad \alpha_0 = \frac{e^2 n_0}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ &\alpha_2 = {}^3/_4 \alpha_0 \gamma \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \end{aligned}\right\} \tag{235.8}$$

Así, pues, a causa del anharmonismo cúbico (el término γx^3 en la ecuación (235.6)), el campo luminoso ejerce influencia sobre la polarizabilidad de la molécula, con la particularidad de que su variación es proporcional al cuadrado de la amplitud (o intensidad) de la onda luminosa, lo que condiciona la aportación complementaria en la magnitud $n_2 A^2$.

Los valores de la parte electrónica del coeficiente de la no linealidad n_2 se diferencian mucho en distintos medios. Por ejemplo, en los líquidos el papel principal lo desempeñan los mecanismos de estricción y de Kerr de la no linealidad, y la parte electrónica es relativamente pequeña. En los sólidos el anharmonismo puede ser considerable, particularmente en caso de impulsos cortos del láser, cuando el mecanismo de estricción no se manifiesta a causa de la inercia.

Así, el campo luminoso potente influye tanto sobre los grados de libertad exteriores como interiores de las moléculas, cambiando el carácter de los movimientos correspondientes y determinando la dependencia entre el índice de refracción y la intensidad. En general, el campo electromagnético influye también sobre la interacción intramolecular. La última circunstancia es muy importante sobre todo para los metales, cristales iónicos, semiconductores, donde la interacción entre las partículas del medio es muy grande y desempeña un papel decisivo con respecto a muchas propiedades del cuerpo no sólo ópticas no lineales.

§ 236. Generación de los armónicos múltiplos, sumarios y de diferencias

Los fenómenos de refracción y reflexión de la luz desde el punto de vista molecular se consideran como el resultado de la interferencia de las ondas incidente y secundarias, emitidas por las moléculas del medio gracias a las oscilaciones forzadas de las cargas, inducidas por

la onda incidente (§ 135). En la óptica lineal las oscilaciones forzadas realizan con la frecuencia del campo exterior, a causa de lo cual las ondas incidente, reflejada y refractada tienen una misma frecuencia. Si se toma en consideración el anharmonismo de las oscilaciones de las cargas en las moléculas del medio, entonces, como se aclaró en el § 235, el momento dipolar inducido por el campo tiene sumandos que corresponden a las oscilaciones con frecuencias múltiplos de la frecuencia de la onda que incide sobre el medio. Por eso las moléculas del medio emiten ondas también con frecuencias múltiplos, y el medio no lineal en total, crea una radiación con frecuencias 2ω, 3ω, etc. Este fenómeno obtuvo el nombre de *generación de armónicos múltiplos de la luz.*

La generación de los armónicos múltiplos por primera vez se observó en 1961 (Francken y colaboradores), al propagarse la radiación

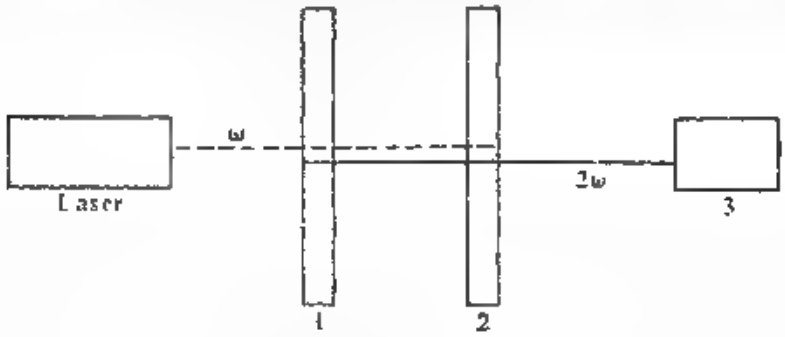


Fig. 41.6. Esquema del experimento de la generación del segundo armónico de la radiación de láser.

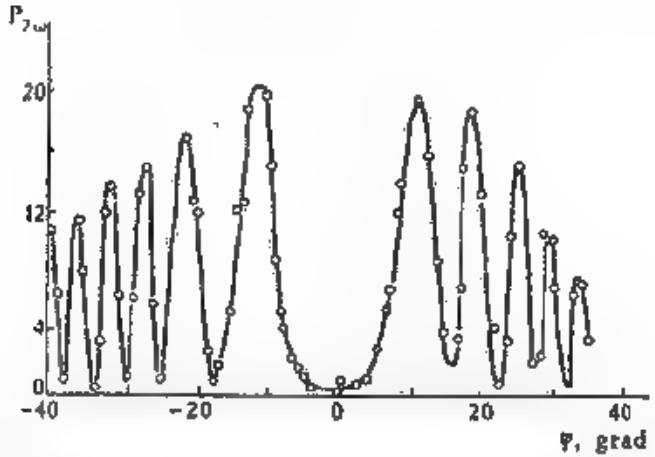


Fig. 41.7. Dependencia entre la potencia $P_{2\omega}$ (unidades arbitrarias) del segundo armónico de la radiación del láser a rubí y el ángulo de incidencia sobre una placa de cuarzo cristalino.

del láser a rubí en el cuarzo cristalino, dihidrofosfato de potasio y triglicinsulfato. El esquema del experimento mostrado en la fig. 41.6, en principio es muy simple. Sobre una capa planoparalela *1* incide un haz colimado o convergente de la radiación de láser. De la lámina sale la radiación del segundo armónico, que en la fig. 41.6 se muestra mediante una línea continua. Esta radiación se separa de la inicial por medio de los filtros *2* o dispositivos espectrales y se registra por un receptor adecuado de radiación *3* (película fotográfica, fotomultiplicador). Es de gran efecto el experimento con el empleo del generador cuántico de la radiación infraroja, por ejemplo, láser a vidrio de neodimio ($\lambda = 1{,}06$ μm). En este caso de la placa *1* sale un haz de luz verde brillante ($^1/_2\,\lambda = 0{,}53$ μm).

Las mediciones muestran que la intensidad del segundo armónico depende fuertemente del ángulo de incidencia del haz de láser sobre la

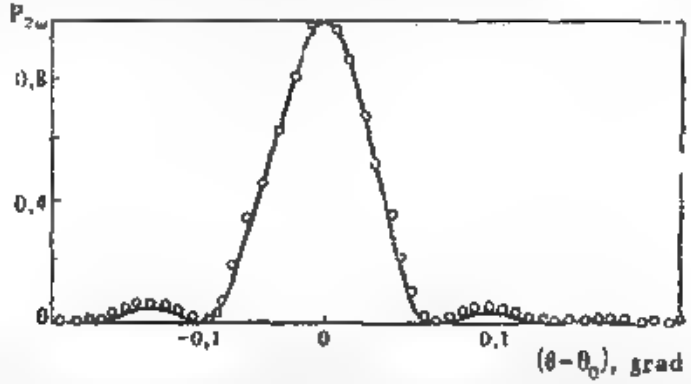


Fig. 41.8. Dependencia de la potencia $P_{2\omega}$ del segundo armónico de la radiación de láser a mezcla de helio y neón en función de la inclinación del cristal KDP ($\theta_0 = 41°,6$).

placa. En la fig. 41.7 se muestran con puntos los valores medidos de la potencia $P_{2\omega}$ del segundo armónico de la radiación del láser a rubí ($\lambda = 0{,}6943$ μm, $^1/_2\,\lambda = 0{,}3472$ μm), al emplear en calidad de medio no lineal una placa de cuarzo cristalino (de 0,75 mm de grosor). En el eje de abscisas se traza el ángulo de incidencia φ. Las bruscas oscilaciones de la intensidad de la radiación con longitud de onda $^1/_2\,\lambda = 0{,}3472$ μm testimonian sobre el papel esencial de los fenómenos de interferencia.

Para los medios no lineales anisótropos resulta ser muy importante la orientación de los ejes ópticos respecto a las caras de la placa, el ángulo de incidencia del haz inicial y el estado de polarización de este último. En la fig. 41.8 se muestra la gráfica de la potencia del segundo armónico de la radiación del láser a mezcla de helio y neón ($\lambda = 1{,}15$ μm) empleando a título de medio no lineal, una placa de cristal uniáxico de dihidrofosfato de potasio (KDP). De argumento

sirve el ángulo entre el vector de onda de la onda inicial y el eje óptico del cristal. El valor máximo de la potencia del segundo armónico se logra en caso de que el ángulo θ entre el vector de onda de la onda inicial refractada y el eje óptico del cristal es igual a $\theta_0 = 41{,}5°$. Resulta que la dependencia entre $P_{2\omega}$ y el ángulo $\theta - \theta_0 = \Delta\theta$ se aproxima con la función $[\operatorname{sen}(C\Delta\theta)/(C\Delta\theta)]^2$, donde C es el coeficiente constante (curva continua en la fig. 41.8). A diferencia de la fig. 41.7, en este caso la potencia disminuye bruscamente en un intervalo relativamente pequeño de ángulos del orden de (0°,05).

Las peculiaridades señaladas de la generación del segundo armónico hallan una explicación simple basada en la representación acerca de la adición de ondas emitidas por los dipolos que se inducen mediante la onda refractada de la radiación inicial. Adoptamos como eje Oz la dirección de la propagación de la onda refractada con frecuencia ω (fig. 41.9). Para los dipolos, situados en el plazo z', las oscilaciones con doble frecuencia 2ω se describen, conforme a la relación (235.7), mediante la función *)

$$A^2 \cos 2[\omega t + \varphi(z')] = A^2 \cos 2\omega \left[t - \frac{n(\omega)}{c} z' \right],$$

$$\varphi(z') = -\frac{2\pi}{\lambda} n(\omega) z', \qquad (236.1)$$

donde A es la amplitud de la onda inicial, $n(\omega)$ es el índice de refracción para la frecuencia ω. El dipolo que oscila según la ley (236.1), emite la onda secundaria con frecuencia 2ω, la fase de la onda secundaria en cualquier punto z dentro de la placa se diferencia de la fase de la oscilación (235.1) en una magnitud que corresponde a la diferencia de recorridos $z - z'$:

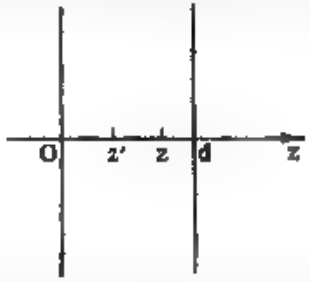


Fig. 41.9. Para el cálculo de la interferencia de las ondas secundarias durante la generación del segundo armónico.

$$2\omega \left[t - \frac{n(\omega)}{c} z' \right] - 2\omega n(2\omega)(z - z')/c =$$

$$= 2\omega \left\{ t - \frac{n(2\omega)}{c} z + [n(2\omega) - n(\omega)] \frac{z'}{c} \right\}, \qquad (236.2)$$

donde $n(2\omega)$ es el índice de refracción para la frecuencia 2ω. El campo total con frecuencia 2ω en el punto z es una suma de ondas secundarias, emitidas por el conjunto de dipolos que se sitúan entre

*) La fase $\varphi(z')$ no se debe confundir con el ángulo de incidencia φ en la fi. 41.7.

la cara de entrada de la placa y el plano z. Si los índices de refracción para las frecuencias ω y 2ω son iguales, o sea,

$$\Delta n = n(2\omega) - n(\omega) = 0, \tag{236.3}$$

entonces la fase (236.2) no depende de la posición del dipolo, todas las ondas secundarias son cofásicas y la amplitud del campo del segundo armónico es proporcional a la distancia z de la cara de entrada, y la intensidad, al cuadrado de z. La igualdad (236.3), denominada condición de *coincidencia espacial de cofases* *) corresponde, por lo visto, a la intensidad máxima del segundo armónico que se genera en dicho medio no lineal para la potencia prefijada de la radiación inicial.

El índice de refracción depende, sin embargo, de la frecuencia, y al pasar de ω a 2 ω, las variaciones de n pueden ser considerables. En el caso general $\Delta n \neq 0$, y la amplitud de la onda con frecuencia duplicada se da por la expresión

$$\left.\begin{aligned} &E_{2\omega} = gA^2 \int_0^z \cos\left\{2\omega\left[t - n(2\omega)\frac{z}{c}\right] - 2\omega\Delta n\frac{z'}{c}\right\} dz' = \\ &= A_{2\omega}\cos 2\omega\left\{t - [n(2\omega) + n(\omega)]\frac{z}{2c}\right\}; \\ &A_{2\omega} = gA^2 z\frac{\operatorname{sen} w}{w}; \quad w = \frac{2\pi}{\lambda} z\Delta n = \frac{\Delta k z}{2}; \\ &\Delta k = k(2\omega) - 2k(\omega), \end{aligned}\right\} \tag{236.4}$$

donde g es el coeficiente de proporcionalidad. La amplitud del segundo armónico $A_{2\omega}$ contiene un factor de interferencia estándard w^{-1} sea w, que refleja la extinción parcial o total de las ondas secundarias emitidas por diferentes puntos del medio. El valor de w es en sí la diferencia de fases entre las ondas secundarias emitidas o por las secciones de la placa, separadas entre sí por una distancia $^1/_2$ z. Si $w = \pi$, las ondas de la primera mitad de la place de grosor z son apagadas por completo por las ondas de su segunda mitad, y la amplitud del segundo armónico es nula. La extinción total de las odas secundarias transcurre también cuando w es múltiplo a π.

En la fig. 41.10 se muestra la gráfica de la dependencia de $|A_{2\omega}|$ en función de la coordenada z. Para $z > d$, la amplitud del campo se define por su valor en la superficie de separación de la placa $z = d$. Los valores máximos de la amplitud $A_{2\omega}$ se logran cuando

$$z_m = l_{coh}(1 + 2m); \; l_{coh} = \lambda/4\Delta n; \; m = 0, 1, 2, \ldots \tag{236.5}$$

*). La condición (236.3) también se denomina *condición de sincronismo ondulatorio* o condición del *sincronismo espacial*.

y son iguales a

$$|A_{2\omega}|_{máx} = gA^2 \frac{\lambda}{2\pi\Delta n}. \qquad (236.6)$$

El grosor de la capa l_{coh}, para la cual la diferencia de fases $w = {}^3/_2\,\pi$, se denomina *longitud de coherencia*. Conforme a (236.6), la amplitud máxima posible del segundo armónico para $z = l_{coh}$ tiene el mismo valor que para el cumplimiento de la condición de la coincidencia de fases espacial y el grosor de la placa, igual a $\lambda/(2\pi\Delta n) = 2l_{coh}/\pi$.

Los valores de los índices de refracción Δn varían en cierto grado para distintos materiales y cambian con la frecuencia. Por ejemplo, para el cuarzo cristalino $\Delta n = 0{,}025$ para $\lambda = 0{,}6943$ µm, y aumenta en la parte de ondas cortas del espectro. Si tomamos $\Delta n = 0{,}025$,

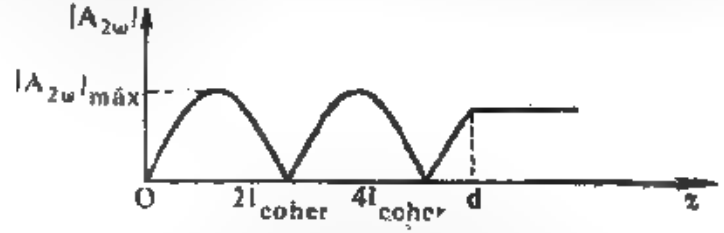


Fig. 41.10. *Dependencia entre el módulo de la amplitud del segundo armónico ($|A_{2\omega}|$) y la distancia z.*

$l_{coh} = 10\lambda \approx 0{,}69 \cdot 10^{-3}$ mm, o sea que el grosor «efectivo» resulta ser extremadamente pequeño, del orden de ciertas longitudes de ondas de la radiación inicial.

En el caso de incidencia oblicua sobre una placa no lineal, las relaciones (236.4) conservan su vigor, pero al grosor de la placa d en la expresión para la diferencia de fases w es necesario sustituirlo por la longitud del camino $d/\cos\psi$, que recorre la onda en dirección de su propagación (ψ es el ángulo de refracción de la onda inicial). Basándose en lo expuesto es fácil explicar las oscilaciones de la potencia del segundo armónico, que se muestra en la fig. 41.7: la variación del ángulo de incidencia φ conduce al cambio del ángulo de refracción, lo que a su vez varía la diferencia de fase w. La distancia entre dos mínimos vecinos corresponde a la variación de w en un valor π; con ayuda de la gráfica de la fig. 41.7 se puede calcular la diferencia Δn, que resulta igual a $\Delta n = 0{,}025$, lo que concuerda perfectamente con los valores conocidos de la dispersión del índice de refracción.

A pesar de la dispersión del índice de refracción, se puede lograr el cumplimiento de la condición de la coincidencia de fases espacial, si se emplean en calidad de medio no lineal cristales anisótropos. La

onda plana con la dirección prefijada del vector de onda se descompone en un medio anisótropo en dos ondas, polarizadas de modo ortogonal y que se propagan en general con diferentes velocidades de fase. Cada onda primaria, linealmente polarizada induce en el medio un conjunto de dipolos con la distribución de fase espacial característica para dicha onda. Las ondas secundarias emitidas por estos dipolos, a su vez, se descomponen en ondas polarizadas de modo ortogonal con distintas velocidades de fase y se logra elegir el material de la placa y la dirección de la propagación de la onda primaria de modo que para las ondas secundarias con una de las polarizaciones se cumpla la condición de la coincidencia especial de fases.

Sea, por ejemplo, que tratamos con un cristal uniáxico negativo (véase el cap. XXVI), o sea, el índice de refracción de la onda ordinaria n_o es mayor que el de la onda extraordinaria n_e, con la particularidad de que la diferencia entre n_o y n_e es mayor que la variación de n_e al duplicarse la frecuencia, es decir, $n_e(\omega) > n_e(2\omega)$. Para esta condición pueden ser coherentes las ondas extraordinarias secundarias, excitadas por la onda ordinaria primaria. En efecto, puesto que el índice de refracción aumenta con el crecimiento de la frecuencia, tenemos una desigualdad

$$n_o(2\omega) > n_e(\omega) > n_e(2\omega).$$

Se sabe (véase el cap. 26) que durante la variación de la dirección de la propagación, el índice de refracción de la onda extraordinaria varía dentro de los límites desde $n_e(2\omega)$ (perpendicular al eje óptico) hasta $n_o(2\omega)$ (a lo largo del eje óptico). Por lo tanto para cierta dirección intermedia se cumplirá la igualdad entre los índices de refracción de la onda ordinaria primaria y la onda secundaria extraordinaria. Para la dirección señalada se cumple la condición de coincidencia de fases especial y se denominan *dirección de la coincidencia de fase* (o de *sincronismo*). Conforme a lo dicho anteriormente la amplitud del segundo armónico adquiere el valor máximo en esta dirección.

Para el cristal KDP y $\lambda = 1{,}15$ μm, la dirección de la coincidencia de fases forma con el eje óptico del cristal un ángulo θ_0, igual, según el cálculo, a 41°35′, lo que coincide con los resultados de las observaciones (véase la fig. 41.8). La desviación de la dirección de la coincidencia de fases debe reducir la intensidad del segundo armónico conforme al factor $(w^{-1} \operatorname{sen} w)^2$, con la particularidad de que el sentido físico de la magnitud w como de costumbre corresponde a la diferencia de fases entre ondas, emitidas por las capas que se hallan a una distancia de la mitad de grosor de la placa. Puesto que esta diferencia de fase en la primera aproximación, depende linealmente de $\Delta\theta = \theta - \theta_0$, la relación (236.4) explica la marcha de la gráfica, mostrada en la fig. 41.8.

Conforme a la relación (236.4) la amplitud $A_{2\omega}$ con doble frecuencia es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda A y, por

lo tanto, la potencia de radiación $P_{2\omega}$ con la frecuencia 2ω es proporcional al cuadrado de la potencia P del haz inicial. Las mediciones especiales mostraron que la regularidad señalada se realiza sólo en el caso en que $P_{2\omega}$ constituye una parte pequeña de P. Esta posición es natural, ya que la energía del segundo armónico se coge de la onda primaria y la potencia de la última disminuye a medida que se profundiza en el medio. La teoría de esta cuestión conduce a la conclusión de que en condiciones ideales (el haz inicial es estrictamente paralelo, se cumple con precisión la condición de coincidencia espacial de fases) prácticamente toda la potencia de la radiación incidente puede transformarse en un haz de doble frecuencia. Sin embargo, debido a ciertas causas (heterogeneidad del cristal, su calentamiento, la divergencia finita del haz, etc.) esto no se puede lograr y experimentalmente se obtiene la relación $P_{2\omega}/P$ de un orden de varios por cientos.

Hasta ahora se trató sólo del segundo armónico. De modo análogo tiene lugar la generación del tercer armónico: la radiación primaria con una frecuencia ω crea en un medio no lineal un conjunto de dipolos, que oscilan y emiten ondas secundarias con la frecuencia 3ω. La potencia del tercer armónico es proporcional al cubo de la potencia de la luz incidente y al factor

$$d^2\left[\frac{\operatorname{sen} w'}{w'}\right]^2; \quad w' = \frac{2\pi}{\lambda} d\,[n(3\omega) - n(\omega)] = {}^1/_2\,[k(3\omega) - 3k(\omega)],$$

que describe la interferencia de las ondas secundarias. La dispersión del índice de refracción $n(3\omega) - n(\omega)$ en el intervalo de frecuencias ω, 3ω es aun mayor que en caso del segundo armónico $(\omega, 2\omega)$, lo que dificulta la generación del tercer armónico en medios isótropos y acota la elección de los cristales, para los cuales se puede realizar la condición de la coincidencia espacial de fases. La dificultad principal del ensayo está relacionada con el pequeño valor de la polarizabilidad en la frecuencia triple. Esta circunstancia exige el empleo de una iluminación muy intensa, lo que conduce muchas veces a la destrucción de los materiales. A pesar de las dificultades enunciadas, la generación del tercer armónico, cumpliendo la condición de sincronismo, se observa en el espato de Islandia ($CaCO_3$) que posee una birrefringencia considerable ($n_e = n_o = 0{,}172$ para la raya D de sodio), así como en algunos cristales anisótropos (LiF, NaCl) y en los líquidos. La generación del tercer armónico se observó también en los gases.

Semejantes fenómenos no lineales surgen también al propagarse a través de un medio no lineal, una radiación no monocromática. En estas condiciones, además de los armónicos múltiples, se genera una radiación cuyo espectro contiene las sumas y diferencias de las frecuencias del haz luminoso inicial. Para aclarar las causas de los fenómenos mencionados, nos referiremos a la ecuación de movi-

miento (235.6) de un oscilador anharmónico, y supondremos que la luz incidente se compone de dos ondas monocromáticas planas con frecuencias ω_1, ω_2, vectores de onda k_1, k_2 y amplitudes A_1, A_2. Si se toma en consideración sólo el anharmonismo cuadrático (es decir, el término βx^2 en (235.6)), el momento dipolar que se induce en este caso tiene componentes proporcionales a las expresiones (véase el ejercicio 257).

$$A_1A_2 \cos [(\omega_1 + \omega_2)\, t - (k_1 + k_2)r\,];$$
$$A_1A_2 \cos [(\omega_1 - \omega_2)\, t - (k_1 - k_2)\, r] \qquad (236.7)$$

En otras palabras, en el medio se crea un conjunto de dipolos que oscilan con frecuencias $\omega_1 + \omega_2$ y que tienen una fase constante en los planos perpendiculares a los vectores $k_1 \pm k_2$. En las direcciones $k_1 + k_2$, $k_1 - k_2$ el medio debe generar por lo tanto una radiación con frecuencias $\omega_1 + \omega_2$, $\omega_1 - \omega_2$, respectivamente. Señalemos que la velocidad v de la variación espacial de la fase de los dipolos, por ejemplo, con la frecuencia $\omega_1 + \omega_2$, es igual a

$$v = (\omega_1 + \omega_2)/|\, k_1 + k_2\,| = (\omega_1 + \omega_2)/\sqrt{k_1^2 + k_2^2 + 2k_1k_2\cos\theta}$$

depende del ángulo θ formado por los vectores k_1 y k_2, creciendo con el aumento de θ. Por eso la condición de sincronismo para la generación del armónico sumario no se cumple, incluso si se realiza para los armónicos múltiplos. Si con el empleo de cristales se logra el sincronismo para $k_1 + k_2$, entonces para $2k_1$ y $2k_2$ la coincidencia de fases estará ausente. Subrayemos que la no coincidencia de las condiciones del sincronismo para diversos procesos resulta ser algo típico, y esto permite amplificar un proceso u otro y optimir todos los demás.

En un medio con anharmonismo cúbico (el término γx^3 en la ecuación (235.6)) las dos ondas señaladas crean componentes de los momentos dipolares de tipo (véase el ejercicio 257)

$$A_1^2A_2 \cos [(2\omega_1 \pm \omega_2)\, t - (2k_1 \pm k_2)\, r];$$
$$A_1A_2^2 \cos [(2\omega_2 + \omega_1)\, t - (2k_2 \pm k_1)\, r], \qquad (236.8)$$

y ocurrirá la generación de radiación con frecuencias $2\omega_1 \pm \omega_2$, $2\omega_2 + \omega_1$, que se propaga en las direcciones $2k_1 + k_2$, $2k_1 \pm k_2$, respectivamente. La coincidencia de fases de las ondas secundarias que interfieren, es más fácil obtener para los armónicos $2\omega_1 - \omega_2$, $2\omega_2 - \omega_1$. Si las frecuencias ω_1, ω_2 se diferencian poco, las frecuencias diferenciales $2\omega_1 - \omega_2$, $2\omega_2 - \omega_1$ serán próximas a ω_2, ω_1 y las correspondientes longitudes coherentes serán considerables incluso en medios isótropos. Sea, por ejemplo, que ω_1 corresponde al láser a rubí (14 400 cm^{-1}) y la radiación con frecuencia ω_2 se obtiene a causa de la dispersión Raman estimulada en el benceno, con la particularidad de que ω_2 se diferencia de ω_1 en 990 cm^{-1}. Si dirigimos ahora las dos ondas a una cubeta que contiene un líquido, surge

una radiación en la frecuencia 15 390 cm^{-1} (la longitud de onda es de 0,65 μm). En este caso la longitud de la coherencia

$$l_{coh} = \pi/k\,(2\omega_1 - \omega_2) \quad 2k_1 + k_2]^{-1}$$

es aproximadamente igual a 0,7 mm (a título de medio no lineal también se emplea el benceno).

Los fenómenos de la generación de los armónicos múltiplos sumarios y de diferencias hallaron numerosos empleos científico-técnicos. El valor de estos fenómenos para la técnica del láser está condicionado por el hecho de que la duplicación de la frecuencia de la radiación del láser o mezclados de las radiaciones de dos láseres en un medio no lineal permite obtener un flujo potente de luz coherente en una región del espectro, distinta de la inicial. Por ejemplo, la duplicación de la frecuencia de los láseres en colorantes que se generan en la zona visible del espectro (véase el § 231), asegura la radiación coherente con un reajuste suave de la frecuencia en la zona ultravioleta. Un interés peculiar representa la mezcla de la radiación infrarroja con la luz de los láseres potentes (a rubí o a neodimio). Todo consiste en que los receptores de la radiación infrarroja ceden bastante según la sensibilidad y remanencia a los receptores que se usan en las zonas visible y ultravioleta. En la zona infrarroja casi no está elaborada la fotografía. La mezcla de la radiación, por ejemplo, con $\lambda = 4\mu m$ y y 0,694 μm (láser a rubí) da una luz amarilla con una longitud de onda de 0,591 μm, que se puede registrar de modo visual y fotográficamente, así como también mediante fotomultiplicadores. Así se logra registrar incluso una radiación térmica débil.

§ 237. Reflexión de las ondas en la óptica no lineal

Durante la incidencia de la radiación intensa sobre la superficie de separación de dos medios en la luz refleja da se observan ondas no sólo con la frecuencia de la radiación incidente, sino que con frecuencias múltiplos, sumarias y de diferencia. Trataremos el caso de incidencia de una onda monocromática plana con una frecuencia ω. El experimento muestra que las direcciones de la propagación de las ondas reflejadas con frecuencias ω y 2ω se diferencian, aunque poco, entre sí con la particularidad de que esta diferencia depende de la dispersión del índice de refracción del medio, en el cual se propaga la onda incidente. La intensidad del segundo armónico en la luz reflejada es de unos órdenes inferior a la onda refractada y, prácticamente no depende del grado de realización de la condición de coincidencia de fases espacial. Lo mismo que en el caso de reflexión de Fresnel, las amplitudes de las ondas reflejadas con frecuencia 2ω dependen del ángulo de incidencia y orientación del vector del campo eléctrico respecto al plano de incidencia. Se observa también la analogía del fenómeno de Brewster: para cierto ángulo de incidencia para el haz

con polarización paralela al plano de incidencia, el factor de reflexión es nulo

El mismo hecho de la existencia de la onda con doble frecuencia fuera de un medio no lineal se explica con facilidad mediante consideraciones que se utilizaron ya antes: el conjunto de dipolos que se inducen por la onda primaria emite ondas cuya «suma» tiene un valor finito tanto en el medio no lineal, como fuera de éste. Consideraciones análogas se utilizan en la teoría molecular y para la explicación de la reflexión habitual (véase el cap. 23).

De lo dicho es fácil comprender el pequeño valor de la intensidad del segundo armónico en la luz reflejada. Las ondas secundarias, emitidas en dirección contraria a la de la onda primaria (caso de incidencia normal) tienen máxima discordancia de fases, y el grosor eficaz de la capa que crea la onda reflejada, es igual, según el orden de la magnitud, a $^1/_4\lambda/|n(2\omega) + n(\omega)|$, en lugar de $^1/_4\lambda/|n(2\omega) - n(\omega)|$ para la onda transmisible. Por eso para la relación de las intensidades de las ondas reflejada y refractada del segundo armónico tenemos

$$\left[\frac{n(2\omega)-n(\omega)}{n(2\omega)+n(\omega)}\right]^2 \sim 10^{-4} \ldots 10^{-5},$$

lo que coincide con los datos experimentales. Las consideraciones expresadas explican cualitativamente, por lo visto, la independencia de la intensidad de la luz reflejada con frecuencia 2ω respecto al grado de sincronismo de las ondas refractadas secundarias.

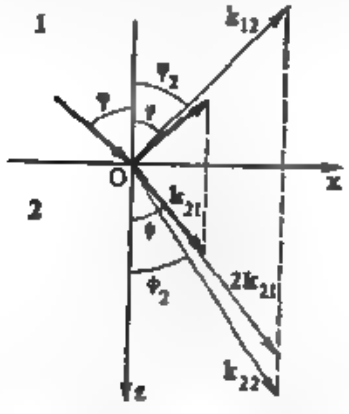


Fig. 41.11. Reflexión y refracción de las ondas en la superficie de separación de los medios lineal (1) y no lineal (2)

Las demás propiedades mencionadas antes del segundo armónico en la luz reflejada exigen un análisis más detallado. Su descripción cualitativa se basa en una teoría semejante a la expuesta en el cap. 23 para la reflexión de Fresnel en la óptica lineal. Conforme al método general que se describe en ese capítulo, las propiedades de las ondas reflejadas y refractadas se establecen mediante condiciones de frontera que se reducen a la exigencia de la continuidad de los componentes tangenciales de la intensidad de los campos eléctrico y magnético. Las mismas intensidades se escriben como superposiciones de las ondas que satisfacen las ecuaciones de Maxwell.

Supongamos que de un medio lineal, designado en lo sucesivo por 1, sobre la superficie de separación con el medio no lineal 2 incide una onda plana monocromática (frecuencia ω), que da origen

a las ondas corrientes reflejada y refractada. Los vectores de ondas de estas ondas se ilustran con flechas gruesas en la fig. 41.11, de la cual queda en claro el sistema de coordenadas elegido. Las flechas finas corresponden a los vectores de onda de las ondas con frecuencia 2ω, el sentido de ellas se explicará más adelante.

En el medio *1* el campo con frecuencia 2ω es representado por la onda reflejada (más abajo se emplea la escritura compleja de los campos)

$$A' \exp\{-i[2\omega t - k_{12}r]\}\ k_{12}^2 = \left[\frac{2\omega}{c} n_{12}\right]^2. \tag{237.1}$$

En el medio 2 buscaremos el campo en forma de superposición de dos ondas

$$\left.\begin{aligned} &A^d \exp\{-i(2\omega t - k_{22}r)\} + B \exp\{-i(2\omega t - 2k_{21}r)\};\\ &k_{22}^2 = \left[\frac{2\omega}{c} n_{22}\right]^2; \quad k_{21}^2 = \left[\frac{\omega}{c} n_{21}\right]^2;\\ &n_{22} \equiv n_2(2\omega); \quad n_{21} \equiv n_2(\omega). \end{aligned}\right\} \tag{237.2}$$

Los primeros índices de k y n corresponden al medio *1* ó *2*, los segundos, a la multiplicidad de la frecuencia (por ejemplo, $n_{12} = n_1(2\omega)$, k_{21} es el vector de onda de la onda con frecuencia ω refractada en el medio *2*). La base de esta elección del tipo de campo consiste en lo siguiente. Las ecuaciones de Maxwell para el campo con frecuencia 2ω son en sí un sistema de ecuaciones heterogéneo, con la particularidad de que de fuente del campo sirve la parte no lineal de la polarización del medio que varía según la ley

$$\exp\{-2i(\omega t - k_{21}r)\}. \tag{237.3}$$

Conforme a la teoría de las ecuaciones lineales, la solución general del sistema heterogéneo puede interpretarse en forma de una suma de la solución general del sistema homogéneo correspondiente y una solución particular del sistema heterogéneo. El segundo término en la expresión (237.2) que depende del tiempo y las coordenadas del mismo modo que la polarización no lineal del medio y que contiene el índice de refracción n_{21} para la frecuencia ω, sirve de solución del sistema de ecuaciones heterogéneo; por eso el vector B se sabe, ya que se expresa mediante la polarización no lineal del medio y es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda refractada de la radiación inicial con frecuencia ω (véase el ejercicio 258). Sin embargo, el primer término en (237.2) es la solución del sistema homogéneo, en éste entra la amplitud A^d, por ahora incógnita y que es necesario calcular, y el índice de refracción n_{22} del medio 2 para la frecuencia 2ω. Expresiones análogas pueden escribirse también para la intensidad del campo magnético. Los vectores k_{12}, $2k_{21}$ y k_{22} se muestran en la fig. 41.11 mediante flechas finas.

El sentido de los razonamientos ulteriores consiste en el establecimiento de la relación de las magnitudes incógnitas A^r, A^d, k_{2z}, k_{1z} con las conocidas B, k_{2z} a base de las condiciones de frontera. De un modo semejante se operó en la óptica lineal (véase el cap. 23), pero de magnitudes prefijadas sirvieron la amplitud y el vector de onda de la onda incidente del medio 1. En la óptica no lineal las ondas reflejada y refractada se originan mediante la polarización no lineal, por eso la magnitud prefijada entra en la expresión del campo dentro del medio refractante.

Cualesquiera de las condiciones de frontera se reducen, por lo visto, a la anulación de algunas combinaciones lineales de las funciones exponenciales que entran en las expresiones (237.1), (237.2) y calculada en la superficie de separación $z = 0$:

$$C_1 \exp(ik_{12x}x) + C_2 \exp(ik_{22x}x) + C_3 \exp(2ik_{21x}x) = 0.$$

En virtud de la independencia lineal de las funciones exponenciales, esta igualdad se cumple idénticamente para valores arbitrarios de x, si y sólo si los índices de los tres exponentes son iguales, o sea,

$$k_{22x} = k_{12x} = 2k_{21x}; \tag{237.4}$$

en otras palabras, debe cumplirse la igualdad de los componentes tangenciales de los vectores de onda. La recta vertical a trazos en la fig. 41.11, que una los extremos de los vectores $\mathbf{K}_{22}$, $2k_{21}$, k_{12}, corta en el eje Ox una componente tangencial común. Recordemos que las relaciones análogas son válidas también para los vectores de onda de las ondas con frecuencia ω. Las igualdades (237.4) expresan las leyes geométricas de la reflexión y refracción; se las pueden escribir de nuevo con ayuda de los ángulos, mostrados en la fig. 41.11:

$$n_{22} \operatorname{sen} \psi_2 = n_{12} \operatorname{sen} \varphi_2 = n_{21} \operatorname{sen} \psi = n_{11} \operatorname{sen} \varphi. \tag{237.5}$$

La última igualdad de (237.5) es la ley de refracción para la onda con frecuencia ω, $n_{11} = n_1(\omega)$.

Si el medio 1 posee dispersión ($n_{12} \neq n_{11}$), el ángulo de reflexión φ_2 para el segundo armónico no es igual al ángulo de incidencia φ:

$$\operatorname{sen} \varphi_2 = \frac{n_{11}}{n_{12}} \operatorname{sen} \varphi \tag{237.6}$$

y en caso de dispersión normal ($n_{12} > n_{11}$), tenemos $\varphi_2 < \varphi$ como se muestra en la fig. 41.11. Así, pues, la teoría expuesta explica uno de los hechos señalados al comienzo del parágrafo. Las mediciones exactas confirman la ley de reflexión (237.6) de un modo cuantitativo. Ya que la diferencia $n_{12} - n_{11} = \Delta n_1$ es relativamente pequeña, la igualdad (237.6) se puede reescribir de modo aproximado en la forma

$$\varphi_2 - \varphi \approx -\frac{\Delta n_1}{n_{11}} \operatorname{tg} \varphi. \tag{237.7}$$

Para el aire $\Delta n_1 \sim 10^{-4}$; por eso se puede despreciar la diferencia entre φ_2 y φ. Pero si ubicamos el medio no lineal en un líquido con gran dispersión (benceno, sulfuro de carbono), $\Delta n_1 \sim 10^{-1}$ y para $\varphi = 45°$, la diferencia de $\varphi_2 - \varphi$ es varios de grados, o sea, una magnitud bastante notoria.

Los ángulos de refracción ψ y ψ_2 de las ondas primaria y secundaria también se diferencian entre sí, a causa de la dispersión del índice de refracción del medio refractante:

$$\operatorname{sen} \psi_2 = \frac{n_{21}}{n_{22}} \operatorname{sen} \psi = \frac{n_{21}}{n_{22}} \operatorname{sen} \varphi. \tag{237.8}$$

En caso de la dispersión normal ($n_{22} > n_{21}$), tenemos $\psi_2 < \psi$ con una disposición de los vectores como la mostrada en la fig. 41.11.

La no coincidencia de los vectores k_{22z} y $2k_{21}$ significa que en el medio *2* existen oscilaciones de la amplitud del campo, provocadas por la interferencia de dos ondas que se propagan en el medio *2*. Tomando en consideración las igualdades (237.4), la expresión (237.2) puede presentarse en la forma

$$[(A^d + B) \exp [{}^1/_2 i \Delta k z] - 2iB \operatorname{sen} ({}^1/_2 \Delta k z)] \times$$
$$\times \exp \{-i[2\omega t - {}^1/_2 (k_{22} + 2k_{22} + 2k_{21})\, r]\}. \tag{237.9}$$

donde de onda se introdujo la designación $\Delta k = k_{22z} - 2k_{21z}$ para la diferencia de los componentes z de los vectores de onda. Tomando en consideración la pequeñez de la magnitud $\Delta n_2 = n_{22} - n_{21}$ y expresando k_{22z}, k_{21z} por medio del ángulo ψ, hallamos

$$\Delta k = \frac{2\omega}{c} [\sqrt{n_{22}^2 - n_{21}^2 \operatorname{sen}^2 \psi} - n_{21} \cos \psi] \approx \frac{4\pi}{\lambda} \frac{\Delta n_2}{\cos \psi}. \tag{237.10}$$

La sustitución de Δk por el sen $({}^1/_2 \Delta k z)$ en la expresión (237.10), conduce al resultado obtenido en el § 236 mediante consideraciones intuitivas. Así, pues, la existencia de dos ondas en el medio *2* es equivalente a la interferencia de las ondas secundarias, emitidas (conforma a las interpretaciones expuestas en el § 236) por distintas capas del medio no lineal.

El empleo de las condiciones de frontera en su totalidad permite calcular A^r y A^d. El cálculo muestra que la amplitud de la onda reflejada del segundo armónico es aproximadamente $(n_{22} + n_{21})/(n_{22} - n_{21})$ veces menor que $|B|$, lo que corresponde a los resultados de las mediciones y consideraciones cualitativas, expuestas al comienzo del parágrafo. Además, $|B|$ es tantas veces superior a $|A^d + B|$, que en la expresión (237.9) el término con sen ${}^1/_2 \Delta k z)$ resulta ser el principal. Por lo tanto, en lo que se refiere a la onda refractada la examinación estricta, basada en la solución del problema de frontera, justifica el enfoque elemental empleado en el § 236.

Las observaciones del segundo armónico en la luz reflejada son particularmente interesantes en caso de medios intensamente absorbentes, por ejemplo, metales, ya que permiten investigar la interacción de los mismos con un campo electromagnético potente y, en condiciones cuando es difícil operar con la onda transmisible.

§ 238. Fenómenos paramétricos no lineales

En el § 236 se aclaró que dos ondas monocromáticas planas con frecuencias ω_2, ω_3, que se propagan en un medio con no linealidad cuadrática, excitan una polarización de tipo (236.7)

$$A_2 A_3 \cos [(\omega_3 - \omega_2)\, t - (k_3 - k_2)\, r], \tag{238.1}$$

que varía con una frecuencia de $\omega_3 - \omega_2$ (suponemos que $\omega_3 > \omega_2$). Dirijamos al medio otra onda más que posee precisamente esta frecuencia $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$

$$A_1 \cos (\omega_1 t - k_1 r); \qquad \omega_1 = \omega_3 - \omega_2. \tag{238.2}$$

Entonces la polarización no lineal (238.1) amplificará o debilitará el campo en una frecuencia ω_1. Por otra parte, se excitarán las componentes de la polarización no lineal del tipo

$$A_1 A_3^* \cos [(\omega_3 - \omega_1)\, t - (k_3 - k_1)\, r]; \quad A_1 A_3 \cos (\omega_1 + \omega_3)\, t - (k_1 + k_3)\, r], \tag{238.3}$$

que provocarán la amplificación o debilitamiento de las ondas con frecuencias ω_2, ω_3 respectivamente. Así, pues, la propagación en un medio no lineal de tres ondas, cuyas frecuencias están ligadas por la relación

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \tag{238.4}$$

es acompañada por un intercambio de energías entre éstas, con la particularidad de que la dirección de este intercambio se determina mediante las relaciones de las amplitudes y las diferencias de las partes espaciales de las fases. El efecto máximo surge por lo visto, al cumplirse la igualdad

$$k_1 + k_2 = k_3, \tag{238.5}$$

que asegura la conservación de la relación entre las partes espaciales de las fases en todo el volumen del medio y la acumulación espacial del efecto de intercambio de energía entre las ondas. La relación (238.5) se denomina *condición vectorial del sincronismo espacial*.

Examinemos el caso en que una de las ondas de frecuencias más alta (ω_3), tiene una amplitud bastante mayor que las otras dos. Entonces, por lo visto, la energía de la onda *3* se transmitirá a las ondas *1* y *2*, es decir, sucederá su amplificación a cuenta de la ener-

gía de la onda 3. Este fenómeno descubierto en 1965 (S. A. Ajmánov, R. V. Jojlov y colaboradores, Jerdmein, Miller), se denomina *amplificación paramétrica de la luz* *).

La condición (238.5) no se cumple en los medios isótropos con dispersión normal del índice de refracción, incluso para el caso de ondas unidirigibles. Con más razón, no se cumple para diferentes orientaciones de los vectores k_1, k_2, k_3. Lo dicho se deduce de las desigualdades $|k_3| > |k_2| + |k_1| > |k_2 + k_1|$, la primera de las cuales es fácil de demostrar (véase el ejercicio 259), y la segunda es evidente. Sin embargo, en los cristales anisótropos la condición de coincidencia de fases puede satisfacerse de modo análogo, como se aclaró respecto a la generación de los armónicos segundo y tercero (véase el § 236) si en calidad de ondas 1, 2, 3 se utilizan las ordinarias y extraordinarias. Por ejemplo, para el caso de un cristal uniáxico de dihidrofosfato de potasio (KH_2PO_4) se puede cumplir las condiciones

$$k_3^e + k_2^o = k_3^o, \quad k_3^e + k_1^o = k_2^o, \tag{238.6}$$

donde los índices o y e señalan las ondas ordinarias y extraordinarias. Para el cristal uniáxico de $LiNbO_3$ que posee una no linealidad grande, se puede satisfacer solo la primera de estas condiciones.

Señalemos que la eficacia de la amplificación paramétrica es proporcional a la amplitud de la onda excitante, tal como se desprende de las expresiones (238.1) y (238.3), en las cuales figura la primera potencia de A_3. Para una potencia de la onda 3, igual a $5 \cdot 10^4$ W cm^{-2}, los factores de amplificación para KH_2PO_4 y $LiNbO_3$ toman los valores 0,05 cm^{-1} y 0,5 cm^{-1}, respectivamente.

En los márgenes de las representaciones cuánticas el proceso de transmisión de la energía de la onda 3 a las ondas 1 y 2, se interpreta como la «desintegración» del fotón $\hbar\omega_3$ en dos fotones $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_2$, con la particularidad de que la relación (238.4) expresa el principio de conservación de la energía $\hbar\omega_3 = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$, que se cumple en cada acción elemental de desintegración.

El experimento muestra que la desintegración del fotón de una onda potente también ocurre en ausencia de las ondas 1 y 2, es decir, espontáneamente. El esquema del experimento se muestra en la fig. 41.12. El haz paralelo de la luz del láser, por ejemplo, de argón ($\lambda = 0{,}5$ μm) incide sobre un cristal de niobato de litio. La radiación que sale del mismo se observa en la pantalla EE, situada en el plano focal de la lente L de modo que a la circunferencia de radio R en el plano de la pantalla le corresponda el ángulo $\theta = \operatorname{arctg}(R/f)$ entre el eje del sistema y la dirección de la propagación de la luz que sale

*) El origen del nombre está relacionado con que el fenómeno puede considerarse como el resultado de la modulación de los parámetros ópticos del medio (índice de refracción, constante dieléctrica) con la frecuencia ω_3, a causa de la interacción no lineal con la potente onda 3.

del cristal. En ausencia del cristal en la pantalla se observa sólo un punto brillante que corresponde al enfoque del haz del láser. En presencia del cristal, resultará alumbrada una región de la pantalla en forma de círculo con dimensiones angulares de unos 10°, como se muestra esquemáticamente en la parte derecha de la fig. 41.12. El centro del círculo se ilumina con luz roja, y a medida que el ojo se aleja, la longitud de la onda se reduce y el color pasa paulatinamente a ser amarillo y verde. La medición de la variación de las longitudes de ondas a lo largo del radio del círculo muestra que la frecuencia de la luz como función del ángulo entre el eje y la dirección de la propagación coincide por completo con los valores que se dictan mediante la condición vectorial de la coincidencia de fases (del sincronismo) $\boldsymbol{k}_1^0 + \boldsymbol{k}_2^0 = \boldsymbol{k}_3^0$. Por cuanto precisamente en estas direcciones debe

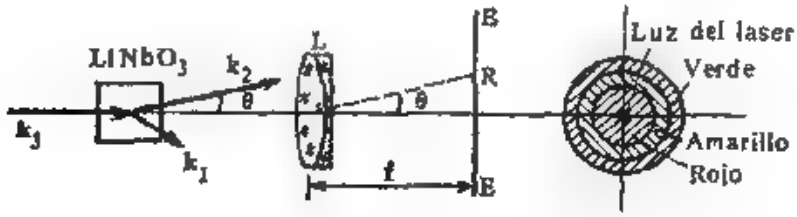


Fig. 41.12. Esquema del experimento de observación de la luminiscencia paramétrica.
La refracción en la cara del cristal no se toma en consideración.

suceder la adición cofásica de las ondas secundarias, que aparecen al desintegrarse el fotón $\hbar\omega_3$, la coincidencia indicada es una buena demostración del origen paramétrico de la luz que sale del cristal. La frecuencia de la otra onda débil se halla en la zona infrarroja del espectro y en este dispositivo, naturalmente, no se registra.

El fenómeno descrito, descubierto en 1967, se denomina *luminiscencia paramétrica o dispersión de la luz paramétrica espontánea de tres fotones.*

Dentro del marco de las representaciones cuánticas, la amplificación paramétrica es un hecho análogo estimulado de la luminiscencia paramétrica: la presencia de las ondas *1* y *2* aumenta la probabilidad de la desintegración del fotón $\hbar\omega_3$ en un grado tanto mayor, cuanto mayor sea la intensidad de estas ondas. En otras palabras, la amplificación y la luminiscencia paramétricas se encuentran en la misma relación que las emisiones espontánea y estimulada del fotón por sistemas cuánticos excitados. Es necesario subrayar que la existencia de un hecho análogo espontáneo del proceso estimulado de radiación no es específico ni mucho menos para los procesos examinados antes, pero plantea una tesis general de la teoría cuántica de radiación.

La amplificación paramétrica sirve de base física para la creación de los *generadores paramétricos de luz*. El esquema principal de este generador se muestra en la fig. 41.13. En el resonador, formado por los espejos planos M_1 y M_2, se coloca un cristal no lineal K, cortado de modo que, para las ondas que se propagan perpendicularmente a los espejos, se cumplan las condiciones vectoriales de la coincidencia de fases $\vec{k}_1^0 + \vec{k}_2^0 = \vec{k}_3^0$, o bien $\vec{k}_1^0 + \vec{k}_3^0 = \vec{k}_2^0$. Para excitar la generación paramétrica se emplea la radiación del segundo (o tercero) armónico del láser a rubí o a neodimio, que pasa en dirección del sincronismo a través del espejo M_1. Los espejos M_1 y M_2 poseen altos factores de reflexión para las ondas ω_1, ω_2, y a la vez, el espejo M_1 tiene que ser transparente para la radiación excitatriz. Siendo el nivel de excitación lo suficiente alto, la amplificación paramétrica superará las pérdidas a causa de la reflexión no completa de los espejos, de la absorción en el cristal y otras causas, y surgirá una radiación coherente con frecuencias ω_1, ω_2. Las potencias de umbral de radiación excitatriz son iguales, aproximadamente, a varios MW/cm^2.

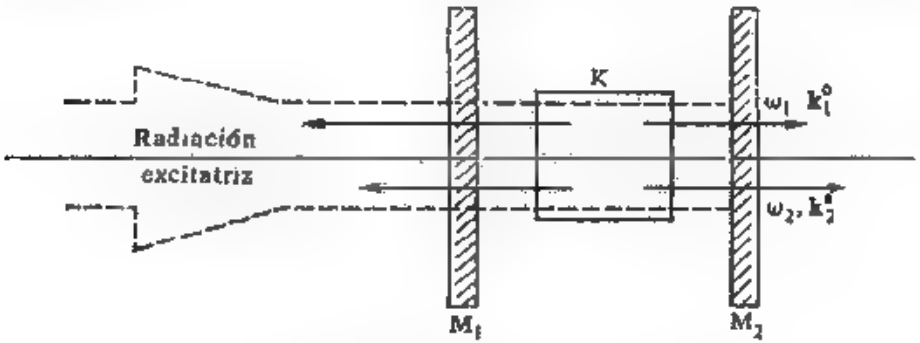


Fig. 41.13. Esquema del generador paramétrico de la luz.

La variación de la orientación del cristal (o de su temperatura, o la aplicación de un campo eléctrico constante sobre el cristal) conduce al desplazamiento de las frecuencias para las cuales se cumple la condición de sincronismo en dirección del máximo del factor Q, perpendicular a los espejos, y, a raíz de esto, las frecuencias de la radiación generada ω_1, ω_2 cambian. De esta manera, los generadores paramétricos de luz permiten obtener una radiación coherente potente con un reajuste suave de su frecuencia.

En los fenómenos paramétricos descritos arriba de luminiscencia, amplificación y generación de la luz, participaron fotones de tres frecuencias ω_1, ω_2, ω_3. Se conocen procesos aún más complicados de multifotones (de cuatro, cinco, seis fotones, etc.).

§ 239. Dispersión Raman estimulada de la luz

En el § 162 se aclaró que en el espectro de la luz difusa existen rayas que se diferencian según la frecuencia de la radiación incidente, en valores iguales a las frecuencias ω_i de las oscilaciones intermoleculares. En caso de luminosidades relativamente pequeñas, características para las fuentes de la radiación inhogerente, la intensidad de la dispersión Raman es extremadamente pequeña: el flujo de luz, disperso en 1 cm², es una 10^{-4} . . . 10^{-7} parte del flujo excitatriz incluso para las rayas más intensas ($\Delta\nu = \omega_i/2\pi c = 992\ \text{cm}^{-1}$ para el nitrobenceno). Si la excitación se realiza a iluminosidades del orden de 10^8—10^9 W/cm², lo que se puede lograr mediante potentes láseres por impulso, la parte de flujo disperso aumenta intensamente y alcanza decenas de por ciento. Semejante aumento de la intensidad no

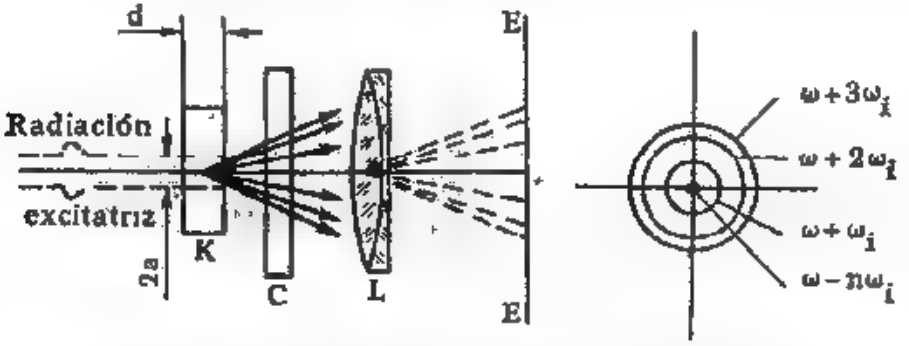


Fig. 41.14. Esquema del experimento de observación de DRE.

sucede en todas las rayas de la dispersión Raman, sino que sólo en las más intensas. Además de las rayas de primer orden con frecuencias $\omega \pm \omega_i$, aparecen también rayas de órdenes superiores (frecuencias $\omega \pm 2\omega_i$, $\omega \pm 3\omega_i$). Por último, la dispersión adquiere un carácter dirigido, claramente expresado.

El esquema del experimento se muestra en la fig. 41.14. El haz de la radiación del láser pasa a través de una sustancia que dispersa *K* y se filtra por el filtro óptico *C* de modo que en la pantalla *EE* se observa sólo una luz difusa con frecuencia variada. La distribución de la luminosidad de la pantalla se ilustra esquemáticamente en la parte derecha de la fig. 41.14. Cerca del punto axial que corresponde a la dirección del haz excitatriz, se concentra la radiación de Stokes ($\omega - n\omega_i$, $n = 1, 2, \ldots$). Los componentes antistokes ($\omega + n\omega_i$) se disponen en forma de anillos concéntricos, cuyo radio aumenta con el crecimiento del desplazamiento de la frecuencia. Los componentes antistokes se observan sólo en el sentido de paso del haz excitatriz,

mientras que los componentes Stokes se propagan también en dirección contraria.

Las peculiaridades señaladas de la dispersión Raman para altos niveles de excitación, ocurren en los líquidos y en los cristales. En el caso de los gases, la diferencia consiste solo en la distribución angular: la dispersion antistokes tiene lugar prácticamente en la dirección del haz del láser, o sea, no se observa el anillo. Es necesario subrayar que, durante una excitación potente, la dispersión Raman se acompaña, como regla, por otros fenomenos no lineales, como el autoenfoque, la dispersión estimulada de Mandelshtam — Brillouin, la deformación del espectro de los impulsos luminosos, etc. Por eso los resultados de las observaciones dependen en mucho de las condiciones experimentales (de la duración del impulso de excitación, grado y lugar de su enfoque, de la distribucion de la luminosidad en la sección del haz, etc.) y el cuadro formado anteriormente abarca sólo los rasgos principales del fenómeno.

El principal hecho experimental (el aumento de la parte de la luz difusa en varios órdenes de la magnitud) puede ser explicado si se toma en consideración la tesis general de la teoría cuántica de la radiación acerca de la existencia de un proceso análogo estimulado en cualquier proceso de radiación *). La dispersion Raman que se observa a pequeñas intensidades de excitación, representa una emisión espontánea del fotón $\hbar\omega_s$ ($\omega_s = \omega - \omega_i$) al desaparecer el fotón $\hbar\omega$ de la luz excitatriz. El flujo Φ_s de la dispersión Raman espontánea con respecto a la unidad de volumen y sumado en todas las direcciones, es proporcional a la luminosidad I de la sustancia, que se crea por la radiación excitatriz

$$\Phi_s = CI, \tag{239.1}$$

donde C es el coeficiente de proporcionalidad, que caracteriza el poder de dispersión de la sustancia y que posee una dimensión de cm^{-1}, ya que $[\Phi_s] = W/cm^2$, $[I] = W/cm^2$. Conforme a los datos experimentales para las rayas de mayor intensidad de la dispersión Raman $C \approx 10^{-6} \ldots 10^{-7}\ cm^{-1}$.

El proceso análogo estimulado de la dispersión Raman espontánea denominado *dispersión Raman estimulada*, también consiste en la desaparición del fotón $\hbar\omega$ y la emisión del foton $\hbar\omega_s$, pero la probabilidad de este proceso es proporcional a la densidad del flujo de las radiaciones excitatriz (I) y dispersa (I_s). Merced a este proceso, la radiación dispersa de frecuencia ω_s se amplifica en el medio dispersivo segun la ley exponencial, semejante a la amplificación de la luz en un medio con la población inversa de los niveles a causa de la emisión estimulada de Einstein (véase el § 223).

---

*) Esta afirmación ya se había mencionado con respecto a la luminiscencia y amplificación paramétricas (§ 230).

Como en el último caso, la dispersión Raman estimulada (DRE) puede caracterizarse mediante el factor de amplificación α_s de la luz difusa por unidad de longitud. Razonando del mismo modo que en el caso de la emisión estimulada, el factor de amplificación puede expresarse a través de la densidad espectral de la dispersión Raman espontánea de la luz. Cálculos sencillos nos llevan a la siguiente expresión (véase el ejercicio 260):

$$\alpha_s = \frac{3}{4\pi} \frac{\lambda_s^2 C I}{\Gamma \hbar \omega_s}, \qquad (239.2)$$

donde λ_s y Γ son, respectivamente, la longitud de onda y el ancho espectral de la raya de la dispersión Raman. En caso de dispersión de la radiación del láser a rubí en el benceno ($\lambda = 694$ nm, $\lambda_s = 750$ nm, $\Gamma = 0{,}25 \cdot 10^{12}$ s^{-1}, $C = 10^{-9}$ cm^{-2}, $I = 10^7$ W/cm^2) la estimación del valor del factor de amplificación nos da $\alpha_s = 20$ cm^{-1}. Esto significa que en condiciones señaladas, la dispersión Raman en la longitud $d = 1$ cm se amplifica $\exp(\alpha_s d) = \exp(20) = 10^{8,6}$ veces, es decir, por su intensidad puede compararse con la radiación excitatriz.

De esta manera, a causa de la emisión estimulada de fotones $\hbar\omega_s$, la intensidad de la radiación dispersa puede aumentar en una magnitud de muchos órdenes, lo que explica la intensidad excesivamente grande de la luz difusa.

Subrayemos que los valores de la intensidad de la radiación excitatriz, indispensables para una manifestación clara de la amplificación, se logran sólo mediante potentes generadores cuánticos. Por eso la DRE se descubrió experimentalmente sólo en 1962 (Woodbery) después de crear láseres con el factor Q modulado, aunque la posibilidad de amplificación de la radiación dispersa ya estaba clara desde el punto de vista teórico en los años 30. En cambio, no se le daba una importancia seria, ya que las intensidades requeridas de excitación parecían irreales.

Todo lo dicho acerca de la amplificación de la luz difusa se refiere al componente de Stokes. La dispersión antistokes es un proceso inverso al de Stokes, y para ella no es característica la amplificación, sino el debilitamiento de la intensidad. La causa de la aparición de una potente radiación antistokes es otra, y para comprenderla resulta conveniente partir de las representaciones clásicas acerca de la naturaleza de la dispersión Raman, expuestas en el § 162. De acuerdo con ellas, la dispersión Raman surge a causa de la modulación de la polarizabilidad de las moléculas mediante las oscilaciones de sus núcleos. Examinemos, para mayor simplicidad, el caso de una molécula biatómica y designemos por ξ la variación de la distancia entre los núcleos en comparación con su valor de equilibrio. El momento

dipolar de la molécula, inducido por el campo de la onda luminosa, se escribe de modo

$$p = (\alpha_0 + \mu\xi)E, \qquad (239.3)$$

donde α_0 es la polarizabilidad de la molécula en posición de equilibrio de sus núcleos ($\xi = 0$) y el término $\mu\xi$ refleja la influencia de los desplazamientos de los núcleos sobre el estado de la capa electrónica, sobre su capacidad de polarización. Si E es un campo monocromático con frecuencia ω, las oscilaciones de los núcleos según la ley armónica ($\xi \sim \cos \omega_i t$) conducen a la aparición de las componentes del momento dipolar, las cuales oscilan con frecuencias $\omega + \omega_i$, y esto genera una radiación con frecuencias $\omega \pm \omega_i$, o sea, la dispersión Raman.

De las leyes generales de la mecánica se sabe que la interacción de dos sistemas (en el caso dado la capa electrónica y los núcleos) siempre es recíproca, por lo tanto, la variación de los estados de los núcleos debe conducir al cambio de las oscilaciones de la capa electrónica. En efecto, la energía potencial del dipolo inducido es $U(\xi) = -\frac{1}{2}(\alpha_0 + \mu\xi)E^2$, y por parte de la capa electrónica, polarizada por el campo, actúa sobre los núcleos una fuerza $f = -\frac{\partial V}{\partial \xi} = \frac{1}{2}\mu E^2$. Por eso la ecuación de Newton que describe la oscilación de los núcleos, tiene el siguiente aspecto

$$\ddot{\xi} + \Gamma\dot{\xi} + \omega_i^2\xi = \frac{\mu}{2m}E^2, \qquad (239.4)$$

donde m es la masa reducida de los núcleos, y la magnitud Γ, que caracteriza el amortiguamiento de las oscilaciones, es igual al ancho espectral de la raya de la dispersión Raman. Así, pues, la capa electrónica de la molécula no sólo sufre una modulación a causa de las oscilaciones de los núcleos, sino que ella misma, estando polarizada por el campo de la onda luminosa, influye sobre los núcleos, provocando un aumento de la amplitud de sus oscilaciones.

El campo E en un medio dispersivo se puede escribir así:

$$E = A\cos(\omega t + \varphi) + A_s\cos(\omega_s t + \varphi_s), \qquad (239.5)$$

donde el primer miembro describe la radiación excitatriz y el segundo, la radiación dispersa. La fuerza excitatriz en la ecuación (239.4) es proporcional a E^2 y contiene el componente que varía con una frecuencia $\omega - \omega_s = \omega_i$ (de resonancia respecto a las oscilaciones de los núcleos y, por eso, desempeña el papel principal). Es fácil calcular las oscilaciones forzadas de los núcleos, determinadas por la parte de resonancia de la fuerza (véase el ejercicio 261):

$$\xi = \xi_0 \operatorname{sen}[\omega_i t + \varphi - \varphi_s], \quad \xi_0 = \frac{\mu A A_s}{2m\Gamma\omega_i}. \qquad (239.6)$$

De esta expresión se desprende que la amplitud de las oscilaciones ξ_0 es proporcional a AA_s, o sea, los campos de la radiación excitatriz y la dispersión de Stokes conducen al bombeo de resonancia de los núcleos de la molécula. Las oscilaciones inducidas de los núcleos a su vez, conducen a una modulación aún mayor de la polarizabilidad de la molécula, a la amplificación de la radiación de Stokes y al surgimiento de nuevos componentes espectrales en los momentos dipolares. En efecto, introduciendo ξ de (239.6) en la expresión (239.3), hallamos

$$p = (\alpha_0 + \mu\xi)E = \alpha_0^2 E + p_s + p_\omega + p_{a.s} + p_{s.s}, \qquad (239.7)$$

donde se tienen las designaciones

$p_s = {}^1/_2\ \mu\xi_0 A \operatorname{sen}(\omega_s t + \varphi_s)$;

$p_\omega = {}^1/_2\ \mu\xi_0 A_s \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$;

$p_{a.s} = {}^1/_2\ \mu\xi_0 A \operatorname{sen}[(2\omega - \omega_s)t + 2\varphi - \varphi_s]$;

$p_{s.s} = -{}^1/_2\ \mu\xi_0 A_s \operatorname{sen}[(2\omega_s - \omega)t + 2\varphi_s - \varphi)]$.

Cada uno de los cinco componentes del momento dipolar p tiene un sentido física muy sencillo. El término $\alpha_0 F$ corresponde a la polarización «lineal» del medio que se determina por la inducción $D = (1 + 4\pi N\alpha_0)$. El componente p_s que oscila con frecuencia ω_s, describe la amplificación de la radiación de Stokes: el trabajo del campo $E_s = A_s \cos(\omega_s t + \varphi_s)$ en unidad de tiempo es $W_s = p_s E_s$, y durante el período de oscilaciones $2\pi/\omega_s$ su valor medio es igual a

$$\overline{W}_s = -\frac{\mu^2 A^2 A_s^2}{8m\Gamma\hbar\omega_l}\hbar\omega_s.$$

El valor negativo de la magnitud $\overline{W}_s$ significa, por lo visto, el aumento de la energía del campo E_s, o su amplificación, con la particularidad de que $\overline{W}_s$ es proporcional a A_s^2 y A^2. Así, pues, dentro de los límites de la teoría clásica, el término p_s describe la dispersión Raman estimulada, que se discutió antes en el lenguaje cuántico.

El trabajo del campo de la onda excitatriz se define por el término p_ω y resulta ser igual a

$$\overline{W}_\omega = \frac{\mu^2 A^2 A_s^2}{8m\Gamma\hbar\omega_l}\hbar\omega.$$

Por lo tanto, la radiación excitatriz realiza un trabajo positivo que se consume parcialmente en la amplificación de la dispersión de Stokes. La parte restante del trabajo, igual a $\overline{W} + \overline{W}_s \sim \hbar(\omega - \omega_s) = \hbar\omega_l$, se consume para la excitación de la molécula, o sea, en la transición de la molécula al estado oscilante excitado.

La peculiaridad de las componentes del momento dipolar p_{ω_2} y $p_{\omega_2'}$ consiste en que las frecuencias de sus oscilaciones

$$2\omega - \omega = \omega_2 + \omega_1 = \omega_{\omega_2},$$

$$2\omega_2 - \omega = \omega_2 - \omega_1 = \omega_{\omega_2'}$$

se diferencian de las frecuencias del campo expresado por (239.5) ω_{ω_2} y $\omega_{\omega_2'}$ son en esencia las frecuencias de la dispersión antistokes y Stokes de segundo orden. Por consiguiente: a las excitatriz y la dispersión de Stokes (que sufrió una enorme amplificación); induciendo las oscilaciones de los núcleos, forman en el medio un conjunto de dipolos que deben emitir ondas con frecuencias ω_{ω_2}, $\omega_{\omega_2'}$. Con esto se explica la enorme potencia de las componentes de la luz difusa, la primera de antistokes y la segunda de Stokes.

Además de la indicada, existe también otra causa de aparición del segundo componente de Stokes: la primera componente de Stokes alcanza de por sí una potencia grande y comienza a desempeñar el papel de radiación excitatriz experimentando dispersión con una frecuencia reducida en ω_1, es decir, con la frecuencia $\omega_2 - \omega_1 = \omega - 2\omega_1 = \omega_{\omega_2'}$. Este proceso de dispersión en cascada es muy importante porque va acompañado de una amplificación, análoga a la de la primera componente de Stokes.

Se comprende con facilidad que las oscilaciones forzadas de los núcleos, modulando la radiación de la segunda componente de Stokes y de la primera de antistokes, originan la tercera componente de Stokes y la segunda de antistokes, etc. El proceso del aumento de número de componentes espectrales de la luz difusa se limita a causa del carácter finito de la reserva de la fuente energética, o sea, del haz de láser inicial.

La direccividad de la dispersión de antistokes (véase la fig. 41.14) se explica por las relaciones de fase entre las ondas, emitidas por los dipolos p_{ω_2} situados en distintos puntos del medio dispersivo, es decir, es en sí un efecto de interferencia, semejante a los efectos examinados en los ejemplos de la radiación del láser (véase el § 222), la generación de los armónicos (véase el § 236) y la luminiscencia y amplificación paramétricas (véase el § 238). Como cualquier efecto de interferencia, el resultado de la adición de las ondas antistokes secundarias depende de las condiciones geométricas del experimento. Aceptemos que la amplificación en el grosor d de la capa dispersiva es grande ($\alpha_2 d \gg 1$, esto es necesario para observar la DRE). Supongamos, además, que el radio del haz estimulador es menor que el radio de la zona de Fresnel con número igual a $\alpha_2 d$, o sea, $a^2 < \lambda d \alpha_2 d$. En las condiciones señaladas, el análisis de la fase $2\varphi - \varphi$, del dipolo p_{ω_2} muestra (véase el ejercicio 262) que las ondas antistokes secundarias son coherentes para las direcciones de la radiación, que for-

man con el vector de onda de la onda excitatriz un ángulo igual a

$$\vartheta = \sqrt{2(k_s + k_{as} - 2k)/k_{as}}.$$

Gracias a la dispersión del índice de refracción, el ángulo ϑ no es nulo, y las componentes de antistokes de la dispersión alcanzan la intensidad máxima a lo largo de la generatriz de un cono con el ángulo 2ϑ en el vértice. En medios condensados el ángulo ϑ es de varios grados (para el benceno $\vartheta = 2{,}0°$, para el nitrobenceno $\vartheta = 3{,}0°$, empleando el láser a rubí). En los medios gaseoso, el índice de refracción se diferencia poco de la unidad, la dispersión es ínfima y la dirección del sincronismo para la dispersión de antistokes, de acuerdo con el experimento, prácticamente coincide con la dirección de la propagación de la luz excitatriz.

En resumen, los principales resultados de la observación de la dispersión Raman estimulada, enunciados al comienzo del presente parágrafo, se explican mediante las representaciones sobre la amplificación de la dispersión de Stokes y sobre la interferencia de las ondas antistokes secundarias que surgen a casa del «bombeo» de los núcleos de las moléculas bajo la acción de la radiación excitatriz y la primera radiación de Stokes.

EJERCICIOS

169. Calcular el valor de la aberración, provocada por el movimiento de la Tierra *durante 24 horas* para los lugares, cuya latitud φ es igual a 0°, 45° y 90°. Es o no posible observar los fenómenos, si la definición del ángulo puede efectuarse con una precisión de hasta 0″, 05 siendo establecida la posición de la estrella.

Respuesta: $\operatorname{tg} \alpha = v/c$, donde $v = 2\pi R \cos \varphi / T$; $R = 6400$ km es el radio de la Tierra, $T = 24$ horas, el período de rotación de la Tierra

170. Calcular el valor del ángulo de aberración si la dirección hacia la estrella forma un ángulo ψ con la dirección del movimiento de la Tierra.

Respuesta: $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{v}{c} \dfrac{\operatorname{sen} \psi}{1 + (v/c) \cos \psi} \approx \dfrac{v \operatorname{sen} \psi}{c}$, puesto que $v/c \ll 1$.

171. Deducir las fórmulas para determinar las velocidades de la luz según los métodos de interrupciones y del espejo giratorio, señalando qué datos del experimento son indispensables para emplear cada uno de los métodos.

172. En uno de los experimentos de Fizeau la distancia entre la rueda y el espejo era 10 km, la rueda tenía 720 dientes y las velocidades angulares formaban 326, 457, 588 y 719 rad/s respectivamente para las cuatro desapariciones sucesivas. Calcular la velocidad de la luz.

173. Deducir la fórmula de Rayleigh de forma analítica, partiendo de la consideración del impulso como superposición de dos ondas monocromáticas, de longitud parecida e igual amplitud

$$f_1 = a \cos (\omega_1 t - k_1 x), \quad {}^1/_2 (\omega_1 + \omega_2) = \omega,$$

$$f_2 = a \cos (\omega_2 t - k_2 x), \quad {}^1/_2 (k_1 + k_2) = k.$$

Indicación. La velocidad de fase puede determinarse como la velocidad del observador que va con una fase invariable, es decir, aplicando la condición de constancia de fase ($v = \omega/k$); la velocidad de grupo es la velocidad del observador que va con amplitud invariable, o sea, se determina de la condición de constancia de la amplitud ($u = d\omega/dk$).

174. Calcular la velocidad de grupo para distintas leyes de dispersión:

1. $v = k$ (const) (medio sin dispersión, por ejemplo, las ondas sonoras en el aire);

2. $v = k\lambda$;

3. $v = k\sqrt{\lambda}$ (ondas, originadas en la superficie del agua bajo el efecto de la fuerza de gravedad);

4. $v = k/\sqrt{\lambda}$ (ondas capilares en la superficie del agua);

5. $V = k/\lambda$ (ondas formadas al doblar una lámina flexible).

175. La medición de la dispersión para el sulfuro de carbono nos da

para $\lambda = 589{,}0$ nm $n = 1{,}629$;
para $\lambda = 527{,}0$ nm $n = 1{,}642$;
para $\lambda = 656{,}0$ nm $n = 1{,}620$.

Hallar la relación entre las velocidades de fase y de grupo.

176. Demostrar que la tangente en el punto A con abscisa λ_0 a la curva $v = f(\lambda)$ (v es la velocidad de fase) corta en el eje de las ordenadas un segmento, igual a la velocidad de grupo para $\lambda = \lambda_0$ (método gráfico de Ehrenfest (fig. 40).

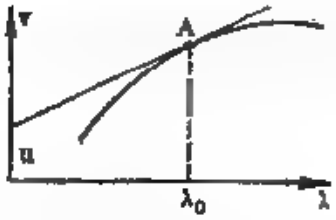


Fig. 41

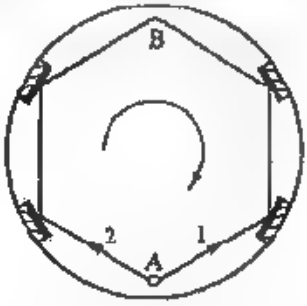


Fig. 42

177. ¿Con qué velocidad debe ir un automóvil para que el chófer confunda la luz roja del semáforo con la verde (chiste sobre Wood)?

178. ¿Es posible observar el efecto Doppler si el foco emite un espectro continuo?

179. a) ¿Es posible observar el efecto Doppler en los rayos positivos si se tiene un espectroscopio con un prisma de flint-glass pesado (C-18) de una longitud de base de 5 cm? La velocidad de las partículas positivas $v = 5 \cdot 10^7$ cm/s?

b) ¿Qué rejilla hay que tener para observar el efecto Doppler en rayos positivos de dicha velocidad?

180. Mostrar que de (132.1) se deducen las fórmulas de transformación para el sistema K:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad y = y'; \quad z = z; \quad t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

181. *Experimento de Sagnac.* El foco de luz A y el dispositivo observador B se encuentran en un disco que puede girar (fig. 41). La luz de A, propagándose en dos direcciones 1 y 2 y encontrándose con B, forma una figura de interferencia. Si se hace girar el disco con una velocidad angular ω, surgirá una diferencia de fase adicional y las franjas de interferencia se desplazan.

a) Deducir la fórmula que permita definir el desplazamiento de las franjas de interferencia; b) calcular un dispositivo que asegure el desplazamiento en 1/4 de la franja; c) ¿cuáles deben ser las dimensiones-límites (2S) del foco A en el experimento descrito?

Respuesta: a) La diferencia de recorridos surgida es $\Delta = 2R2\pi n\tau$, donde R es el radio de la órbita luminosa; n, el número de rotaciones por segundo del disco; $\tau = nR/c$, el tiempo de propagación de la luz de A a B

Así, pues, $\Delta = \frac{4\pi n}{c} R^2 = \frac{4\pi nF}{c}$, donde $F = \pi R^2$ es el área que recorre la luz.

b) $\Delta = {}^1/_4\lambda$; $nF = \frac{c\lambda}{16\pi} = 3$ m²/s para $\lambda = 500{,}0$ nm, es decir, para la velocidad de 1 revolución por segundo, el disco debe ser de unos 2 m de diámetro; para la velocidad de 10 r.p.s., de 60 cm.

c) $2S < 0{,}15$ μm.

182. *Experimento de Michelson—Hel.* Michelson realizó el experimento de Sanlak, empleando la Tierra en calidad de disco giratorio. Para eliminar la

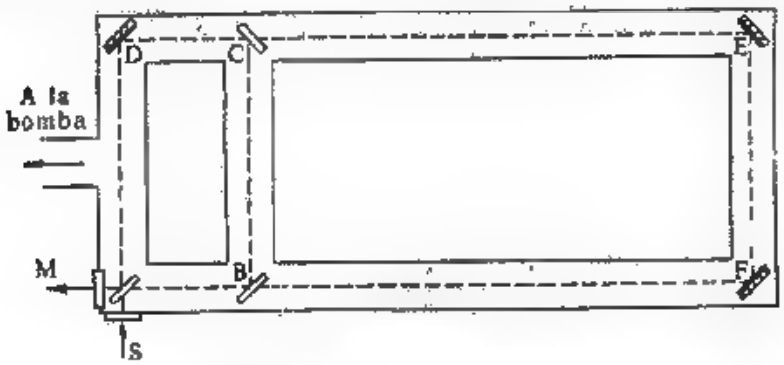


Fig. 43

dependencia de las oscilaciones de la temperatura del índice de refracción (fig. 42) la luz se propagaba por un cuadrado de tubos evacuados, situado bajo tierra.

a) Calcular el tamaño del perímetro de los tubos, suponiendo que el contorno es cuadrado y tomando en consideración que el experimento se efectuaba en una latitud de 40°.

b) ¿De qué modo se puede obviar la dificultad relacionada con la imposibilidad de variar la velocidad de la rotación de la Tierra?

Respuesta. b) Empleando el rodeo por el pequeño contorno y por el grande.

183. Definir la intensidad del campo magnético de la onda luminosa, prescindiendo de la absorción en la atmósfera (por ejemplo, en la superficie de separación de la atmósfera terrestre, donde la constante solar es igual a 2 cal, la constante solar determina la cantidad de energía en 1 cm²/min).

Respuesta: $H_0 = 0{,}024$ Oersted.

184. ¿Cuál es la amplitud de la intensidad del campo magnético de la onda luminosa en el lugar de la imagen del Sol con ayuda del objetivo de una cámara fotográfica soviética «FED» (con un orificio relativo $D : F = 1 : 2$)? (El diámetro angular del Sol $\approx 1/100$ rad; menospreciar la absorción en la atmósfera).

Respuesta: $H_0 = 0{,}024 \cdot 50 = 1{,}20$ Oersted.

185. Deducir las fórmulas de Fresnel para el vector del campo magnético e investigar la cuestión sobre la relación de fases de las ondas incidente, reflejada y refractada, en dependencia del índice de refracción y ángulo de incidencia.

186. Calcular r para el ángulo de Brewster.

Respuesta: $r = \dfrac{n^2-1}{n^2+1}$.

187. Deducir la expresión para el grado de polarización de la luz transmitida, al incidir bajo el ángulo de Brewster.

Respuesta: $\Delta = \dfrac{4n^2}{4n^2+(1+n^2)^2} \dfrac{(1+n^2)^2}{}$.

Calcular el grado de polarización, cuando la luz atraviesa el agua bajo el ángulo de Brewster

188. El ángulo entre el plano de oscilación de la luz polarizada y el plano de incidencia se denomina *azimut* de la oscilación.

Sea que sobre un dieléctrico incide, bajo el ángulo φ, una luz planopolarizada con azimut α, de modo que $E_{\perp}/E_{\parallel} = \operatorname{tg}\alpha$. Durante la reflexión y refracción de la luz, tendrá lugar la rotación del plano de polarización

Explicar el fenómeno y calcular, empleando las fórmulas de Fresnel, el azimut de la onda refractada β y el de la onda reflejada α'.

Respuesta:

$$\operatorname{tg}\alpha' = \frac{\cos(\varphi-\psi)}{\cos(\varphi+\psi)}\operatorname{tg}\alpha; \quad \operatorname{tg}\beta = \cos(\varphi-\psi)\operatorname{tg}\alpha.$$

189. Determinar el grado de polarización de la luz, al pasar ésta bajo el ángulo de Brewster a través de una pila de cinco láminas de vidrio con índice de refracción $n = 1{,}5$.

190. Mostrar, con ayuda de las fórmulas de Fresnel, que la densidad de la energía radiante u (energía de la unidad de volumen) es proporcional al cuadrado del índice de refracción del medio.

Indicación. El medio se considera sin dispersión, de modo que la velocidad de grupo (velocidad de la energía) coincide con la de fase. El flujo de energía a través del área F que forma un ángulo α con la dirección de la velocidad de propagación de la energía c, es $W = Fcu\cos\alpha$. La densidad de la energía es proporcional al cuadrado de la amplitud, de modo que $W_i = Fck\,E_i^2\cos\alpha$ y $W_r = Fck\,E_r^2\cos\alpha$.

Al pasar a través de la superficie de separación, tenemos en el segundo medio un flujo

$$W_d = W_i - W_r.$$

El cálculo se simplifica en particular para la incidencia normal, a saber

$$W_d = W_i - W_r = Fck\,E_i^2 - Fck\,E_r^2 = Fck\,E_i^2\,(1 - E_r^2/E_i^2).$$

Utilizando las fórmulas de Fresnel para la incidencia normal, hallamos

$$W_d = Fck\,D^2n = F\frac{c}{n}u_d, \text{ o sea, } \quad u_d = kD^2n^2.$$

191. Empleando las fórmulas de Fresnel, mostrar que el flujo de la energía incidente es igual a la suma de los flujos de la energía reflejada y refractada (principio de conservación de la energía).

Indicación. Empleando los resultados del ejercicio 190, examinar la incidencia *pendiente* para el componente $\perp$ y $\parallel$ por separado, tomando en consideración la relación de las secciones de los flujos incidente, reflejado y refractado.

192. Calcular el grosor y el índice de refracción de la capa superficial en el vidrio ($n = 1{,}5$) que disminuye intensamente la reflexión para los rayos con $\lambda = 600{,}0$ nm, siendo la incidencia normal.

Indicación Las intensidades de los rayos, reflejados de los límites superior e inferior, deben ser próximas entre sí; la diferencia de recorridos debe ser $^1/_2\lambda$.

Respuesta: $d \approx 125{,}0$ nm; $n \approx 1{,}2$.

193. La introducción de magnitudes complejas facilita con frecuencia la interpretación matemática de los problemas, relacionados con las oscilaciones y ondas. En la base de ésta se halla la fórmula de Euler

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \operatorname{sen}\varphi.$$

Tanto la parte real de esta expresión como la imaginaria son funciones trigonométricas muy empleadas en cuestiones referentes a las oscilaciones. Por cuanto la mayoría de las operaciones matemáticas es más fácil efectuarlas con funciones exponenciales que con las trigonométricas, es racional llevar a cabo los cálculos de la siguiente manera: introducir en lugar del coseno o seno una función exponencial, empleando en resumidas cuentas su parte real (o imaginaria). Realizar con esta función exponencial los cálculos indispensables y al final (en caso de necesidad) pasar a las funciones trigonométricas tomando la parte real o imaginaria.

Si $\varphi = \omega t$, entonces $e^{i\varphi} = e^{i\omega t}$ puede representar una oscilación armónica con período T ($\omega = 2\pi/T$), y $\exp[i(\omega t - kx)]$, la onda armónica que se propaga a lo largo del eje x con una longitud de onda λ ($k = 2\pi/\lambda$).

La expresión $z = Ce^{i\omega t} = C\cos\omega t + iC \operatorname{sen}\omega t$ representa una «oscilación» con amplitud C.

a) La magnitud C puede ser compleja. En este caso su introducción tiene en cuenta la fase inicial de nuestra oscilación. En efecto, si $C = a + ib$, puede escribirse $C = re^{i\delta}$, es decir, $z = r\exp[i(\omega t + \delta)]$, donde r es la amplitud corriente (real); δ, la fase inicial. En este caso

$$a = r\cos\delta, \quad b = r\operatorname{sen}\delta,$$

o sea,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \operatorname{tg}\delta = b/a$$

b) Si $C = a + ib$ es un número complejo, el número conjugado es $C^* = a - ib$. Mostrar que el cuadrado de la amplitud res. r^2 (intensidad) es igual al producto de la amplitud compleja (C) por la conjugada a ella (C^*).

$$CC^* = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = r^2.$$

c) Sea que la amplitud «compleja» C tiene la forma

$$C = \frac{a + ib}{A - iB}.$$

Mostrar que la amplitud real $r = \sqrt{\dfrac{a^2 + b^2}{A^2 + B^2}}$, y que la fase δ es determinada por la relación

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{bA - aB}{aA + bB}.$$

d) Mostrar que si $C = \dfrac{a + ib}{a - ib}$, $r = 1$; $\operatorname{tg}{}^1/_2\delta = b/a$.

194. El índice de refracción del diamante es igual a 2,42, de anatasa, 2,535 (para el rayo ordinario). ¿Es posible realizar en estos materiales la polarización circular de la luz, al haber una reflexión interna total? Calcular la forma necesaria del trozo y dar el esquema completo del experimento (menospreciar la birrefringencia).

Indicación. Las intensidades de los rayos, reflejados de los límites superior e inferior, deben ser próximas entre sí; la diferencia de recorridos debe ser $^1/_2\lambda$.

Respuesta. $d \approx 125{,}0$ nm; $n \approx 1{,}2$.

193. La introducción de magnitudes complejas facilita con frecuencia la interpretación matemática de los problemas, relacionados con las oscilaciones y ondas. En la base de ésta se halla la fórmula de Euler

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i \operatorname{sen}\varphi$$

Tanto la parte real de esta expresión como la imaginaria son funciones trigonométricas muy empleadas en cuestiones referentes a las oscilaciones. Por cuanto la mayoría de las operaciones matemáticas es más fácil efectuarlas con funciones exponenciales que con las trigonométricas, es racional llevar a cabo los cálculos de la siguiente manera: introducir en lugar del coseno o seno, una función exponencial, empleando en resumidas cuentas su parte real (o imaginaria). Realizar con esta función exponencial los cálculos indispensables y al final (en caso de necesidad) pasar a las funciones trigonométricas tomando la parte real o imaginaria.

Si $\varphi = \omega t$, entonces $e^{i\varphi} = e^{i\omega t}$ puede representar una oscilación armónica con período T ($\omega = 2\pi/T$), y $\exp\{i(\omega t - kx)\}$, la onda armónica que se propaga a lo largo del eje x con una longitud de onda λ ($k = 2\pi/\lambda$).

La expresión $z = Ce^{i\omega t} = C\cos\omega t + iC \operatorname{sen}\omega t$ representa una «oscilación» con amplitud C.

a) La magnitud C puede ser compleja. En este caso su introducción tiene en cuenta la fase inicial de nuestra oscilación. En efecto, si $C = a + bi$, puede escribirse $C = re^{i\delta}$, es decir, $z = r\exp\{i(\omega t + \delta)\}$, donde r es la amplitud corriente (real); δ, la fase inicial. En este caso

$$a = r\cos\delta \quad b = r\operatorname{sen}\delta$$

o sea,

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \operatorname{tg}\delta = b/a.$$

b) Si $C = a + ib$ es un número complejo, el número conjugado es $C^* = a - ib$. Mostrar que el cuadrado de la amplitud real r^2 (intensidad) es igual al producto de la amplitud compleja (C) por la conjugada a ella (C^*)

$$CC^* = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = r^2.$$

c) Sea que la amplitud «compleja» C tiene la forma

$$C = \frac{a + ib}{A - iB}.$$

Mostrar que la amplitud real $r = \sqrt{\dfrac{a^2 + b^2}{A^2 + B^2}}$, y que la fase δ es determinada por la relación

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{bA - aB}{aA + bB}.$$

d) Mostrar que si $C = \dfrac{a + ib}{a - ib}$, $r = 1$; $\operatorname{tg}{}^1/_2\delta = b/a$

194. El índice de refracción del diamante es igual a 2,42, de anatasa, 2,535 (para el rayo ordinario). ¿Es posible realizar en estos materiales la polarización circular de la luz, al haber una reflexión interna total? Calcular la forma necesaria del trozo y dar el esquema completo del experimento (menospreciar la birrefringencia).

Respuesta: Para la anatasa $\varphi_1 = 27°,5$ y $\varphi_2 = 35°,0$; para el diamante $\varphi_1 = \varphi_2 = 32°,7$.

195. Si se realiza el experimento de Mandelshtam-Selenyi con un haz ampliamente divergente, de modo que los ángulos de incidencia sean menor o mayor que el límite, la luz de fluorescencia tendrá diversa intensidad en distintas partes del haz.
¿Qué partes serán más intensas y por qué? (Tener presente el grosor de la capa fluorescente). ¿Cuál será el ángulo límite en el caso de una solución acuosa de fluoresceína?

196. Mostrar que en caso de una reflexión interna total $|E_{r\perp}|^2 = |E_{i\perp}|^2$ y $|E_r\|\,|^2 = |E_i\|\,|^2$.
Indicación. Emplear las indicaciones del § 137 y el ejercicio 193, b).

197. Demostrar que $\operatorname{tg} {}^1/_2\delta_{\|} = \dfrac{\sqrt{\operatorname{sen}^2\varphi - n^2}}{n^2\cos\varphi}$ y $\operatorname{tg} {}^1/_2\delta_{\perp} = \dfrac{\sqrt{\operatorname{sen}^2\varphi - n^2}}{\cos\varphi}$,

y, por lo tanto, $\operatorname{tg} {}^1/_2(\delta_{\|} - \delta_{\perp}) = \dfrac{\cos\varphi\sqrt{\operatorname{sen}^2\varphi - n^2}}{\operatorname{sen}^2\varphi}$,

Indicación. Transformando las fórmulas de Fresnel en la forma

$$\frac{E_{r\|}}{E_{i\|}} = \frac{\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi - \operatorname{sen}\psi\cos\psi}{\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi + \operatorname{sen}\psi\cos\psi}, \quad \frac{E_{r\perp}}{E_{i\perp}} = \frac{\operatorname{sen}\varphi\cos\psi - \operatorname{sen}\psi\cos\varphi}{\operatorname{sen}\varphi\cos\psi + \operatorname{sen}\psi\cos\varphi},$$

utilizar las indicaciones del § 137 y el ejercicio 193, d).

198. Hallar la diferencia de fases δ_r de las ondas incidente sobre el metal y reflejada en caso de la incidencia normal.
Indicación. Dando a la expresión (141.3) la forma $a + ib$, hallaremos

$$\operatorname{tg}\delta_r = \frac{b}{a} = \frac{2(n\varkappa)}{1 - n^2 - (n\varkappa)^2}.$$

199. Hallar la relación de las intensidades $\Delta^2 = (E_d/E_i)^2$ y la diferencia de fases δ_d de las ondas incidente sobre el metal y transmisible en caso de incidencia normal.
Indicación. Utilizando la fórmula (135.7), hallar $E_d/E_i = \Delta\exp(i\delta_d)$.

Respuesta: $\Delta^2 = \dfrac{4}{(n+1)^2 + n\varkappa}$; $\operatorname{tg}\delta_d = \dfrac{n\varkappa}{n+1}$.

200. Componer la gráfica de las ondas incidente, reflejada y refractada (desfasaje y relaciones de las amplitudes, siendo la incidencia normal para $n = 2$, $(n\varkappa) = 5$ y para $n = 2$, $(n\varkappa) = 0{,}1$).
Respuesta: Para $n = 2$ y $(n\varkappa) = 0{,}1$, véase la fig. 43.

201. Mostrar que las velocidades de fase a lo largo de la normal q y del rayo v en un medio anisótropo se hallan en relación $q = v\cos\alpha$, donde α es el ángulo entre la dirección de la normal N y la dirección del rayo S.
Indicación. Construir dos posiciones en la superficie ondulatoria, correspondiente a dos momentos de tiempo infinitamente próximos, y hallar del diseño la expresión para q y v.

202. Realizar la construcción de Huyghens para diferentes casos de la incidencia de la onda plana sobre un cristal uniáxico; hallar las direcciones de los rayos y sus normales, así como los frentes de ondas de los rayos ordinario y extraordinario para los siguientes casos:
a) La onda incide de modo normal sobre una cara natural. b) La onda incide de modo normal y bajo un ángulo sobre la placa, cortada perpendicularmente al eje óptico. c) La onda incide de modo normal y bajo un ángulo sobre

una placa cortada paralelamente al eje óptico y situada de modo que el eje yace en el plano de incidencia y perpendicularmente a éste.

Indicación. Al efectuar la construcción, es racional aumentar la diferencia en las velocidades de propagación de las ondas ordinaria y extraordinaria.

203. Determinar el número de interrupciones que efectúa la instalación de Kerr, si ésta se alimenta de un generador con una frecuencia $\nu = 10^7$ Hz que da impulsos con amplitud de 6000 V de tensión. La célula de Kerr tiene una

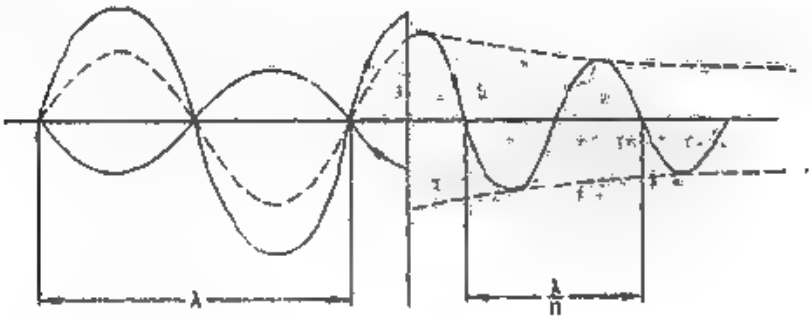


Fig. 44

longitud $l = 5$ cm, la distancia entre las placas es de 1 mm. En calidad de líquido se ha tomado el nitrobenceno ($B = 2 \cdot 10^{-5}$ CGS).

Indicación. Al efectuar el cálculo, tomar en consideración que el sistema de Kerr no deja pasar la luz cuando la diferencia de recorridos de los rayos en la célula alcanza un número entero de longitudes de ondas.

Respuesta: $1{,}6 \cdot 10^8$.

204. ¿Cuál será el aspecto de la figura de interferencia, observada en el espectrógrafo, cruzado con el interferómetro de Jamin, si en uno de los brazos del interferómetro se introduce una lámina de vidrio?

¿De qué modo variará la figura al aumentar el grosor de la placa? ¿Cómo cambiará la figura al emplear un vidrio con mayor dispersión, al desplazar la placa de un brazo al otro, al colocar placas iguales en distintos brazos?

Indicación. Al introducir en un brazo placas de grosor d e índice de refracción n, y en el otro, de grosor d' e índice de refracción n', la ecuación de la banda k-ésima tiene el aspecto $y = a\{k\lambda + (n-1)d - (n'-1)d'\}$, con la particularidad que n y n' son funciones de λ.

205. ¿Qué forma tendrá la figura de interferencia (véase el ejercicio 204), si en un brazo se ha introducido una lámina de vidrio y en el otro, una capa de vapores de sodio?

Indicación. Prestar atención a una variación muy rápida del índice de refracción de los vapores de sodio en las proximidades de la banda de absorción.

206. a) Deducir la fórmula de Einstein (180.2) para la intensidad de la luz difu[illegible]

b) Partiendo de la fórmula de Einstein, deducir la fórmula correspondiente para los gases, que coincide con la fórmula inicial de Rayleigh:

$$I = I_0 \frac{\pi^2 V^2}{2\lambda^4 L^4} \left(\frac{\delta\varepsilon}{\delta N}\right)^2 N(1+\cos^2\theta) = I_0 \frac{\pi^2}{2\lambda^4} \frac{(\varepsilon-1)^2}{N}(1+\cos^2\theta).$$

c) Deducir la fórmula de Rayleigh para los gases, examinando directamente la fluctuación del número de partículas.

d) Expesar las relaciones de las intensidades de las difusiones isótropa, sumaria y anisótropa, a través de la depolarización de la difusión sumaria (la observación se realiza bajo el ángulo recto al haz incidente).

Indicaciones. a) Partir de la fórmula (160.1) y de las expresiones, obtenidas de la teoría de fluctuaciones termodinámicas:

$$\overline{(\Delta p)^2} = \frac{kT}{V^* \beta_S} \; ; \quad \overline{(\Delta S)^2} = k c_p \rho V^* .$$

Emplear las relaciones termodinámicas

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)_S = \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_S \beta_S ; \quad \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial S}\right)_p = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_p \frac{c_p \rho V^*}{T} \; ; \quad \beta_S = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_S$$

y las igualdades aproximadas

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_S \approx \left(\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_p \approx \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho}\right)_T ; \quad 0 = \left(\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

(véase con más detalle I. L. *Fabelinski*, «Difusión molecular» de la luz, Edit. «Naúka», 1965 (en ruso)).

b) Utilizar la ecuación del estado de un gas ideal y la relación

$$\varepsilon - 1 = \text{const} \cdot N.$$

c) Escribir $\Delta\varepsilon$ del siguiente modo $\Delta\varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial N}\right)_{\blacksquare} \Delta N$ y utilizar la relación $\overline{(\Delta N)^2} = N$, donde N es el número medio de partículas en el volumen, para el cual se calcula la fluctuación. Prestar atención en la coincidencia de las fórmulas para el gas ideal y para la solución diluida (160.3).

d) Tener en cuenta que la difusión isótropa es polarizada por completo y la depolarización de la parte anisótropa de la difusión es igual a 6/7.

207. Mostrar que la solución completa de la ecuación (156.7) con dos constantes arbitrarias tiene la forma

$$r = \tilde{c}_1 \operatorname{sen} \omega_0 t + \tilde{c}_2 \cos \omega_0 t + \frac{e}{m} \frac{E_0 \operatorname{sen} \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} .$$

Los dos primeros términos representan las oscilaciones *propias* del electrón; el tercero, las *forzadas*. En todos los problemas reales existe, por muy pequeño que sea, cierto amortiguamiento, por eso los dos primeros términos, pasado algún tiempo, no desempeñarán ningún papel (compárese con el ejercicio 208, donde se ve claramente que $c = Ce^{-\lambda t}$). Por eso la solución del problema puede escribirse en la forma

$$r = \frac{e}{m} \frac{E_0 \operatorname{sen} \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} .$$

208. Hallar la solución de la ecuación de dispersión, habiendo amortiguamiento

$$\ddot{mr} + g\dot{r} + fr = eE_0 \operatorname{sen} \omega t;$$

(introducir las siguientes designaciones $g = m\gamma$ y $f = m\omega_0^2$). La solución total tiene la forma

$$r = \exp\left(-\tfrac{1}{2}\gamma t\right)\left\{c_1 \exp\left[i\left(\omega_1 t\right)\right] + c_2 \exp\left[-i\left(\omega_1 t\right)\right]\right\} + \frac{e}{m} \frac{E_0 \exp\left(i\omega t\right)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma} ,$$

donde $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - {}^1/_4\gamma^2}$ es la «frecuencia» de la oscilación propia del electrón amortiguado (prácticamente $\omega_1 \approx \omega_0$; ya que ${}^1/_4\gamma^2 \ll \omega_0^2$; así, por ejemplo, para el vapor de sodio enrarecido, $\omega_0 \approx 3 \cdot 10^{15}$ s^{-1}, $\gamma \approx 10^8$ s^{-1}).

a) ¿En el transcurso de qué tiempo t la amplitud de las oscilaciones propias para Na disminuirá 100 veces?

Comenzando desde ese tiempo, cuando puede menospreciarse las oscilaciones propias, la solución puede adquirir la forma

$$r = \frac{e}{m} \frac{E_0 \exp(i\omega t)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}.$$

b) La expresión compleja para r significa que r está desplazada, según la fase, respecto a E.

Expresar r en forma $r = R \exp[i(\omega t + \delta)]$ y determinar el valor real de la amplitud R y el desfasaje δ.

Respuesta. $R = \frac{e}{m} \frac{E_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}}$, $\operatorname{tg}\delta = \frac{\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2}$.

Por lo tanto, el desfasaje depende del amortiguamiento y de la frecuencia ω; además, se observa la variación de fase (a salto en un valor de π), al pasar la frecuencia de la onda forzante por la frecuencia propia del dipolo ($\omega = \omega_0$).

209. Hallar la expresión para la constante dieléctrica compleja ε, partiendo de un valor complejo de r

Respuesta: $\varepsilon = 1 + \frac{4\pi N (e^2/m)}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma}$.

El correspondiente índice de refracción complejo es igual a

$$n' = \sqrt{\varepsilon} = n(1 - i\varkappa),$$

con la particularidad de que su parte imaginaria ($n\varkappa$) determina el amortiguamiento de la onda, de modo que

$$s = A_0 \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\varkappa z\right) \exp\left[i2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{zn}{\lambda_0}\right)\right],$$

es decir, la luz se propaga en forma de onda plana amortiguada (compárese el § 141).

210. Hallar las expresiones para definir n y $\varkappa$, partiendo de los datos del ejercicio 209

Indicación. Dividir las partes imaginaria y real en la expresión $\varepsilon = n^2(1 - i\varkappa)^2$.

Respuesta:

$$n^2(1 - \varkappa^2) = 1 + \frac{4\pi N (e^2/m)(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2},$$

$$2n^2\varkappa = \frac{4\pi N (e^2/m)\omega\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2\gamma^2}, \text{ donde } \gamma = g/m.$$

211. Comparar las fuerzas F_E y F_H que actúan sobre el electrón por parte de los componentes eléctrico y magnético de la onda luminosa de frecuente e intensidad ordinarias (tomamos $\nu = 5 \cdot 10^{14}$ s^{-1}, $E = H \approx 1$ unidades absolutas).

Indicación. La ecuación de movimiento del electrón puede escribirse en una primera aproximación, sin tener en cuenta el influjo de componente magnético del campo de la onda; en efecto, el cálculo, ejecutado en esta aproximación, muestra que el efecto del componente magnético es insignificante

Respuesta: $\frac{F_H}{F_E} \approx \frac{v}{m}\frac{H}{\omega} \approx 10^{-8}$.

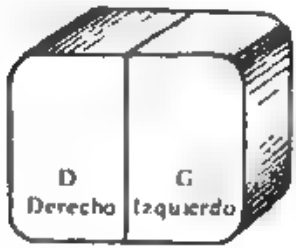
212. Deducir la ley de absorción de la onda plana (ley de Bougier), partiendo de la suposición de que en una capa de grosor dx dado, se absorbe una parte determinada de la luz incidente, o sea, que el coeficiente de absorción k no depende de la intensidad de la luz (este supuesto fue comprobado experimentalmente en un intervalo muy amplio de intensidades por S. I. Vavílov).

Respuesta: $dI/I = -k\,dx$, o sea, $I = I_0 e^{-kx}$.

213. Hallar la dependencia entre la distancia r y la fuerza que actúa sobre el electrón dentro de una esfera con carga positiva (modelo de J. J. Thomson), partiendo de la ley de Coulomb.

Respuesta: $F = -fr$.

214. Si se retiene la zona en cercanías de la longitud de onda $\lambda = 550{,}0$ nm en luz blanca, la luz restante adquiere un matiz violeta que pasa con facilidad al rojo o azul y denominado por eso matiz sensible. El bicuarzo de Soleil representa en sí dos placas de cuarzo derecho e izquierdo de determinado grosor, puestas como se indica en la fig. 44. Su grosor se elige de modo que las placas comuniquen a los nicoles paralelos un matiz sensible a la luz blanca



a) Calcular el grosor del bicuarzo y explicar su acción (para $\lambda = 555{,}0$ nm, $\alpha = 24°$)

b) ¿Qué parte del bicuarzo (D o G) se hará azul, al introducir una sustancia derecha?

Respuesta: a) 3,75 nm; b) D se pone azul, G, roja.

215. Un haz paralelo de rayos planopolarizados pasa a través de un tubo alto, lleno de una solución de azúcar en turbiada.

En caso de luz blanca, si se mira por un lado, se observa una serie de líneas helicoidales de distinto color.

Explicar su origen. ¿Cómo depende de color la magnitud de paso de la hélice? ¿Y de la concentración de la solución? Determinar la longitud del paso para los rayos amarillos (línea D_1), siendo la concentración de la solución del azúcar de caña de 50 g/l ($[\alpha_D] = 67°$).

Indicación. La posibilidad de observar esta polarización sin nicoles analizadores está relacionada con el hecho de que, en dirección de la oscilación del vector del campo eléctrico, la luz no se dispersa.

216. Describir el cuadro que se observa en el experimento principal de Arago en luz blanca. ¿Cómo varía éste al girar el polarizador, el analizador, el cuarzo?

217. En los espectrógrafos de cuarzo el prisma se corta de modo que la luz en el prisma vaya a lo largo del eje óptico (fig. 45, *a*). En este caso también se observa un pequeño desdoblamiento de las líneas. Para eliminarlo, se utiliza el prisma de Cornu, que consta de dos mitades de cuarzo dextrógiro y levógiro (fig. 45, *b*). Explicar el fenómeno y el efecto del prisma de Cornu.

218. Indicar los datos para un aparato espectral (red, placa de Lummer—Gehrke), necesario para la observación del efecto Zeeman en el hidrógeno en un campo de 10 000 Oersted.

219. Examinar el influjo del campo eléctrico E sobre el electrón que oscila armónicamente (Para mayor simplicidad, estudiar el caso cuando la dirección del campo coincide con la de la oscilación)

Respuesta: En ausencia del campo $r = a\cos\omega_0 t$, donde $\omega_0^2 = f/m$ (m es la masa del electrón; f, la constante de la fuerza cuasielástica).

Al haber un campo, $x = \frac{eE}{m\omega_0^2} + b \cos \omega_0 t$, es decir, la oscilación armónica ocurre con la misma frecuencia, pero respecto a la nueva posición de equilibrio, desplazada en un valor que depende de la magnitud del campo aplicado.

220. El fenómeno de emisión de la luz por parte de un átomo excitado es un proceso estadístico. Esto significa que el número de átomos que se emiten en el lapso dt, es proporcional a este tiempo (dt) y el número de los presentes átomos excitados n. El coeficiente de proporcionalidad α se denomina *probabilidad del proceso*.

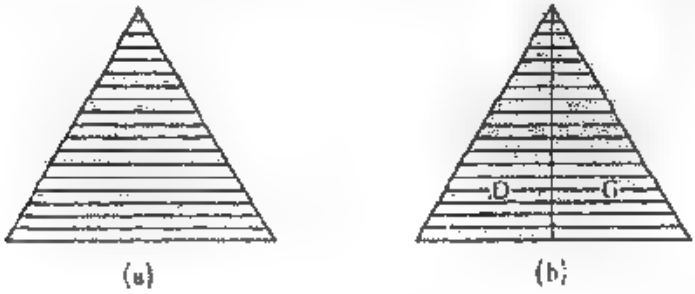


Fig. 45

a) Determinar el número de átomos excitados como función del tiempo, suponiendo que en el momento inicial ($t = 0$) su número era n_0.

Respuesta: $n = n_0 e^{-\alpha t}$.

b) Determinar la duración media del estado excitado τ.

Indicación. El número de átomos que poseen una duración del estado excitado de t a $t + dt$, es igual a $n_0 \exp(-\alpha t)\, \alpha\, dt$, la duración total de la vida de este grupo es $\alpha t n_0 \exp(-\alpha t)\, dt$. La duración media del estado excitado

$$\tau = \frac{\alpha \int_0^\infty t n_0 \exp(-\alpha t)\, dt}{n_0} = \frac{1}{\alpha}.$$

221. El vidrio verde absorbe intensamente, a la temperatura ambiente, los rayos rojos, sin embargo, no los emite en una cantidad notoria. ¿Contradice esto la ley de Kirchhoff?

Respuesta: El vidrio debe emitir una cantidad no mayor que un cuerpo negro, estando a la misma temperatura.

222. La radiación sumaria (sin descomposición según el espectro) determina la capacidad emisora del cuerpo $E_T = \int_0^\infty E_{\nu,T} \times d\nu$.

a) Expresar el flujo total de energía que emite una superficie $d\sigma$ hacia fuera en todas las direcciones.

Respuesta: $E_T\, d\sigma$.

b) La intensidad de radiación (la designaremos aquí por K) se define del mismo modo que en el cap. III. Hallar la relación entre E_T y K. Mostrar que para el caso de radiación de un cuerpo negro (cuando K no depende de la dirección, de φ), tenemos $\varepsilon_T = \pi K$.

c) La densidad de la energía radiante u es la contenida por unidad de volumen. Hallar la relación entre u y K en el vacío (la velocidad de propagación de la energía en el vacío es igual a c) para la radiación del cuerpo negro (K no depende de la dirección).

Indicación: Efectuar la integración en todas las direcciones.

Respuesta: $u = \dfrac{K\,d\sigma \cos\varphi\, d\Omega}{d\sigma \cos\varphi \cdot c} = \dfrac{4\pi K}{c} = \dfrac{4\sigma T}{c}$.

223. Las paredes de una cavidad esférica de diámetro D reflejan la difusión según la ley de Lambert con el factor de reflexión difúsico ρ. ¿Como debe ser el diámetro del orificio d para poder considerar con una precisión de hasta 0,1% que la cavidad es un cuerpo negro?

Indicación. Un flujo incidente igual a 1, habiendo una reflexión de difusión con factor ρ, se transforma en un flujo ρ, distribuido uniformemente por la superficie de la esfera de diámetro D

Respuesta: El factor de absorción de las paredes de la cavidad $A \approx 1 - \rho\dfrac{\pi d^2}{4\pi D^2} = 0{,}999$; para $\rho = 0{,}4$, obtenemos $d \approx D/10$; para $\rho = 1$ (una pared blanca que dispersa) $d \approx D/16$

224. La ley de Stefan—Boltzmann se escribe así: $\varepsilon_T = \sigma T^4$ o bien $u = aT^4$, donde u es la densidad de la energía. Determinar la constante a (el valor numérico y dimensión), conociendo σ.

Respuesta: $a = 4\sigma/c$.

225. Partiendo de la ley de Kirchhoff, explicar el hecho de que durante la emisión tiene lugar una polarización parcial que depende del ángulo de emisión

Indicación. Siendo la incidencia oblicua, el poder reflector depende del carácter de la polarización; por lo tanto, el poder de absorción depende del ángulo de incidencia y del carácter de la polarización.

226. Mostrar que *cualquier* sustancia (incluyendo el gas) que tenga para una unidad de grosor de capa un poder emisivo $E_{\nu, T}$ y de absorción $A_{\nu, T}$, en una capa infinitamente gruesa radia como un cuerpo absolutamente negro.

Respuesta. La radiación total $= \displaystyle\int_0^\infty E \exp(-Ax)\,dx = \frac{E}{A} = \varepsilon_{\nu, T}$

227. Al estudiar la ley de Stefan—Boltzmann se mide el flujo dirigido desde el orificio del cuerpo negro al termoelemento mediante una lente L. Calentando el termoelemento con corriente, en vez de la radiación, de modo que se consiga el mismo estado estacionario, se valora la cantidad de energía que se trae con el flujo de radiación por 1 s.

Calcular la potencia que absorbe el termoelemento, si el orificio del cuerpo negro es un cuadrado de 4 mm de lado perpendicular al eje de la lente. La lente (diámetro 40 mm, distancia focal 40 cm) refleja el orificio sobre el termoelemento de tamaño natural; las pérdidas de reflexion y absorción en la lente son iguales al 9%, las pérdidas de reflexión del termoelemento, al 1%. La temperatura del cuerpo negro es $T = 1000$ K.

Respuesta: $16{,}2 \cdot 10^{-4}$ W

228. Del experimento se ha hallado la forma de la función $\varepsilon_{\nu, T}$ para la temperatura $T = 1000$ K. Construir la gráfica para $T' = 2000$ K.

Respuesta: Cada uno de los puntos de la primera gráfica $(\nu, \varepsilon_{\nu, T})$ se transforma en un punto de la gráfica nueva $(\nu', \varepsilon_{\nu, T})$ mediante las relaciones

$$\nu' = \nu\frac{T'}{T} \quad \text{y} \quad \varepsilon_{\nu', T'} = \varepsilon_{\nu, T}\left(\frac{T'}{T}\right)^5.$$

229. Mostrar que de la ley de Wien se desprende la ley de Stefan—Boltzmann.

Respuesta: $\varepsilon_{\nu,\,T} = cv^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$, $\varepsilon = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu,\,T}\,d\nu = cT^4 \int_0^\infty F(\xi)\,d\xi = \sigma T^4$, donde $\sigma = c\int_0^\infty F(\xi)\,d\xi$ es una magnitud constante.

230. Deducir la ley de Stefan—Boltzmann, partiendo de la ley de Planck y calcular la constante σ.

Indicación

$$\varepsilon = \int_0^\infty \varepsilon_{\nu,\,T}\,d\nu = 1{,}0823\,\frac{12\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^4 = \sigma T^4, \text{ donde } \sigma = 1{,}0823\,\frac{12\pi k^4}{c^3 h^3}$$

Durante la integración, utilizar la relación

$$\int_0^\infty \nu^3 \exp\left[-n\,\frac{h\nu}{kT}\right] d\nu = 6\,\frac{k^4T^4}{h^4}\,\frac{1}{n^4};\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

Respuesta. $\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-12}$ W·cm^{-2}·K^{-4}.

231. Escribir la ley de radiación de Planck para $\varepsilon_{\lambda,\,T}$.

Respuesta: $\varepsilon_{\lambda,\,T} = 2\pi hc^2\lambda^{-5}\,\frac{1}{\exp(hc/kT\lambda)-1} = c_1\lambda^{-5}\,\frac{1}{\exp(c_2/\lambda T)-1}$, donde $c_1 = 2\pi hc^2 = 3{,}740\cdot 10^{-12}$ J·cm^2·s^{-1}, $c_2 = \frac{hc}{k} = 1{,}4387$ cm·K.

232. Deducir la ley de desplazamiento de Wien $T\lambda_{máx} = b$ de la fórmula de Planck y calcular la constante b.

Indicación El problema se reduce a la solución de la ecuación transcendente

$$\frac{\xi\cdot e^{\xi}}{e^{\xi}-1} = 5,$$

cuya raíz es $\xi_0 = 4{,}965$.

Respuesta. $b = T\lambda_{máx} = ch/k\xi_0 = 0{,}2898$ cm K.

Partiendo de la fórmula de Planck, hallar λ^* correspondiente a $\nu_{máx}$ y compararla con $\lambda_{máx}$ de la ley de Wien. El problema se reduce a la resolución de la ecuación transcendente $\frac{\xi\cdot e^{\xi}}{e^{\xi}-1} = 3$, cuya raíz es $\xi_1 = 2{,}821$.

Respuesta: $\frac{\lambda^*}{\lambda_{máx}} = \frac{4{,}965}{2{,}821} = 1{,}759$.

Para $T = 5000$ K.

$\lambda_{máx} = 579{,}0$ nm; $\lambda^* = 1019{,}0$ nm $= 1{,}019$ μm.

233. Para la radiación del cuerpo negro Wien halló la fórmula

$$\varepsilon_{\lambda,\,T} = c_1\lambda^{-5}\exp\left(-\frac{c_2}{\lambda T}\right).$$

a) Demostrar que para pequeñas longitudes de ondas o bajas temperaturas (pequeño valor de λT) las fórmulas de Wien y Planck coinciden.

b) Determinar para qué valor de λT la diferencia entre las fórmulas no supera el 1%.

Indicación. Calcular la tabla de los valores $r = \frac{\varepsilon_{\text{Planck}}}{\varepsilon_{\text{Wien}}}$ para diferentes λT.

Respuesta: $\lambda T = 2000 \quad 2500 \quad 3000 \quad 3500 \quad 4000 \quad 5000$ μm·grad

$r = 1{,}0008 \quad 1{,}003 \quad 1{,}008 \quad 1.017 \quad 1{,}028 \quad 1{,}056$

234. Demostrar que las indicaciones del termómetro radiactivo no dependen de la distancia hasta la fuente, si se observan las condiciones apuntadas en el texto.

Indicación. Calcular el flujo que incide sobre el receptor y mostrar que es igual a $BS\Omega$, donde B es la brillantez de la fuente; S_1 el área del receptor; Ω, el ángulo material, que se determina por los parámetros del dispositivo.

235. Hallar la relación entre la temperatura verdadera T y la de radiación T_r.

Respuesta: $Q_T = \frac{\sigma T_r^4}{\sigma T^4}$, es decir, $T = \frac{1}{\sqrt[4]{Q_T}} \cdot T_r$.

236. Determinar la temperatura de la superficie de la fotosfera del Sol, sabiendo que la constante solar es igual a 1,95 cal/min·cm² y teniendo en cuenta que la radiación del Sol es próxima a la de un cuerpo negro ($Q_T \approx 1$). El radio del Sol $r = 6.955 \cdot 10^{10}$ cm. La distancia hasta el Sol es $l = 1{,}495 \cdot 10^{13}$ cm.

Respuesta: $T = 5760$ K.

237. Establecer la relación entre las temperaturas verdadera y de color del cuerpo, conociendo su poder de radiación monocromática Q_λ para dos longitudes de ondas $\lambda_1 = 4700$ Å y $\lambda_2 = 6600$ Å:

$$Q_{\lambda_1} = \frac{E_{\lambda_1, T}}{\varepsilon_{\lambda_1, T}}, \quad Q_{\lambda_2} = \frac{E_{\lambda_2, T}}{\varepsilon_{\lambda_2, T}}.$$

La temperatura del color T_c (λ_1, λ_2) es aproximadamente la temperatura del cuerpo negro, para la cual la relación rojo-azul es igual a la misma relación para el cuerpo a medir con la temperatura verdadera T, es decir,

$$\frac{E_{\lambda_1, T}}{E_{\lambda_2, T}} = \frac{\varepsilon_{\lambda_1, T_c}}{\varepsilon_{\lambda_2, T_c}}.$$

Empleando la fórmula simplificada de Planck (fórmula de Wien) hallaremos

$$\frac{1}{T_c} - \frac{1}{T} = \frac{\ln (Q_1/Q_2)}{c_2 (1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)}.$$

Evaluar el error admisible, al emplear la fórmula de Wien para temperaturas hasta 1000 K (véase el ejercicio 233).

238. Deducir la relación entre las temperaturas de brillo y verdadera

Indicación. Utilizando la fórmula simplificada de Planck (fórmula de Wien), hallaremos que

$$Q_\lambda = \frac{B_{\lambda, T}}{B^0_{\lambda, T}} = \exp\left[\frac{c_2}{\lambda}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{S_\lambda}\right)\right].$$

Aquí B^0 es el brillo del cuepo negro, B; el brillo del cuerpo en cuestión. Según la definición de la temperatura del brillo $B_{\lambda, T} = B^0_{\lambda, S_\lambda}$.

239. Calcular cómo varía la intensidad de la radiación del cuerpo negro cerca de $\lambda = 500{,}0$ nm al variar la temperatura de 1000 a 1100 K. Expresar este incremento como un aumento proporcional del n-ésimo grado de temperatura y determinar n.

Indicación. Emplear la fórmula de Wien $\varepsilon_{\lambda, T} = c_1\lambda^{-5}\exp\left[-\frac{c_2}{\lambda T}\right]$; evaluar la divergencia con la fórmula de Planck.

Los valores de las constantes $c_1 = 3{,}70 \cdot 10^{-12}$ W·cm², $c_2 = 14390$ μ·K.

Respuesta: $n \approx 30$.

240. Verificar, mediante el cálculo, que el brillo de la radiación amarilla del cuerpo negro, *se duplica*, al variar la temperatura de 1800 a 1875 K.

241. La probabilidad de radiación indica qué parte de los átomos presentes excitados n, emitirá luz en el transcurso de un tiempo dt. Si designamos el número de estos átomos por dn, la probabilidad α, por definición, será igual a $\alpha = -\frac{dn}{n}\frac{1}{dt}$ ó $dn = -\alpha n\, dt$, con la particularidad que el signo menos significa que durante el tiempo dt el número de átomos excitados se reduce en dn (se desexcita)...

1) Partiendo de la determinación de la probabilidad de desexcitación, hallar la ley de variación del número de átomos excitados con el transcurso del tiempo.

Respuesta: De la ecuación $dn = -\alpha n\, dt$ se desprende que $n = n_0 e^{-\alpha t}$, donde n_0 es el número de átomos excitados en el momento inicial ($t = 0$).

2) Conociendo la ley de desexcitación, definir la vida media del átomo excitado.

Indicación. La vida media es $\tau = \frac{1}{n_0}\int_0^\infty \alpha n_0 t e^{-\alpha t}\, dt$.

Respuesta: $\tau = 1/\alpha$.

242. Empleando los datos de la tabla del § 205 (véase la pág. 000), construir la gráfica (205.5), trazando por el eje de las abscisas N y por el eje de las ordenadas $1/m^2$ en escala conveniente. ¿Qué forma tendrá la gráfica? Determinar R y n, mediante dicha gráfica.

Respuesta: La gráfica es una línea recta, $n = 2$, $R = 109\,700$.

243. Calcular la energía del electrón que gira en torno del protón con una órbita circular de radio a.

Respuesta: $E = -e^2/2a$.

Explicar el sentido del valor negativo de la energía.

244. Deducir la expresión para la frecuencia de rotación del electrón con una órbita circular alrededor del protón

$$\omega^2 = \left(\frac{1}{T}\right)^2 = \frac{2E^3}{\pi^2 \mu e^4}.$$

Empleando para la energía de estado la expresión $E_n = \frac{hRc}{n^2}$, calcular la frecuencia de rotación del electrón en órbitas segunda y tercera, y compararla con la frecuencia correspondiente al paso de la tercera órbita a la segunda según la teoría de Bohr.

245. Calcular el potencial de excitación del átomo de sodio que emite una onda de longitud $\lambda = 589{,}0$ nm.

246. ¿Cuál es la temperatura de un gas monoatómico, cuya energía cinética media de las moléculas es suficiente para excitar el átomo de mercurio y obligarlo a emitir la línea de resonancia con $\lambda = 185{,}0$ nm?

247. Determinar las densidades de población N_m, N_n de los niveles m y n del átomo, tomando en consideración la emisión forzada y la absorción, condicionadas por la interacción con el campo monocromático, cuya frecuencia corresponde al paso $m \to n$. Calcular también la potencia absorbida (emitida) y el factor de absorción (amplificación)

Respuesta: $$\frac{N_m}{g_m} - \frac{N_n}{g_n} = \frac{N_{m0}/g_m - N_{n0}/g_n}{1 + b_{mn}u/\sigma},$$

$$q = \hbar\omega b_{mn} g_m u \left(\frac{N_m}{g_m} - \frac{N_n}{g_n} \right) = \hbar\omega g_m b_{mn} u \frac{N_{m0}/g_m - N_{n0}/g_n}{1 + b_{mn}u/\sigma},$$

$$\alpha = \frac{\lambda^2}{4} g_m a_{mn} \left(\frac{N_m}{g_m} - \frac{N_n}{g_n} \right) = \frac{\lambda^2}{4} g_m a_{mn} \frac{N_{m0}/g_m - N_{n0}/g_n}{1 + b_{mn}u/\sigma}.$$

Aquí se han introducido las designaciones

$$1/\sigma = \left[\frac{1}{g_m W_m} + \frac{1}{g_n W_n} \left(1 + \frac{A_{mn}}{W_m} \right) \right] g_m,$$

$a_{m,n}$, $b_{m,n}$ son las densidades espectrales de los coeficientes primero y segundo de Einstein; g_m, g_n, pesos estadísticos de los niveles m, n; W_m, W_n, las velocidades de amortiguamiento de los estados m, n; A_{mn}, el primer coeficiente de Einstein para el paso $m \to n$; N_{m0}, N_{n0}, las densidades de la población para $u = 0$.

Indicación. Partir de las ecuaciones

$$W_m N_m = W_m N_{m0} + (b_{nm} N_n - b_{mn} N_m) u,$$
$$W_n N_n = W_n N_{n0} + A_{mn} (N_m - N_{m0}) + (b_{mn} U_m - b_{nm} N_m) u.$$

248. Expresar el flujo Φ de la radiación emitida por un laser, mediante la energía acumulada en el medio y capaz de transformarse en energía de radiación a causa de las transiciones forzadas.

Respuesta: $\Phi = q_{máx}\, SL - cu_0 fS$.

Indicación. Utilizar las expresiones (224.1), (225.6)—(225.8), así como la relación entre el coeficiente de amplificación y densidad espectral del segundo coeficiente de Einstein

$$\alpha(\omega) = \frac{\hbar\omega}{c} g_m b_{mn}(\omega) \left[\frac{N_m}{g_m} - \frac{N_n}{g_n} \right].$$

249. Determinar los números de onda propios del patrón de Fabry—Perot.

Respuesta: $k_q = \frac{\pi}{L} q$, $q = 1, 2, \ldots$

Indicación. Representar en forma compleja la onda incidente $A \exp(ik_1 z)$, la onda dentro del patrón $B \exp(ikz) + C \exp(-ikz)$ y la onda que pasa a través de este último, $D \exp(ik_1 z)$. Si designamos por t_1, t_2 y ρ_1 y ρ_2 los factores de cresta de transmisión y de reflexión de los espejos del patrón, el sistema de ecuaciones para hallar las amplitudes B, C, D, tiene el siguiente aspecto

$$B = \rho_1 C + t_1 A,$$
$$C \exp(-ikL) = \rho_2 B \exp(ikL), \qquad (1)$$
$$D \exp(-ik_1 L) = t_2 B \exp(ikL),$$

(el origen de coordenadas se instala en el primer espejo, el eje Oz es perpendicular al plano del espejo).

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se pueden obtener los factores de reflexión y de transmisión del patrón (véase el ejercicio 47). Si hacemos $A = 0$,

el sistema de ecuaciones (1) determinará las soluciones propias del problema. Siendo $A = 0$, el sistema (1) es homogéneo y las soluciones distintas de cero, son posibles solo en caso de que su determinante sea igual a cero. Esta condición da la ecuación respecto a k

$$\rho_1\rho_2 \exp(2ikL) = 1,$$

que tiene solución sólo para k complejo

$$k = k' + ik'' = \frac{\pi}{L} q - i\frac{1}{L}\ln(1/\rho_1\rho_2).$$

La parte imaginaria k'' determina la variación de las amplitudes en el espacio.

250. Calcular la posición z_0 de la sección con radio mínimo y la magnitud de este radio a_0 para el haz de Gauss, cuyas dos frentes de onda coinciden con dos espejos coaxiales con distancias focales f_1, f_2 y situados en los puntos z_1, z_2 del eje común. Al analizar las fórmulas obtenidas para diversas relaciones entre f_1 y f_2 ($f_1 = f_2$); $f_1 \to \infty$; $f_1 < 0$, $f_2 > 0$, etc.).

Respuesta:

$$z_0 = z_1 + \frac{L}{2}\frac{2f_2/L - 1}{(f_1 + f_2)/L - 1}, \tag{1}$$

$$a_0^2 = \frac{\lambda L}{4}\sqrt{\left(\frac{2f_1}{L} - 1\right)\left(\frac{2f_2}{L} - 1\right)\left(2\frac{f_1 + f_2}{L} - 1\right)\Big/\left(\frac{f_1 + f_2}{L} - 1\right)^2}, \tag{2}$$

$L = z_2 - z_1$.

Indicación. De la relación (228.1) y las condiciones del problema se desprenden dos ecuaciones

$$2f_1 = z_2 - z_0 + \frac{(a_0^2 k)^2}{z_2 - z_0},$$

$$-2f_1 = z_1 - z_0 + \frac{(a_0^2 k)^2}{z_1 - z_0},$$

respecto a las magnitudes incógnitas z_0 y a_0. Con ayuda de los parámetros

$$g_1 = 1 - L/2f_1, \quad g_2 = 1 - L/2f_2 \tag{3}$$

las correlaciones (1), (2) pueden escribirse de la forma

$$a_0^2 = \frac{\lambda L}{2\pi}\sqrt{\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{[2g_1 g_2 - g_1 - g_2]^2}},$$

$$z_0 = z_1 + L\frac{g_2(1 - g_1)}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2}. \tag{4}$$

De (4) se desprende la siguiente condición de existencia de la solución:

$$0 < g_1 g_2 < 1,$$

o, en las designaciones anteriores

$$0 < (1 - L/2f_1)(1 - L/2f_2) < 1. \tag{5}$$

251. Calcular la diferencia de las frecuencias que corresponden a dos ondas laterales con índices m, n, que difieren en 1. Comparar con los $\Delta\omega$, correspondientes a la variación en 1 del índice axial q.

Respuesta: $\omega_{m,\,n,\,q} \approx \omega\left(1+{}^1/_2\theta^2_{m,\,n}\right)$, $\theta^2_{m,\,n} \ll 1$, $\omega = \dfrac{\pi c}{Ln_{cp}}q$,

$$\omega_{m+1,\,n+1,\,q} - \omega_{m,\,n,\,q} = \omega\left[(\lambda/a)^2(2m+1) + (\lambda/b)^2(2n+1)\right] =$$

$$= \Delta\omega\left[\frac{\lambda L}{a^2}(2m+1) + \frac{\lambda L}{b^2}(2n+1)\right],$$

$$\Delta\omega = \frac{\pi c}{Ln_{cp}}.$$

252. Establecer la dependencia de las pérdidas de difracción en función de las magnitudes m, n, $\sqrt{\lambda L/a}$, $\sqrt{\lambda L/b}$ para un resonador con espejos planos de dimensión ab

Indicación. Después de propagarse la onda a una longitud h, fuera del segundo espejo puede penetrar sólo aquella parte de energía que pasa a través de la banda a lo largo del perímetro del frente de onda inicial con un ancho de orden $\sqrt{\lambda L}$. Tomando la dependencia de la energía en función de las coordenadas de tipo

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{a}mx\right)\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{b}ny\right), \tag{1}$$

para la energía total hallamos

$$\int_0^a\int_0^b \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{a}mx\right)\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{a}my\right)dx\,dy = {}^1/_4ab.$$

La energía concentrada en esta banda, es igual a

$$2b\int_0^{\sqrt{\lambda L}}\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{a}mx\right)dx + 2a\int_0^{\sqrt{\lambda L}}\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{b}ny\right)dy \approx \frac{2\pi^2}{3}\left(\frac{m^2}{a^2}b + \frac{n^2}{b^2}a\right)(\lambda L)^2/4$$

con la particularidad de que los senos se sustituyen por los argumentos. Por lo tanto, para las pérdidas relativas tenemos

$$\gamma \approx m^2\left(\sqrt{\lambda L}/a\right)^2 + n^2\left(\sqrt{\lambda L}/b\right)^2. \tag{2}$$

Según cálculos exactos, el coeficiente de proporcionalidad es igual a 1,03.

La relación obtenida es válida si los senos pueden sustituirse por los argumentos, es decir, si

$$\pi\frac{\sqrt{\lambda L}}{a}m \ll 1,$$

$$\pi\frac{\sqrt{\lambda L}}{b}n \ll 1.$$

El mismo resultado (2) se obtiene también para el análisis separado de la difracción de Fresnel para cada una de las ondas planas que forma una onda estacionaria (1). Al sumar las figuras de difracción de las ondas planas es necesario tomar en consideración la oposición de sus fases.

253. Determinar la dependencia de la radiación del láser en función del tiempo, al excitar N tipos de oscilaciones, equidistantes según la escala de frecuencias y que poseen iguales amplitudes.

Respuesta: $s = NA\dfrac{\operatorname{sen}(^1/_2 N\Delta\omega)}{\operatorname{sen}(^1/_2\Delta\omega)}\cos(\omega_0 + {}^1/_2(N-1)\Delta\omega t$.

Indicación. En la suma

$$s = A\sum_{j=0}^{N-1}\cos(\omega_0 + j\Delta\omega)\,t$$

emplear la representación compleja de las funciones trigonométricas.

254. Deducir la fórmula (232.3).

Indicación. Emplear las relaciones

$$P = 2\pi\int_0^a S(r)\,r\,dr; \qquad S(r) = \frac{cn_0}{8\pi}A_0^2(1 - r^2/a^2).$$

255. Determinar la curvatura ρ del rayo en el haz con dependencia lineal entre la iluminación y la coordenada en la sección transversal. Calcular el ángulo θ de la desviación y el desplazamiento del haz Δx en una capa de grosor l.

Respuesta: $\rho = \dfrac{n_0 A_0^2}{2an_0}$; $\quad \theta = \dfrac{n_2 A_0^2 l}{2n_0 c}$; $\quad \Delta x = \dfrac{n_2 A_0^2}{n_0}\dfrac{l^2}{4a}$.

Indicación. Emplear la expresión para la curvatura del rayo $\rho = \dfrac{d}{dx}(\ln n)$, haciendo $\theta \ll 1$.

256. Deducir las fórmulas (233.3).

Indicación. Emplear la fórmula de la red

$$n_0 d(\operatorname{sen}\theta_m - \operatorname{sen}\theta_0') = m\lambda; \qquad d = \frac{\lambda}{2n_0\operatorname{sen}\theta_0'}$$

y la ley de refracción
$n\operatorname{sen}\theta' = \operatorname{sen}\theta$.

257. Calcular el momento dipolar de una molécula anharmónica, inducido por un campo monocromático

$$E(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

y por un campo compuesto por dos ondas monocromáticas

$$E(t) = A_1\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2\cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Respuesta:

$$p = \frac{e^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}E(t)\left[1 + {}^3/_4\gamma\frac{(e/m)^2}{(\omega_0^2-\omega^2)^2}A^2\right] +$$
$$+ {}^1/_2\beta\left(\frac{e}{m}\frac{A}{\omega_0^2-\omega^2}\right)^2\left[\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2(\omega t+\varphi)}{\omega_0^2-(2\omega)^2}\right] +$$
$$+ {}^1/_4\gamma\left(\frac{e}{m}\frac{A}{\omega_0^2-\omega^2}\right)^3\frac{\cos 3(\omega t+\varphi)}{\omega_0^2-(3\omega)^2}, \qquad (1)$$

$$p = p_1 + p_2 + \frac{\beta e^2}{m^2}B_1B_2\left[\frac{\cos(\Phi_1-\Phi_2)}{\omega_0^2-(\omega_1-\omega_2)^2} + \frac{\cos(\Phi_1+\Phi_2)}{\omega_0^2-(\omega_1+\omega_2)^2}\right] +$$
$$+ \frac{3\gamma e^4}{4m^3}\left\{B_1^2B_2\left[\frac{2\cos\Phi_2}{\omega_0^2-\omega_2^2} + \frac{\cos(2\Phi_1-\Phi_2)}{\omega_0^2-(2\omega_1-\omega_2)^2} + \frac{\cos(2\Phi_1+\Phi_2)}{\omega_0^2-(2\omega_1+\omega_2)^2}\right] +\right.$$
$$\left. + B_1B_2^2\left[\frac{2\cos\Phi_1}{\omega_0^2-\omega_1^2} + \frac{\cos(2\Phi_2-\Phi_1)}{\omega_0^2-(2\omega_2-\omega_1)^2} + \frac{\cos(2\Phi_2+\Phi_1)}{\omega_0^2-(2\omega_2+\omega_1)^2}\right]\right\}. \qquad (2)$$

Las magnitudes p_1, p_2 en (2) se obtienen de p (véase (1)), sustituyendo ω, A por ω_1, A_1 y por ω_2, A_2, respectivamente.

En (2) se han introducido las designaciones

$$B_{1,2}=\frac{A_{1,2}}{\omega_0^2-\omega_{1,2}^2}; \quad \Phi_{1,2}=\omega_{1,2}t+\varphi_{1,2}.$$

258. Hallar las ondas monocromáticas planas (frecuencia 2ω) que son la solución de las ecuaciones de Maxwell,

$$[kE]=\frac{2\omega}{c}H; \quad [kH]=-\frac{2\omega}{c}\varepsilon(2\omega)E-\frac{2\omega}{c}4\pi P_{\text{no}}$$

con una polarización no lineal

$$P_{\text{no}}=eP_0\exp[-2i(\omega t-k_{21}r)];$$

e es el vector unitario a lo largo de P_{no}. Al buscar la solución particular de sistema heterogéneo considerar k igual a $2k_{21}$.

Respuesta: $E=A^0\exp[-i(2\omega t-k_{22}r)]+B\exp[-2i(\omega t-k_{21}r)]$,

$$k_{22}^2=\left(\frac{2\omega}{c}\right)^2\varepsilon(2\omega); \quad B=-\frac{4\pi}{\varepsilon(2\omega)}\frac{k_{22}^2e-4k_{11}(k_{21}e)}{k_{22}^2-4k_{11}^2}P_0;$$

A^0 es un vector constante arbitrario.

259. Verificar la validez de la desigualdad

$$k_3>k_2+k_1; \quad k_j=\frac{\omega_j}{c}n_j; \quad n_j=n(\omega_j)$$

con las condiciones

$$\omega_3=\omega_2+\omega_1>\omega_2>\omega_1; \quad n_3>n_2>n_1.$$

Respuesta: La desigualdad es equivalente a

$$(n_3-n_2)\omega_3>0>-(n_2-n_1)\omega_1.$$

260. Expresar el factor de amplificación para la dispersión Raman forzada de Stokes por medio de la potencia total (según las frecuencias y los ángulos) de la dispersión Raman espontánea.

Indicación Los razonamientos son análogos al caso de la emisión inducida para los pasos del átomo entre los estados m y n. Conforme a las fórmulas (223.3) y (211.15) tenemos las relaciones

$$\alpha(\omega)=\pi/4\lambda^2a_{mn}(\omega)(N_m-N_n); \quad q_{mn}^{\text{esp}}(\omega)=\hbar\omega a_{mn}(\omega)N_m,$$

mediante las cuales puede expresarse $\alpha(\omega)$ por $q_{mn}^{\text{esp}}(\omega)$:

$$\alpha(\omega)=\frac{\lambda^2}{4\hbar\omega}\left(1-\frac{N_n}{N_m}\right)q_{mn}^{\text{esp}}(\omega).$$

La relación obtenida entre el factor de amplificación y la densidad espectral de la emisión espontánea es común para todos los procesos radiactivos (entre ellos para la dispersión Raman), con la particularidad de que por m, n hay que comprender los estados inicial y final para el proceso examinado.

En caso de dispersión Raman de Stokes el estado oscilante no excitado, sirve de estado inicial m, y el excitado de estado final n. Si $\hbar\omega_1\gg kT$, $N_n/N_m\ll 1$ y el término N_n/N_m puede omitirse. Teniendo en cuenta la polarizabilidad y la anisotropía de la dispersión Raman (radiación excitante lineal-

mente polarizada) y suponiendo que la forma del circuito de Lorentz es una línea espectral, se puede llegar a la relación

$$\alpha_s = \frac{3}{4\pi}\frac{\lambda_s^2}{\hbar\omega_s}\frac{\Phi_s}{\Gamma} = \frac{3}{4\pi}\frac{\lambda_s^2 CJ}{\hbar\omega_s\Gamma}.$$

261 Determinar la parte de resonancia de oscilaciones forzadas de los núcleos de la molécula al interaccionar con el campo descrito por la fórmula (239.5).

Respuesta:

$$\xi = \xi_0 \operatorname{sen}(\omega_l t + \varphi - \varphi_s), \quad \xi_0 = \frac{\mu A A_s}{2m\Gamma\omega_l} \tag{1}$$

Indicación. La fuerza excitatriz en la ecuación del movimiento de los núcleos (239.4) contiene la parte

$$AA_s \cos[(\omega - \omega_s)t + \varphi - \varphi_s],$$

que varía con la oscilación propia de las oscilaciones de los núcleos. Las oscilaciones provocadas por esta parte de la fuerza son precisamente descritas por la fórmula (1).

262. Hallar la dirección, para la cual tiene lugar la adición de las ondas antistokes secundarias, emitidas por una capa de sustancia dispersante (el

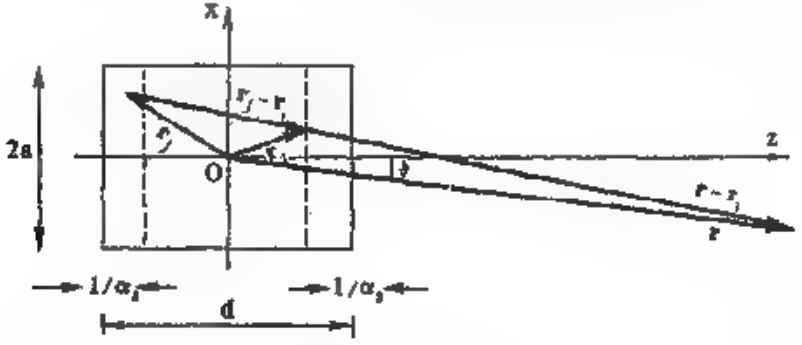


Fig. 46

grosor de la capa es d, véase la fig. 46) para una gran amplificación de la radiación de Stokes ($\alpha_s d \gg 1$) y pequeño radio del haz de la luz excitatriz ($a^2 \ll \ll \lambda d^2\alpha_s$).

Respuesta: $4\operatorname{sen}^2\theta/2 \approx \theta^2 = 2(k_s + k_{as} - 2k)/k_{as}$, donde θ es el ángulo entre las direcciones de la coincidencia de fases y la propagación de la radiación excitante

Indicación. La fase de las oscilaciones del componente antistokes p_{as} del momento dipolar (véase (239.7)) es igual a $2\varphi - \varphi_s$, donde φ y φ_s son las fases de las ondas de Stokes excitatriz y amplificada en el punto $r_l(x_l, y_l, z_l)$ de disposición de una de las moléculas dispersantes. En el punto de observación $r(x, y, z)$ (véase la fig. 46) la fase de la onda antistokes, emitida por esta molécula, es igual a

$$\psi = k_{as}|r - r_l| + 2\varphi - \varphi_s$$

$$k_{as} = \omega_{as} n_{as}/c$$

La onda excitatriz se propaga a lo largo del eje z, debido a lo cual

$\varphi = kz_j$, $k = \omega n/c$.

La radiación de Stokes en el punto r_i es la suma de las ondas de Stokes, emitidas por todas las moléculas de la capa. Designemos la posición de una de ellas por r_j (x_j, y_j, z_j). La fase de una de estas ondas de la molécula j-ésima en el punto r_i es igual a

$\varphi_s = k_s |r_i - r_j|$, $k_s = \omega_s n_s/c$.

De este modo

$\psi = 2kz_j + k_{as} |r - r_i| - k_s |r_i - r_j|$.

Estudiando la radiación antistokes en la zona de Fraunhofer, obtenemos

$|r - r_i| \approx r - rr_i/r \approx r - z_i \cos\vartheta - (xx_i + yy_i)/r$.

Debido a que, según el supuesto $\alpha_s d \gg 1$, la mayor intensidad la tienen las ondas Stokes que atravesaron casi todo el grosor del volumen dispersante (ley amplificador) es decir, las ondas emitidas en una capa de grosor del orden $1/\alpha_s$ que se halla en el límite izquierdo del volumen y el momento dipolar inducido p_{as} en la capa del mismo grosor en el límite opuesto, o sea derecho, del volumen. En la fig. 46 estas capas se indican mediante líneas de trazos. Por eso se puede considerar que $d - (z_i - z_j) \sim 1/\alpha_s \ll d$. Luego si el diámetro de la zona radiante que se determina por el diámetro del haz de la radiación excitatriz $2a$, es lo suficientemente pequeño, $|r_i - r_j|$ se puede desarrollar según las potencias de las coordenadas transversales y emplear la condición de la amplificación intensa

$|r_i - r_j| \approx z_i - z_j + [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]/d$.

De este modo, resumiendo los razonamientos expuestos, hallamos

$\psi = k_{as} r + k_s z_j - k_s [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]/d -$
$- k_{as} |xx_i + yy_i|/r + (2k - k_s - k_{as} \cos\vartheta) z_i$.

Los cálculos ulteriores de la difusión antistokes comprende la adición de las ondas secundarias con fases ψ_i con la particularidad de que la adición se debe realizar tanto por j, como por i. Sin embargo, las principales peculiaridades cualitativas de la indicatriz de la difusión antistokes pueden aclararse sin ejecutar la adición indicada en forma explícita. Ya que en la expresión para ψ hay términos que dependen sólo de las coordenadas transversales x_j, y_j, x_i, y_i y el término que depende sólo de z_j, las adiciones según x_j, y_j, x_i, y_i y z_i son independientes y el resultado final contendrá sólo dos factores. Uno de ellos, correspondiente a la adición por z_j, toma un valor máximo si el coeficiente para z_j en la expresión para ψ se anula, o sea, $2k - k_s - k_{as} \cos\vartheta = 0$. En dirección, correspondiente a esta condición, las ondas antistokes de diferentes capas llegan al punto de observación con fases iguales (dirección de la coincidencia de fases espacial). De la condición señalada, hallamos

$2 \operatorname{sen}^2 \vartheta/2 \approx \vartheta^2 = \sqrt{2(k_s + k_{as} - 2k)/k_{as}}$.

La adición según j determinará la zona de coherencia en la capa derecha de la fig. 46 con dimensiones $2l_{coh} = \lambda d/2a$ véase el § 22) y la adición según i, la dependencia angular del segundo factor. Su ancho angular es igual a la relación de la longitud de onda a $2l_{coh}$, o sea,

$\lambda/2l_{coh} = 2a/d$, si $2l_{coh} = \lambda d/2a < 2a$,

o bien a la relación de la longitud de onda a 2a,

$\lambda/2a$, si $2l_{coh} \geqslant \lambda d/2a > 2a$.

283. Examinar el proceso de holografía de un objeto que consta de dos puntos alejados infinitamente que emiten al holograma ondas con ángulo de incidencia φ_1, φ_2. Calcular la distribución de las intensidades en la figura de interferencia en el holograma. Determinar los ángulos de difracción de la onda transmisible. Aclarar la cuestión acerca de la semejanza del objeto y las imágenes (real e imaginaria). Establecer la condición de desaparición de la imagen real.

Respuesta: La distribución de la intensidad en el plano del holograma tiene el aspecto

$$a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d_1}x + \psi_1\right) +$$

$$+ 2a_2a_0 \cos\left(\frac{2\pi}{d_2}x + \psi_2\right) + 2a_1a_2 \cos\left(\frac{2\pi}{d_3}x + \psi_3\right),$$

donde a_0, a_1, a_2 son las amplitudes de las ondas de referencia y de objeto; ψ_1, ψ_2, ψ_3 son las fases constantes; los períodos d_1, d_2, d_3 del sistema de bandas son iguales a

$d_1 = \lambda/(\text{sen } \varphi_0 - \text{sen } \varphi_1)$;

$d_2 = \lambda/(\text{sen } \varphi_0 - \text{sen } \varphi_2)$;

$d_3 = \lambda/(\text{sen } \varphi_1 - \text{sen } \varphi_2)$.

φ_0 es el ángulo de incidencia de la onda de referencia. Las bandas con períodos d_1, d_2 están relacionadas con la interferencia de las ondas de objeto con la onda de referencia; la difracción de la onda transmitida en las correspondientes redes de Rayleigh conduce a la formación de imágenes, es decir, ondas planas, cuya dirección de propagación se prefija por las relaciones

$$\text{sen } \theta_{m,1} = \text{sen } \varphi_0 + m\,(\text{sen } \varphi_0 - \text{sen } \varphi_1),$$

$$\text{sen } \theta_{m,2} = \text{sen } \varphi_0 + m\,(\text{sen } \varphi_0 - \text{sen } \varphi_2).$$

Para las imágenes real e imaginatoria $m = -1$ y 1. La red con período d_3 forma ondas con direcciones de propagación

$$\text{sen } \theta_{m,3} = \text{sen } \varphi_0 + m\,(\text{sen } \varphi_1 - \text{sen } \varphi_2), \quad m = \pm 1.$$

La imagen imaginaria es análoga al objeto, ya que $\theta_{-1,1} = \varphi_1$, $\theta_{-1,2} = \varphi_2$ y $\theta_{-1,1} - \theta_{-1,2} = \varphi_1 - \varphi_2$. La imagen real no es semejante al objeto, ya que $\theta_{1,1} - \theta_{1,2} \neq \varphi_1 - \varphi_2$. Las condiciones de desaparición de la imagen real $|2 \text{ sen } \varphi_0 - \text{sen } \varphi_1| > 1$, $|2 \text{ sen } \varphi_0 - \text{sen } \varphi_2| > 1$.
Las ondas que aparecen a causa de la difracción en la red con un período d_3, no se recubren por las ondas que forman la imagen, si el ángulo de incidencia φ_0 de las ondas de transmisión y de referencia se diferencian de φ_1, φ_2 más que φ_1 y φ_2 entre sí.

264. 1) Determinar la posición del objeto, para el cual los aumentos transversal y longitudinal de la imagen real son iguales.

2) Calcular el aumento transversal de la imagen complementaria en caso de una onda de referencia plana.

Respuesta: 1) $\frac{1}{r_0} = \frac{1}{k'+k}\left(\frac{k}{r_0} + \frac{k}{r_0}\right)$. 2) $V'' = 1 - \left(\frac{1}{(k'/k)\,(r_0/r_0)}\right)$. La imagen complementaria es aumentada y la onda de transmisión, divergente.

265. Demostrar que la distribución de la iluminación en la figura de interferencia que se forma en el plano H (véase la fig. 11.7), es en sí la transformación de Fourier de la distribución de la amplitud del campo en el plano del objeto.

Indicación Designemos OS por x', por x, la coordenada corriente en el plano H del holograma; por $T(x')$, la amplitud relativa del campo en el objeto (coeficiente de su transmisión). La parte variable de la iluminación en la figura de interferencia, que se condiciona mediante la acción del elemento dx' del objeto, es proporcional a la amplitud del campo en el punto x'

$$dI(x) \sim T(x')\,dx' \cos\frac{2\pi}{\mathscr{B}}x; \qquad \mathscr{B} = \lambda r_0/x',$$

donde $\mathscr{B}$ es el período de las franjas de interferencia. La intensidad, determinada por la luz de todo el objeto, será

$$I(x) \sim \int T(x') \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{x}{r_0}x'\right) dx';$$

lo que se tenía que demostrar.

266. Deducir las relaciones que determinan las posiciones de la imagen principal y adicional, que se forman por la reproducción del holograma, comprimida M veces en comparación con el original

Respuesta: Las relaciones buscadas se obtienen de las fórmulas del § 61 como resultado de las sustituciones. $k \to kM$, $r_0 \to r_0/M$, $r_s \to r_s/M$, $\rho_s \to \rho_s/M$, $\rho_0 \to \rho_0/M$. En particular,

$$V' = \frac{M}{M^2(1 - r_s^2/r_0^2) + (k'/k)(r_s/r_0')}.$$

Indicación La expresión para la fase $\psi(\rho)$ (véase (61,3)) en el caso en cuestión tiene la forma

$$\begin{aligned}\psi(\rho) = {} & k\,|\,r_s + \rho_s - M\rho\,| - k\,|\,r_1 + \rho_0 - M\rho\,| + \\ & + k'\,|\,r_0' + \rho_s' - \rho\,| = kM\,|\,r_s/M + \rho_s/M - \rho\,| - \\ & - kM\,|\,r_0/M + \rho_0/M - \rho\,| + k'\,|\,r_0' + \rho_s' - \rho\,|.\end{aligned}$$

Las fórmulas para las imágenes principal y adicional se transforman la una en la otra durante la sustitución de k por $-k$, como se deduce de la comparación de las expresiones para los campos $\mathscr{E}_2(\rho)$ y $\mathscr{E}_3(\rho)$, introducidos en el § 61:

$$\mathscr{E}_2(\rho) = T_0 E_0^*(\rho)\,E'(\rho)\,E(\rho);$$
$$\mathscr{E}_3(\rho) = T_0 E_0(\rho)\,E'(\rho)\,E^*(\rho).$$

267. Mostrar que el lugar geométrico de los puntos de iguales valores de la amplitud de oscilaciones para la interferencia de dos ondas planas con vectores de onda k_0 y k, son en sí planos perpendiculares al vector $k - k_0$. Calcular el período de la estructura de interferencia.

Respuesta: El período es igual a

$$d = 2\pi/|\,k - k_0\,| = \lambda/2\,\mathrm{sen}\,{}^1\!/_2\theta),$$

donde θ es el ángulo entre los vectores k y k_0.

268. Aclarar la condición de extinción de la interferencia de la onda difractada del orden de $m = 1$, en caso de un holograma volumétrico de la onda plana (véase la fig. 11.10). Las ondas de transmisión y de referencia inciden sobre el holograma de modo perpendicular a su superficie.

Respuesta: La relación de las intensidades de las ondas de los órdenes de $n = 1$ y -1 es igual a

$$\left[\frac{\operatorname{sen}(2kh \operatorname{sen}^2 {}^1/_2\theta)}{2kh \operatorname{sen}^2 {}^1/_2\theta}\right]^2,$$

donde h es el grosor del holograma; θ, el ángulo entre las ondas de objeto y de referencia. La condición de extinción de la onda $n = 1$, se puede enunciar de este modo:

$2kh \operatorname{sen}^2 {}^1/_2\theta \geqslant \pi$, o bien, $h \geqslant \lambda\,[2 \operatorname{sen} {}^1/_2\theta]^2$.

Indicación. Dividir mentalmente el holograma (véase la fig. 11.10, *b*) en capas infinitamente finas, dz (el eje z es perpendicular a la superficie del holograma). Considerar cada una de estas superficies como red de Rayleigh, es decir, tomar en consideración la modulación de la amplitud de la onda de transmisión, según la ley $\cos(k - k_0)r$ (véase el ejercicio 267). Examinar la interferencia de las ondas que salen de todas las capas elementales del holograma.

NOMBRES DE CIENTÍFICOS

E Abbe I 153, 298, 331, 335, 338, 375, II 82
Abraham H. II. 134
Airy II. 40, 42
Ajmánov S. A II 471
Algarén (Aljaytam) I. 12
Anderson L. 221, II 17
Angström K. I. 216
Arago D. I. 17, 397, 404, 415; II. 15, 39, 44, 104
Aristóteles I. 11
Arkádiev V. K. I. 144
Arkádieva-Glagóleva A. A. I. 429
Aslakson II. 20
Auger II. 402
Avogadro I. 440

Bahinet I. 424
Balmer J II 326
Bartolinus E I. 15, 396
Básov N. G. II 401
Becquerel J II. 373
Beer II 159
Belopolski A. A. II. 32
Bergstrand II. 17, 20
Bessel II. 13
Billet I 71
Biot J B. I. 414, II 217
Bohr N II 325. 334, 361
Boltzmann II 306, 312
Bonch-Bruiévich A. M II. 47
Born Max II. 132, 224
Bothe II. 250
Bougier P. II 169
Brackett F. II 328
Bradley J II 12
Bragg W I. 279, 437
Brewster D. I. 401; II. 76, 79, 124
Brodhum L. 58
de Broglie L. 383
Brown I. 113
Brugberg E. M. I. 382
Bulsson H. II 33
Bunsen R. II. 277
Burslán V. R II 224
Buys-Ballot II 30

Cassegrain I. 358
Cauchy A. II. 147
Compton A I. 218; II 261
Cordier L. 414
Corno I. 174; II. 17, 32
Cotton A. II 135
Crookes W. II. 269
Cherenkov P. A II 377

Davisson C. I 368
Debye P. I 387 439
Deill I 170
Denisiuk Yu. N. I. 278
Descartes Rene I. 12

Doan R I. 218
Doppler Ch I. 149, 248' II 25-33, 59
Drude P. I. 121, II 89, 218

Eddington II. 274
Ehrelfest P. II. 24
Ejlenvald A. A. II. 40, 84
Einstein A. II. 49, 54, 187, 246, 277, 346 352, 407, 475
Essen II. 20
Euclides I. 11
Euler L. I. 14, 17, 20, 27

Fabelinski J. L. I. 218
Fabrikant V. A II 393, 401
Fabry Ch I 148; II. 33, 415
Faraday M I 18, II. 138, 224
Fermat P I. 290, 284
Fitzgerald G. II. 41 56
Fizeau H. I 153, 205, II. 15, 38
Fok V. A I. 184
Foucauet L. I. 14, II. 17
Fourier J. I 28, 29, 237, 269
Frank I. II. 387
Franklin II 269
Fraunhofer J I. 181, 197, 220
Fresnel A I 17, 68, 76, 156, 170, 257, 397, 415, II. 39, 71, 99, 147, 220
Frum II. 20

Gabor D. I. 261, 276
Galileo Galilei II 9, 15, 35, 37
Garlola K. II 373
Gauss K. I 194, 3.2. II. 420
Gerlke I 146, 224, 231
Gerlach W II. 168
Germet L. I. 386
Goldgammer G. A. I 434
Golitsin B. B. II. 32
Grimaldi F. I. 15, 80
Gross G II 84
Gullstrand A. I. 348

Hallwachs W. II. 241
Hamilton W. I. 383
Hefner F. I. 84
Helmholtz H. I. 302; II. 291
Herapath W I. 414
Herschel W. I. 357, 428
Hertz H I. 18, 429; II 37, 241
Hollweck F. I 443
Hooke R. I. 15, 129
Hull A. I. 439
Huygbens Ch I 15, 61, 156, 398; II. 108

Illingwort II 48
Ioffe A. F. II. 249
Iverson II 20
Ives H. E I. 121; II. 61

Jamin J. I. 135; II 142
Jeans J. II 311

Jeedmein II. 471
Jojlov R. V. II 471
Jonng Th. I 17 79, 84, 107, 129, 180, 397 416, II. 126, 269

Kabann II. 195
Kapitsa P L. II. 232
Kennedy II. 48
Kepler J. II. 269
Kerr J II 126, 134, 194, 202, 408
Kirchhoff G. I. 179; II 298, 312
Kohlrausch F. I 17
Kundt A. II. 89, 143

Ladenburg R. II 163
Lagrange J. I 302
Lambert J. I. 45, 53
Landau L. D. II. 201
Landolt I. 349
Landsberg G S II. 191, 201, 204
Langevin P II. 131
Langley W. II. 92
Langmuir I. II. 320
Lane Max I 245, 435, 436
Lébedev P. N. I. 386, 429, II. 269
Leith E. N. I. 276
Lemoine J. II 134
Lenard P. II 242
Lenin V I. II 65
Leontóvich M A I. 181; II. 201
Le Roux P. II. 141
Levitskaya M. A. I. 429
Linnik V. P I. 140, 153
Lippman G I 124
Lomonósov M V I. 17, 19, 357, 364, 370; II 129
Lorentz H I 19, 21, II. 37, 43, 54, 159, 229, 308
Lorenz L. II 159
Lo Surdo II. 239
Lyman T. II. 238
Lukirski P. I. II. 246
Lummer O. I. 58, 146, 224, 231

Lloyd H I. 73, 78

Maksutov D. D I 358
Malus E. I 396, 400, 404
Mandelshtam L. I. I. 379; II. 85, 171, 185, 197, 204, 378
Marie Francois I. 60
Maupertius I 384
Maxwell J. I. 18, 24, 485; II. 67, 97, 137
Michelson A. I 21, 128, 139, 147, 205, 207, 221, II. 18, 20, 38, 44
Miller II. 48, 471
Millican R. II. 247
Miraldy J. I. 170
Morley E. II. 46
Mosley H. I 437
Mouton H II. 135
Mössbauer R. II. 289

Nicol V I. 410
Nerst I. 121
Newkomb II. 18
Newton I. I. 12, 129, 334, 356, 392, 395; II. 139

Obreimov I. V. II. 181

Paschen F. II. 326
Pasteur L. II 222
Perot A I 143; II. 33, 415
Perroten II 17
Pfund A II. 238

Planck M. I. 21, 383; II 68, 310, 312, 334, 337
Pohl R. I. 78, II. 282
Poisson N I. 170
Poylting H I. 35
Prevost P. II. 296
Prójorov A. M. II 401
Ptolomeo I. 11
Puffrich II. 81

Quincke G II. 84

Raman H 187, 210, 474, 480
Rayleigh R. I. 84, 93, 115, 188, 204, 218, 226, 236, 237, 371, 393; II 21, 194, 201, 308
Ritov B. M. I 218; II 201
Ritter I. 428
Ritz W. II. 46, 331
Rochon A. I. 414
Roemer O. II. 10
Roentgen W. I. 244, 386, 431, 434
Roscoe H II 277
Rowland H. I. 216, 221
Rozhdéstvenski D. S. I. 381; II 142
Rutherford E. II 331, 351
Rydberg I. II. 327

Savostiánova M. V II 282
Scharfer C. II. 84
Scherrer P. I. 388, 439
Seebeck A. I. 414, II. 124
Selenyi O. II. 85
Senarmont H I. 414
Senebier J II 277
Smoluchowski M II. 185
Snell W I. 12
Sommerfeld A. I. 180; II. 381
Soret I. 163
Stark J I. 149; II. 38, 177, 237
Stefan J. II 306
Stólétov A G. I. 402; II. 77, 421
Stokes G. I 434, II. 295, 367
Struve V. Ya. II 13

Tamm I. E II. 378
Thomson G. P I. 386
Thomson J. J. II. 242, 351
Timoreva A V. II 224
Townes Ch. II. 401
Twaiman I. 163
Twiss I. 113
Tyndall J. I. 241, II 182

Ulbricht I 59
Unov N. A. I. 35
Upatnieks J. I. 276

Vavilov S I. I. 80, 421; II. 188, 251, 322, 354, 371, 376, 396, 438
Verdet M. II. 225
Vogel II 32
Voigt W II. 238

Weber W I 17
Wien W. II. 175, 308, 343
Wiener O. I 115, 402
Wollaston W I. 414, 428
Wood R I 165, 218, 221, 420; II 143, 340, 363
Wulff Yu. V. I. 279, 437

Zeeman I. 426, II. 38, 229
Zernike I 392

ÍNDICE ALFABÉTICO

Aberración de la luz II. 12, 40
Absorción de la luz I 151; II 87, 165 y posteriores
— de multifotones II. 173, 254
Actividad óptica II. 119, 211, 219
Amplitud I 26
Amortiguamiento II. 174
— debido a la emisión II. 171
— natural II. 175
Analizador I 423
Ancho de franja I. 75
— — angular I 75
Ángulo de apertura I. 343
— de Brewster I 401; II. 74
— crítico II. 79
— de deslizamiento I. 437
Anarmonismo II. 455
Anillos de Newton I. 129—132, 253
Anteojo I 253
—, aumento de I. 354, 355
— avidrionoctumos I 270
Aparatos espectrales I 360
— —, dispersión de I 224, 363
Apertura I. 72, 378
— del haz I 304
— de los haces superpuestos I. 72
— de la interferencia I. 72
— numérica I 375, 379
— relativa I. 346
Aplanatismo I. 330
Apocromáticos I. 339
Apodización I. 127
Astigmatismo I. 326—327, 329—330
Aumento I 302, 310, 351
— angular I. 315
— lateral I. 311
— lineal I. 302, 314, 330
— longitudinal I. 319
Autodifracción II. 443—447
Autoenfoque II. 439—443, 474
—, longitud de II. 441
Autorreflexión II. 447

Bilente de Billet I 71
Biprisma de Fresnel I. 77,
Birrefringencia I 397, 408; II. 82, 97, 220
Bombeo óptico II 402

Candela I 52, 54
Catodoluminiscencia II. 294
Célula de Kerr II. 134

Coeficiente de absorción I. 151, II. 87, 270, 397
— — de rayos X I. 433
— de amplificación II 392, 397, 476
— de arrastre II 39, 53
— de despolarización II. 193, 201
— de Einstein, primero II. 346
— — —, densidad espectral del II. 352
— — —, segundo II. 348
— de no linealidad II. 451
— de polarizabilidad II. 181, 208
— de reflexión I. 151, II. 88, 167, 353, 392
— de transmisión I. 151, 234, 254; II. 77
Coherencia I. 61, 83, 260
— espacial I 85, 107
— — — parcial I. 108, 190, 207
—, grado de I. 95—115, 209, 361
—, longitud de I. 93, 109 II. 461
— parcial I. 68, 95
— temporal I. 146
—, tiempo de I. 94
—, zona de I 109, 276
Coincidencia de fases II. 391
— —, dirección de II. 482
— — espacial II 460
— — —, condición vectorial de II 470
Coma I 326, 330 333
Compensador de Babinet I. 424
Condición de generación estacionaria II. 398
— de los senos I 304, 330
Constante dieléctrica II. 95
— —, elipsoide de II, 97
— —, valores principales de II. 96
— de Kerr II. 128, 194
— de Kydberg II. 327
— de Verdet II 225
Criterio de Rayleigh I. 220—230, 372
Cuanto II 246 y posteriores
— de rayos X II. 248
Cuerpo absolutamente negro II. 271, 300, 305
— no negro II 305
Curva isocromática II. 117

Densidad espectral de la intensidad I. 101
— — — relativa I 102
— — de radiación II 248
— de población II. 345, 356, 391
— — inversa II. 392, 396, 404
Desarrollo de Fourier I 26, 29, 30

Despolarización II 193
—, coeficiente de II 194, 201
—, grado de II 193
— de la luz difundida II 194
Diafragma I 340
— de apertura I 341—343
— del campo visual I 344
Difracción I 108 y posteriores
— ángulo de I 214, 252
— por el borde de una pantalla I 171
— en estructuras bidimensionales I 238
— — tridimensionales I 249
— de Fraunhofer I 178 y posteriores
— — por orificio I 191
— — por rendija I 178—188
— de Fresnel I 181
— en una onda elástica II 190
— — ultrasónica I 245
— por un orificio circular I 188
— de rayos X I 264, 435
Difusión de la luz II 171, 178 y posteriores
— — en caso de fluctuación II 190, 198
— —, intensidad de II 183—211
— — de Rayleigh II 184, 196, 200
— —, en ausencia pura II 187
Dispersión I 19, 313; II 137
— anómala II 24, 141
— —, relación con la absorción de la luz II 141
— del aparato espectral I 224, 225, 362
— — — angular I 224, 362
— — — lineal I 224, 362
—, coeficiente de I 135
— espectral II 118, 212
— de la luz estimulada II 202, 474
— — — Raman II 474, 480
— — Raman II 204—211
— — —, espectros de II 205—210
— — — — componentes de Mandelstam-Brillouin II 190
— media I 335
— en los metales II 184
— negativa II 163
— no lineal II 451
— —, teoría de II 451—456
— normal II 24
— de los rayos X II 261—269
— relativa I 335
— rotativa II 214
—, teoría de II 147—166
Distorsión I 328, 329

Ecuación de Maxwell I 24; II 67
— —, solución para un medio anisótropo II 97
Efecto de Compton II 261
— —, teoría de II 262
— Doppler I 199; II 25, 39, 265
— Faraday II 224, 238
— fotoeléctrico II 240
— — externo II 256
— —, frecuencia límite de II 247
— — interno II 256
— —, leyes del II 243—256
— — no lineal II 255
— — selectivo II 253—256
— de saturación II 204
— Stark I 182; II 177, 287
— Zeeman II 227
— — anómalo II 234
— — inverso II 236
— — normal II 229
— —, teoría de II 229
Eje óptico I 307
— — del cristal I 400; II 102
— — de lente I 307
— — — principal I 307
— — — secundario I 307
— — del sistema I 313
— — — principal I 313
— — — secundario I 313
Electroluminiscencia II 294
Elipsoide de Fresnel II 99
— de índices II 100
Emisión espontánea II 346
— —, coeficiente de Einstein para II 346
— — contorno de la raya II 352
— inducida II 346, 475
— —, coeficiente de Einstein para II 346
— —, contorno de la raya II 352
Emulsión fotográfica II 280
— —, sensibilización de II 283
Escalón de Michelson I 221—224, 231
Escotilla de entrada I 344, 346
— de salida I 345
Espectro de bandas II 324
— de rayas II 324
Espectroscopio de Fourier I 102
Espejo doble de Fresnel I 70, 76
— de Lloyd I 76
Espiral de Cornu I 174
Esquemas interferenciales I 71—80
Estados estacionarios II 336
— excitados II 342
— —, duración del II 343, 375
— intercambiables II 343
— oscilatorios II 367
— rotatorios II 367
Eter I 14, 18, 21, 156, II 37
— arrastrado, teoría de II 37, 39
— inmóvil, teoría de II 43
Experimento de Airy II 40, 42
— de Fizeau II 38, 58
— de Michelson II 44—48

Factor de cresta de transmisión II 71
— — de reflexión II 71, 76
— de Kaboan II 104
— Q II 399
— — modulado II 407
Fenómeno de Cotton-Mouton II 135
— de Kerr II 126, 202, 408
— —, tiempo de existencia II 134, 282
— de Tyndal II 182
Flujo de energía radiante I 41, 42
Fluorescencia II 250, 371, 375
— de rayos X II 250
Foco I 296
— anterior I 300
— posterior I 300
Fórmula de Balmer II 336
— de Fresnel II 74
— de la lente I 306
— de Lorenz-Lorentz II 150
— de radiación de Planck II 310—313
— de Rayleigh II 23
— de Rayleigh-Jeans II 311, 350
Fosforescencia II 293, 373, 376, 381
Fotoluminiscencia II 294, 385
—, duración de II 372
—, espectro de II 368
—, extinción de II 371
Fotón II 251 y posteriores
Frecuencia angular I 27
Frente de onda I 37, 158
Fuerza del frenado II 152
— impulsiva II 163
— de Lorentz II 229
— del oscilador II 155
— de retención II 151, 454

Generación II. 396, 398
—, condiciones de II. 398
— estacionaria II. 398
—, potencia de II. 398, 414
Generador óptico cuántico: véase Láser

Haz conjugado I. 294
— de Gauss I. 194; II. 420
— homocéntrico I. 293, 297—299
— paraxial I. 297, 298
Holografía I. 240
Holograma I. 254
— de Denisiuk I. 278
— estereoscópico I. 278
— de Fresnel I. 257

Iluminación I. 44, 369
—, ley del inverso de cuadrados I. 44
Imagen estigmática I. 294
— holográfica I. 254, 256—257
— —, ampliación de I. 263
— — en colores I. 281
— — complementaria I. 265, 266, 277
— — principal I. 265, 267
— — real I. 255, 260, 265
— — virtual I. 266, 260, 264
— oculta II. 281
— primaria I. 376
— real I. 280
— secundaria I. 376
— virtual I. 299
Indice de refracción I. 13, 19, 91, 294 y posteriores
— — complejo II. 89, 157
— —, dependencia de la intensidad de II. 439
— —, medición de I. 164
Intensidad luminosa I. 42, 43
Interferencia I. 10 y posteriores
—, apertura de I. 72
— de ondas secundarias I. 158, 161
— — — monocromáticas I. 10 y posteriores
— — — no monocromáticas I. 75, 91, 102
— — — polarizadas I. 87, 415
— en caso de una gran diferencia de recorrido I. 147
—, franjas de igual inclinación I. 134, 140, 146
— — de igual espesor I. 128, 140
—, máximos de I. 68, 73
—, mínimos de I. 66, 73
—, orden de 75, 92
Interferómetro de Fabry-Perot I. 145; II. 415
— de Jamin I. 135—139
— de Michelson I. 139—140, 224, 251
— de Rayleigh I. 204—210
Invariante de Abbe I. 298
— — nulo I. 298

Kerr, fenómeno de: véase Fenómeno de Kerr

Lámina de Lummer-Gehrke I. 146, 147, 224, 231
Láser I. 69, 148; II. 388 y posteriores
—, principio de funcionamiento de II. 398
Lente acromática I. 337
—, centro óptico de I. 308
— convergente I. 310
— delgada I. 308
—, distancia focal de I. 308
— divergente I. 310
—, foco de I. 308
—, potencia de I. 312
Ley de Beer II. 109
— de Biot II. 217
— de Bougier II. 169
— de Brewster I. 401; II. 74
— de desplazamiento de Wien II. 408
— de equivalencia de Einstein II. 277
— de independencia de los haces luminosos I. 9
— de Kirchhoff II. 298
— de Lambert I. 45
— de Malus I. 404
— de propagación rectilínea I. 156, 291; II. 439
— de Rayleigh II. 184
— de reflexión I. 291; II. 68, 80, 469
— de refracción I. 291; II. 66, 83, 106, 468
— de Stefan-Boltzmann II. 306
— de Stokes II. 295
— de Wulff-Bragg I. 279, 437
Línea espectral I. 105; II. 174
— —, anchura de I. 105; II. 174, 325
— — — natural II. 175
— —, contorno de I. 105; II. 174, 351
— — multiplete II. 234
— — singlete II. 234
—, estructura fina de II. 197—202
— de Rayleigh II. 197
— —, ala de II. 201
Lumen I. 52, 54
Luminancia I. 45, 46; II. 298
— de imagen I. 366—368
Luminofósforos II. 391
Luminosidad I. 346
Lupa I. 351
—, aumento de I. 351
Lux I. 52, 54

Mancha de Poisson I. 171
Medio activo II. 382, 396
— no lineal II. 438
Microscopio I. 351
— electrónico I. 382
— con inmersión I. 253
—, método del campo oscuro I. 387
— —, de contraste fásico I. 387
—, poder separador de I. 253, 373—382
— —, teoría de difracción I. 375
Modelo del átomo II. 351
— — de Rutherford II. 352
— — de J. J. Thomson II. 351
Modulación I. 32, 248; II. 106
— de la amplitud I. 100
— de fase I. 100, 354

Normal ondulatoria I. 306, 408; II. 18—113
— secundaria I. 149
Número de onda I. 186; II. 326

Ojo I. 301, 340; II. 284
—, acomodación de I. 300
—, adaptación de II. 289
— normal I. 340
—, recepción de la luz por II. 284
— reducido I. 301, 348
— —, constantes de I. 348
—, sensibilidad espectral de II. 288
Onda I. 22 y posteriores
—, amplitud de I. 26
— coherente I. 65
— esférica I. 34
— estacionaria I. 115
— —, nodo de I. 117
— —, vientre de I. 117
— —, longitud de I. 27
— monocromática I. 26
— móvil I. 35
—, período de I. 26
— plana I. 34

— reconstruida I. 253
— testigo I. 251
— transversal I. 395
—, velocidad de I. 23
Opalescencia crítica II. 185
Optica
— geométrica I. 288 y posteriores
— no lineal II. 438 y posteriores
— —, reflexión de ondas II. 465—470
Oscilador anarmónico II. 172
— armónico II. 151, 310
—, fuerza de II. 155

Patrón de Fabry-Perot I. 143, 224; II. 414, 415
— de longitud I. 148
Pirometría II. 313—319
Placa zonal I. 162—165, 258
— — de amplitud I. 164
— — fásica I. 165
Plano conjugado I. 302
— de polarización I. 399; II. 211
— —, rotación de II. 211—219
— — —, constante de II. 218
— focal I. 308, 314
— principal I. 408
Poder de absorción II. 297, 300
— emisivo II. 297
— — de un cuerpo negro II. 301
— separador I. 225—232, 238
— — cromático I. 392
— — de microscopio I. 352, 373—382
— — de objetivo I. 370—373
— — de sistema holográfico I. 272
Polarizabilidad II. 181, 209
Polarización I. 40, 379 y posteriores
—, análisis de I. 423—426
— circular I. 40, 405, 416
— cromática II. 115
— elíptica I. 40, 405, 416
— en caso de difusión II. 192
—, grado de II. 76, 192
—, plano de I. 399; II. 211
—, plano de rotación de II. 211—218
— en caso de reflexión I. 400; II. 68, 76
— — de refracción I. 400; II. 68, 76
Postulados de Bohr II. 334
— de Einstein II. 49
Potencia de la luz I. 312
Presión de la luz II. 269 y posteriores
Principio cíclico II. 413, 419
— de combinación de Ritz II. 331
— de correspondencia II. 338
— de Fermat I. 394
— de Huygens-Fresnel I. 17, 156 y posteriores
— de Huygens I. 15, 156 y posteriores
— de Maupertius I. 394
— de reciprocidad I. 293
— de relatividad II. 30, 41
— de la superposición I. 20, 227
Prismas I. 334
— acromáticos I. 335
— birrefringentes I. 442
— de polarización I. 410, 411
— de reflexión total II. 81
— de visión directa I. 335
Pupila de entrada I. 341—343
— de salida I. 341—343

Quimioluminiscencia II. 293, 295

Radiación de resonancia II. 340
— térmica II. 293
— de Vavilov-Cherenkov II. 377
Rayos I. 35 y posteriores
— extraordinarios I. 407; II. 110
— en medio anisótropo II. 93—113
— meridionales I. 327
— ordinarios I. 407; II. 110
— principales I. 345
— X I. 430
— —, absorción de I. 432
— — características de I. 441
— —, dureza de I. 432
— —, óptica de I. 441
Red de difracción I. 210—240
— — fásica I. 218—221, 245; II. 444
Reflector I. 356
— de Cassegrain I. 358
— de Lomonósov-Herschel I. 357
— de Newton I. 357
Reflexión interna total II. 71, 76—86
Refracción atómica II. 181
— específica II. 180
— molecular II. 181
Refractor I. 356
Región de dispersión I. 228, 230, 231
Regla de la simetría especular II. 369
— de Stokes II. 367
Resonador óptico activo II. 396
—, pérdidas de II. 399
Rotación específica II. 219
— del plano de polarización I. 400; II. 211—227
— —, constante de II. 217
— — derecha II. 220
— — izquierda II. 220
— — magnética II. 224
— —, teoría de II. 220

Sensibilidad relativa I. 49—51
Series espectrales II. 327
Sistema holográfico, ampliación de I. 266
— —, — longitudinal I. 266, 267
— —, — transversal I. 266, 267
— inercial II. 36
— óptico I. 305
— — centrado I. 306
— — ideal I. 312—321
— — —, aumento de I. 314
— — —, eje principal de I. 313
— — —, — secundario de I. 313
— — —, planos cardinales de I. 313
— — —, — conjugados de I. 313
— — —, — focales de I. 314
— — —, — nodales de I. 317
— — —, — principales de I. 313
— — —, puntos aplanáticos de I. 332
— — —, — cardinales de I. 313
— — —, — conjugados de I. 310
— — —, — nodales de I. 316
— — —, — principales de I. 314
— — telescópico I. 314, 351; II. 423
Superficie de las normales II. 100, 102
— —, secciones principales de II. 101
— focal I. 300
— — anterior I. 306
— — posterior I. 300
— isocromática II. 117
— ondulatoria I. 295; II. 94
— — cáustica I. 322, 323
— radial II. 100, 102
— —, secciones principales de II. 101

Telescopio I. 356
— de menisco de Maksutov I. 358
Temperatura de brillo II. 317
— del color II. 315
— de radiación II. 314
— verdadera. II 319

Teorema de Lagrage-Helmholtz I. 302—304
Teoría de Lorentz II. 43
— de relatividad II. 48
— — especial II. 48
— —, formulas de transformación de II. 50
— tricolor de Helmholtz II. 291
— de visión de los colores II. 287—293
Term II. 331, 337
Trabajo de salida II. 245, 246
Transiciones Auger (sin radiación) II. 402
— emisivas II. 403
— espontáneas II. 346
— —, probabilidad de II. 346
— forzadas II. 349
Vector de Umov-Poynting I. 35, 36; II. 72
Velocidad de la luz II. 9
— — de fase II. 20, 98
— — de grupo I. 21, 23, 448
— —, métodos de determinación de, astronómicos II, 10
— —, — —, de laboratorio II. 15
— — normal II. 100
— — radial II. 29, 99
Viñetado I. 344
Visibilidad I. 87, 93—97, 92, 97, 100, 101, 105, 107, 124, 145

Zonas de Fresnel I. 159 y posteriores